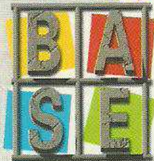
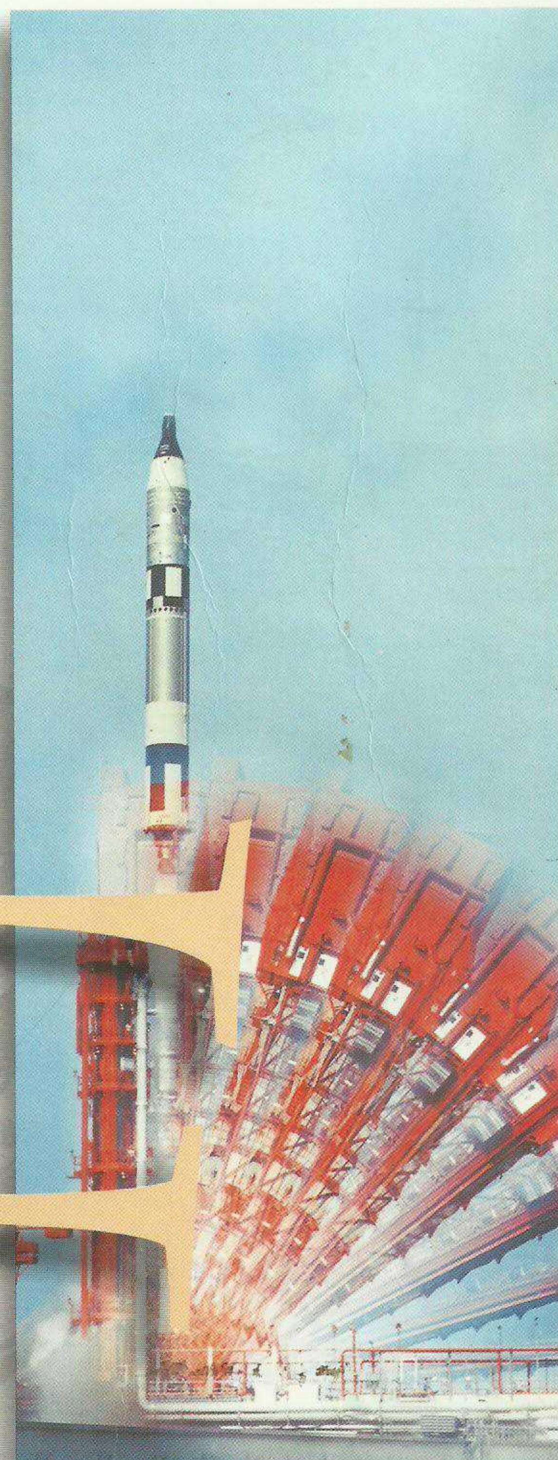
VOLUME ÚNICO

FÍSICA

Wilson Carron
Osvaldo Guimarães

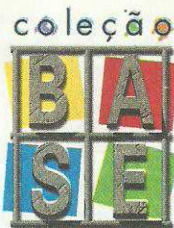


Contém questões dos ENEMs





EDITORA MODERNA



Wilson Carron

Licenciado em Física pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras
da Universidade de São Paulo.
Mestre em Energia Nuclear Aplicada à Agricultura pela Escola Superior
de Agricultura Luiz de Queiroz, Piracicaba — SP.
Professor do ensino médio.
Coordenador e autor do Sistema Uno de Ensino.
Autor do livro *As faces da Física* (Editora Moderna).

Osvaldo Guimarães

Professor de Física no ensino médio e em cursos pré-vestibulares.
Autor do Sistema Uno de Ensino. Autor do livro *As faces da Física* (Editora Moderna).

FÍSICA

Volume único

1ª edição

De acordo com a 2ª edição das Matrizes Curriculares de Referência para o Sistema Nacional de Avaliação de Educação Básica (SAEB)



EDITORA MODERNA





COORDENAÇÃO EDITORIAL: Ricardo Seballos, Ronaldo Reis
PREPARAÇÃO DO TEXTO: Iraci Miyuki Kishi
COORDENAÇÃO DA REVISÃO: Estevam Vieira Lédo Jr.
GERÊNCIA DE PRODUÇÃO GRÁFICA: Wilson Teodoro Garcia
EDIÇÃO DE ARTE E PROJETO GRÁFICO: Wilson Gazzoni Agostinho
CAPA: Luiz Fernando Rubio
PESQUISA ICONOGRÁFICA: Daniela Palma
As imagens identificadas com a sigla CID foram fornecidas pelo Centro de Informação e Documentação da Editora Moderna.
ILUSTRAÇÕES: Danilo Antonio de Mattos
EDITORAÇÃO ELETRÔNICA E FOTOLITOS: AM Produções Gráficas
TRATAMENTO DE IMAGENS: Ademir F. Baptista
COORDENAÇÃO DO PCP: Fernando Dalto Degan
IMPRESSÃO E ACABAMENTO: Pró Editora Gráfica Ltda.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Carron, Wilson, 1941-
Coleção base : física : volume único / Wilson Carron, Osvaldo Guimarães. -- São Paulo : Moderna, 1999.

Bibliografia.

1. Física (Ensino médio) I. Guimarães, Osvaldo, 1955- II. Título.

99-4431 CDD-530.07

Índices para catálogo sistemático:
1. Física : Ensino médio 530.07

ISBN 85-16-02571-3 (LA)
ISBN 85-16-02572-1 (LP)

EDITORA MODERNA LTDA.
Rua Padre Adelino, 758 - Belenzinho
São Paulo - SP - Brasil - CEP 03303-904
Vendas e Atendimento: Tel. (0_ _11) 6090-1500
Fax (0_ _11) 6090-1501
www.moderna.com.br
2000

Impresso no Brasil

5 7 9 10 8 6 4

Reprodução proibida. Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

APRESENTAÇÃO

Boa parte da aventura da vida do ser humano está no aprendizado. Aprendemos a andar e ampliamos nossos limites; aprendemos a ouvir e falar e aumentamos nossa capacidade de aprender; aprendemos a ler e temos, então, acesso a mais um mar de informações.

As questões do ensino são questões do aprendizado. Como professores que somos há pelo menos 20 anos, sabemos que só foi realmente ensinado aquilo que os alunos aprenderam.

Procuramos então desenvolver os assuntos de Física dentro do binômio Ensino—Aprendizagem, tendo em vista a exígua carga horária que nossa disciplina dispõe na maioria das grades curriculares.

Foi considerando a avalanche de informações que atinge os estudantes de hoje que norteamos nosso trabalho para uma apresentação clara e criteriosa, para uma seqüência adequada nos exercícios e, sempre que possível, para as aplicações e conseqüências das leis da Física.

O aprendizado das ciências em geral aguça nossa racionalidade e nos põe em mais sintonia com o universo que nos cerca. Também não há dúvida de que as aplicações práticas realçam a importância de cada um dos conceitos e de que o aprendizado da Física amplia nosso poder de abstração e cristaliza nossa visão nas relações de causa e efeito. Certamente nos torna mais críticos e imunes aos discursos fáceis. Certamente nos torna mais cidadãos.

É, pois, louvável todo o trabalho que está sendo feito na reformulação do Ensino Médio, com os novos parâmetros curriculares e o Sistema de Avaliação do Ensino Básico (Saeb). Entre uma grade curricular densa no papel e inexeqüível na prática — como tem demonstrado o Enem — e um currículo básico mas bem aproveitado, ficamos com a segunda opção.

ESTRUTURA DO LIVRO

O livro está compartimentado em 12 unidades e 36 capítulos. Nós o concebemos imaginando que fossem trabalhados 12 capítulos em cada ano letivo, na seqüência em que eles aparecerem no decorrer do volume. Em um país continental, sabemos que há muitas particularidades regionais, com grades curriculares diferentes. Pensando nesses casos, procuramos tornar os capítulos estanques e razoavelmente independentes, para que o professor possa determinar a seqüência mais adequada à sua realidade.

Ao longo do texto, há vários exercícios resolvidos. São uma boa opção para detalhar os assuntos mais delicados. O aluno pode acompanhar atentamente a resolução feita pelo professor, sem a necessidade de copiá-la. Quem sabe também essa seja uma boa alternativa para os autodidatas.

As necessárias pausas para sedimentação dos conceitos são marcadas pelos Exercícios de Aplicação. Ao nosso ver, não é recomendável avançar sem antes trabalhar esses conjuntos de exercícios. Para as turmas com maior carga horária há Exercícios Complementares no final dos capítulos.

Fechando cada capítulo há uma Atividade Especial. Pode ser utilizada como trabalho a ser apresentado pelos alunos, como proposta para abordagem de um assunto por meio de problemas, como mecanismo de sedimentação dos conceitos aprendidos ou como sugestão para atividades práticas.

De nossa parte, tivemos grande empenho em aliar todos os pontos da Física, que julgamos essenciais em um curso básico, com a 2ª edição das Matrizes Curriculares de Referência para o Saeb. Sem a pretensão de querer esgotar os assuntos, este livro atende a todos os descritores dessa matriz.

AGRADECIMENTOS

Nossos agradecimentos a todos os nossos alunos que, sem saber, nos lapidaram como professores ao longo desses anos e a nossos professores que, sobretudo, nos ensinaram a ensinar. Agradecemos, também, a toda a equipe editorial e de divulgação, que fizeram nosso trabalho se tornar realidade e chegar até os estudantes.

Pela compreensão e companhia em nossas jornadas de trabalho sempre prolongadas, pela ajuda em coligir questões de vestibulares, por manter o suporte de vida em nossos lares durante a preparação deste livro, nosso especial agradecimento a nossas esposas, Roseli e Ivete.

Osvaldo e Carron

SUMÁRIO

UNIDADE 5 EQUILÍBRIO

Capítulo 12 Equilíbrio de corpos

Capítulo 13 Fluidos

Capítulo 14 Máquinas simples

UNIDADE 6 TERMOLOGIA

Capítulo 15 Temperatura e calor

Capítulo 16 Dilatação térmica e transmissão do calor

Capítulo 17 Fases de uma substância e gases

Capítulo 18 Termodinâmica

UNIDADE 7 ÓPTICA

Capítulo 19 Luz

Capítulo 20 Reflexão luminosa

Capítulo 21 Refração luminosa

Capítulo 22 Lentes e instrumentos ópticos

UNIDADE 8 ONDULATÓRIA

Capítulo 23 Ondas

Capítulo 24 Acústica

UNIDADE 9 ELETROSTÁTICA

Capítulo 25 Eletrostática: lei de Coulomb

Capítulo 26 Campo elétrico e potencial elétrico

Capítulo 27 Condutores em equilíbrio eletrostático

UNIDADE 10 ELETRODINÂMICA

Capítulo 28 Corrente elétrica

Capítulo 29 Resistores

Capítulo 30 Geradores e receptores elétricos

Capítulo 31 Medidas elétricas e leis de Kirchhoff

UNIDADE 11 ELETROMAGNETISMO

Capítulo 32 Magnetismo: campo magnético

Capítulo 33 Força magnética e indução eletromagnética

UNIDADE 12 FÍSICA MODERNA

Capítulo 34 Astronomia

Capítulo 35 Radioatividade

Capítulo 36 Física nuclear e relatividade

ATIVIDADES ESPECIAIS

TEXTOS COMPLEMENTARES

Capítulo 1

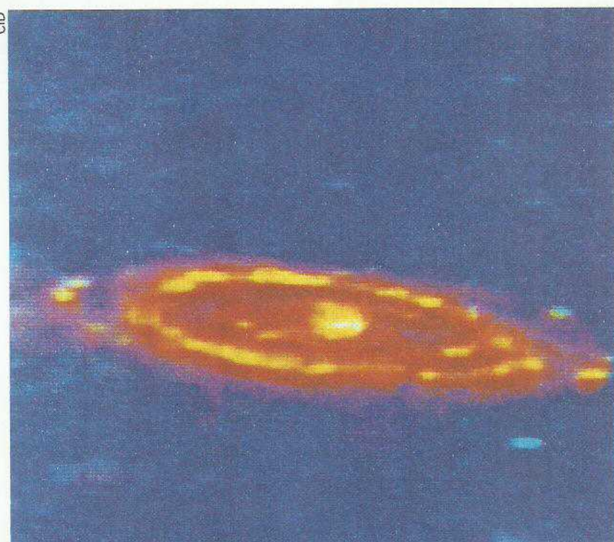
MEDIDAS E SISTEMA DE UNIDADES

Freqüentemente afirmo que, se pudermos medir aquilo de que falamos e exprimir por meio de números o resultado, conhecemos algo sobre o assunto; mas, se não o pudermos, nosso conhecimento é deficiente e insatisfatório.

Lord Kelvin (1824-1907)

Na Grécia Antiga, o termo "física" compreendia o estudo dos fenômenos que ocorrem na natureza de uma maneira geral. Para os gregos dessa época, o fato de um corpo cair era tão intrigante quanto o crescimento de uma planta ou a fermentação do vinho. Todos esses fenômenos eram abordados por um ramo do pensamento chamado "filosofia natural" ou "filosofia da natureza". Natureza que em grego é *physiké*, originando a palavra *physica* em latim.

Com a evolução do conhecimento humano, fez-se necessária uma divisão da filosofia natural. Nasceram assim a Química, a Biologia e a própria Física. Hoje, podemos dizer que a Física procura conhecer as leis fundamentais que governam o comportamento da matéria dentro do espaço-tempo: desde uma pequena partícula até as galáxias que compõem o Universo.



Galáxia de Andrômeda.

Tão antigo quanto a Física é o estudo do movimento. Atualmente, constitui um dos mais importantes ramos da Física: a Mecânica. Mas o campo de atuação da Física é muito vasto. O estudo da energia térmica e suas relações com a energia mecânica constitui a Termodinâmica. Podem-se estudar a energia luminosa e suas interações com a matéria na Óptica e as ondas sonoras na Acústica. A recente ciência da eletricidade uniu-se ao magnetismo, já conhecido na Idade Antiga, dando origem ao Eletromagnetismo. No século XX, tivemos o desenvolvimento da chamada Física Moderna, que, além de outras implicações, revolucionou o estudo do movimento.

Como em qualquer ramo do conhecimento humano, na Física também há a necessidade de quantificar os elementos em geral. A maneira mais rudimentar de fazer isso é usando adjetivos. Quando dizemos que a sala é grande, ou que o carro é pequeno, ou ainda que o texto é longo, é evidente que estamos comparando esses elementos com algum padrão. Em Física, a quantificação é feita usando-se números, em vez de adjetivos, explicitando-se claramente qual foi o padrão usado para a obtenção desses números.

Até o final do século XVIII era muito grande a quantidade de padrões existentes. Cada região escolhia arbitrariamente as suas unidades. Por motivos históricos, os países de língua inglesa utilizam até hoje os seus padrões regionais. O grande aumento nos intercâmbios econômicos e culturais levou ao surgimento do Sistema Internacional de Unidades, padronizando universalmente as unidades. O embrião do S.I. foi o sistema métrico decimal, criado em 1792, como produto da Revolução Francesa.



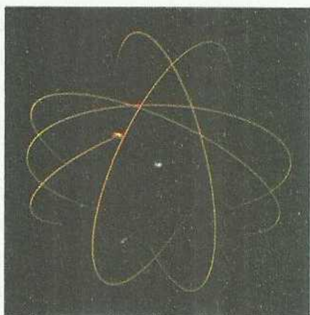
Uso dos novos padrões de medida na França do final do século XVIII.

1. NOTAÇÃO CIENTÍFICA

O ato de medir faz parte de nosso dia-a-dia. Por comparação com um padrão convenientemente estabelecido, nós medimos, por exemplo, quanto um objeto é comprido, quente, veloz etc.

Grandeza é tudo aquilo que podemos comparar com um padrão, efetuando uma medida.

Ao efetuar a medida de uma determinada grandeza física, podemos obter um número que eventualmente seja extremamente grande ou extremamente pequeno. Como exemplos, citamos a distância da Terra à Lua, 384.000.000 km, e o diâmetro de um átomo de hidrogênio, da ordem de 0,0000000001 m. Para manipular tais números, utilizamos a notação científica, fazendo uso das potências de 10.



CID

O módulo de qualquer número (g) pode ser escrito como o produto de um número (a), entre um e dez, por outro, que é uma potência de dez (10^n):

$$|g| = a \cdot 10^n$$

Vejamos alguns exemplos:
- $200 = 2 \cdot 100 = 2 \cdot 10^2$
- $5.300.000 = 5,3 \cdot 1.000.000 = 5,3 \cdot 10^6$
- $0,00000024 = 2,4 \cdot 0,0000001 = 2,4 \cdot 10^{-7}$

Regra prática
- *Números maiores do que 1* – deslocamos a vírgula para a esquerda, até atingir o primeiro algarismo do número. O número de casas deslocadas para a esquerda corresponde ao expoente positivo da potência de 10.
- *Números menores do que 1* – deslocamos a vírgula para a direita, até o primeiro algarismo diferente de zero.

  O número de casas deslocadas para a direita corresponde ao expoente negativo da potência de 10.

Importante

A notação científica exige que o número a que multiplica a potência de 10 esteja compreendido entre 1 e 10, ou melhor, $1 \leq a < 10$.

Assim, o número $25 \cdot 10^4$ deve ser escrito corretamente como $2,5 \cdot 10^5$. O mesmo acontece com o número $84 \cdot 10^{-3}$, que deve ser escrito como $8,4 \cdot 10^{-2}$.

A notação científica pode ser usada para nos dar idéia da magnitude de uma medida, por meio da **ordem de grandeza**.

A ordem de grandeza é a potência de 10, de expoente inteiro, mais próxima do módulo da medida da grandeza analisada.

Qualquer que seja o número (g) correspondente a essa medida, seu módulo estará compreendido entre duas potências inteiras e consecutivas de 10, ou seja:

$$10^n \leq |g| \leq 10^{n+1}$$

A ordem de grandeza do número 300 é 10^2 porque 300 está mais próximo de 100 (10^2) do que de 1.000 (10^3). Já a ordem de grandeza do número 600 é 10^3 porque 600 está mais próximo de 1.000 do que de 100.

2. OPERAÇÕES COM POTÊNCIAS DE 10

Multiplicação

$$a \cdot 10^m \cdot b \cdot 10^n = ab \cdot 10^{m+n}$$

Divisão

$$(a \cdot 10^m) : (b \cdot 10^n) = \frac{a}{b} \cdot 10^{m-n}$$

Potenciação

$$(a \cdot 10^n)^m = a^m \cdot 10^{n \cdot m}$$

Radiciação

$$\sqrt[m]{a \cdot 10^n} = \sqrt[m]{a} \cdot 10^{\frac{n}{m}}$$

Adição e subtração

Inicialmente, colocamos todos os números na mesma potência de 10 (de preferência na maior); em seguida, colocamos a potência de 10 em evidência e, finalmente, somamos ou subtraímos as partes numéricas.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 Efetue as operações colocando a resposta em forma de notação científica.

a) $1,2 \cdot 10^5 \cdot 3,0 \cdot 10^2$
b) $2,4 \cdot 10^7 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3}$
c) $5,0 \cdot 10^{-2} \cdot 2,6 \cdot 10^{-4}$
d) $(8,4 \cdot 10^5) : (4,0 \cdot 10^8)$
e) $(1,5 \cdot 10^{-6}) : (7,5 \cdot 10^{-2})$
f) $(3 \cdot 10^4)^3$
g) $(-2 \cdot 10^{-4})^2$
h) $\sqrt{4 \cdot 10^6}$
i) $\sqrt{4,9 \cdot 10^7}$
j) $2,30 \cdot 10^3 + 4,12 \cdot 10^4$
k) $5,8 \cdot 10^{-3} - 45 \cdot 10^{-4}$

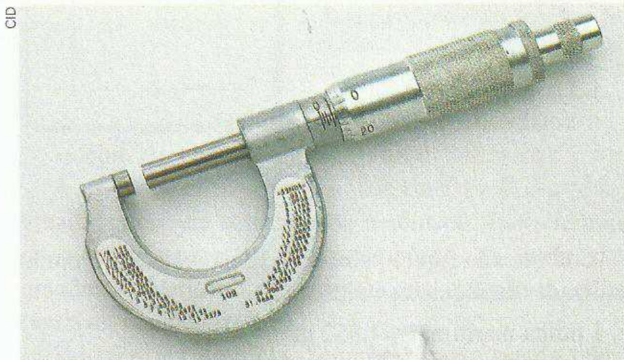
2 A ordem de grandeza da operação $\sqrt{\dfrac{9 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^7}{2,5 \cdot 10^{-3}}}$ é:

a) 10 b) 10^2 c) 10^3 d) 10^4 e) 10^5

Exercícios complementares: do 14 ao 17.

3. ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS

CID



Micrômetro.

A precisão de uma medida depende do instrumento utilizado em sua medição. Por exemplo, medidas de comprimento efetuadas com um micrômetro apresentam uma precisão 100 vezes maior do que se fossem efetuadas com uma régua comum. Assim, o resultado de uma medida deve ser apresentado com uma quantidade de algarismos que expresse a precisão do aparelho utilizado em sua determinação. Portanto, uma medida igual a 2,00 cm não deve ser escrita como 2,0 cm ou simplesmente 2 cm.

Todos os algarismos que representam a medida de uma grandeza são **algarismos significativos**, sendo chamados de **corretos**, com exceção do último, que recebe o nome de algarismo **duvidoso**. Exemplos:

- A medida 2,35 cm apresenta três algarismos significativos (2, 3 e 5), sendo dois algarismos corretos (2 e 3) e um algarismo duvidoso (5).
- A medida 0,00057 mm apresenta somente dois algarismos significativos (5 e 7), sendo um correto (5) e um duvidoso (7). Nesse caso, é aconselhável escrever a medida em notação científica: $5,7 \cdot 10^{-4}$ mm.
- A medida 150,00 km apresenta cinco algarismos significativos, sendo os quatro primeiros corretos, e o último zero é o algarismo duvidoso. Em notação científica, escrevemos: $1,5000 \cdot 10^2$ km.

No caso de constantes numéricas, como $\pi = 3,14159...$, $\sqrt{2} = 1,41421...$, ou $\log 3 = 0,47712...$, devemos utilizar uma quantidade de algarismos significativos no mínimo igual à quantidade de algarismos das medidas. O mesmo procedimento deve ser adotado para as constantes físicas, como, por exemplo, a velocidade da luz: $c = 2,9979... \cdot 10^8$ m/s.

Para escrever essas constantes com uma quantidade menor de algarismos significativos, procedemos da seguinte forma:

- Se o algarismo a ser eliminado é menor do que 5, ele é simplesmente eliminado.
  Exemplo: $\sqrt{2} = 1,41421 = 1,4142 = 1,414 = 1,41$
- Se o algarismo a ser eliminado é igual ou maior que 5, ele é eliminado, mas acrescentamos uma unidade no algarismo anterior.
  Exemplo: $\pi = 3,14159 = 3,1416 = 3,142$

4. OPERAÇÕES COM ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS

Ao efetuar operações com algarismos significativos, devemos observar algumas regras básicas:

- O resultado de qualquer operação não pode apresentar mais de um algarismo duvidoso.
- A operação entre um algarismo correto e um duvidoso resulta em um algarismo duvidoso.

Nas operações a seguir, os algarismos duvidosos estão indicados com um traço (–) embaixo.

Adição e subtração

- (12,441 + 57,91 + 2,156) cm
  $12,44\underline{1} + 57,9\underline{1} + 2,15\underline{6} = 72,5\underline{07} = 72,5\underline{1}$ cm
- (25,3 – 3,47) mm
  $25,\underline{3} - 3,4\underline{7} = 21,\underline{83} = 21,\underline{8}$ mm

Multiplicação e divisão

- 2,31 cm · 3,4 cm
  $2,3\underline{1} \cdot 3,\underline{4} = 7,\underline{854} = 7,\underline{9}$ cm²
- 803,407 cm² : 13,1 cm
  $803,40\underline{7} : 13,\underline{1} = 61,\underline{328} = 61,\underline{3}$ cm



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

3 A medida de um comprimento com um determinado aparelho apresentou o seguinte resultado: $c = 25,36$ cm. Assinale certo ou errado em cada afirmativa.
I. A medida apresenta quatro algarismos significativos.
II. Os algarismos 3 e 6 são duvidosos.
III. Com três algarismos significativos, escrevemos 25,4 cm.

4 Um mesmo comprimento foi medido por instrumentos diferentes, e os resultados foram: 5,4 cm e 5,40 cm. Em relação a essas medidas assinale certo ou errado nas seguintes afirmações:
I. As duas medidas são idênticas.
II. As duas medidas apresentam a mesma precisão.
III. A soma das duas medidas é mais bem expressa por 10,84 cm.

5 Efetue: 15,61 g + 23,4 g + 5,867 g.

6 O resultado da operação: 5,00 cm : 3,14 cm é mais bem representado por:
a) 1,592356688
b) 1,59
c) 1,592
d) 1,5923
e) 1,6

Exercícios complementares: do 18 ao 21.

5. SISTEMA DE UNIDADES DE MEDIDA

Hoje, o sistema de medidas oficialmente adotado no Brasil e na maioria dos países é o Sistema Internacional de Unidades de Medidas (S.I.) estabelecido em 1960, na 11ª Conferência Geral de Pesos e Medidas, com base no Sistema Métrico Decimal.

O S.I. é composto de **sete unidades de base**, de **duas unidades suplementares**, de **unidades derivadas** e de **múltiplos** e **submúltiplos** de todas elas, conforme tabela abaixo.

Unidades do Sistema Internacional

Unidades de base	Unidades suplementares
comprimento: **metro (m)** massa: **quilograma (kg)** tempo: **segundo (s)** corrente elétrica: **ampère (A)** temperatura termodinâmica: **kelvin (K)** quantidade de matéria: **mol (mol)** intensidade luminosa: **candela (cd)**	ângulo plano: **radiano (rd)** ângulo sólido: **esterradiano (sr)**

Como exemplo de grandeza derivada, podemos citar a velocidade, cuja unidade no S.I. é metro por segundo (**m/s**). A unidade m/s é definida em termos das unidades básicas de comprimento (metro) e de tempo (segundo).

Medidas de comprimento, massa e tempo

No S.I., o padrão para medida de comprimento é o metro (**m**), que admite múltiplos e submúltiplos. Os principais são:

quilômetro (km)	1 km	=	1.000 m	=	10^3 m
hectômetro (hm)	1 hm	=	100 m	=	10^2 m
decâmetro (dam)	1 dam	=	10 m		
decímetro (dm)	1 dm	=	0,1 m	=	10^{-1} m
centímetro (cm)	1 cm	=	0,01 m	=	10^{-2} m
milímetro (mm)	1 mm	=	0,001 m	=	10^{-3} m

As medidas de comprimento, área e volume são feitas tomando-se como base os padrões estabelecidos no S.I. Assim, temos:

Padrão	Unidade	Símbolo
comprimento	metro	m
área	metro quadrado	m^2
volume	metro cúbico	m^3

O padrão para medida de massa do S.I. é o quilograma (**kg**), que corresponde à massa de um cilindro de platina, com 3,9 cm de diâmetro de base e 3,9 cm de altura.

Submúltiplos do quilograma:

hectograma (hg)	1 hg	=	0,1 kg	=	10^{-1} kg
decagrama (dag)	1 dag	=	0,01 kg	=	10^{-2} kg
grama (g)	1 g	=	0,001 kg	=	10^{-3} kg
decigrama (dg)	1 dg	=	0,0001 kg	=	10^{-4} kg
centigrama (cg)	1 cg	=	0,00001 kg	=	10^{-5} kg
miligrama (mg)	1 mg	=	0,000001 kg	=	10^{-6} kg

O segundo (**s**) é a unidade de tempo do S.I.

Relações entre as unidades de tempo:

- 1 min = 60 s
- 1 h = 60 min = 3.600 s
- 1 dia = 24 h = 1.440 min = 86.400 s
- 1 ano = 365 dias = 8.760 h = $5,26 \cdot 10^5$ min = $3,15 \cdot 10^7$ s

Embora não façam parte do S.I., na prática são muito utilizadas as seguintes unidades:

- 1 milha marítima = 1.852 m
- 1 polegada = 2,54 cm = 0,0254 m
- 1 pé (12 polegadas) = 30,48 cm = 0,3048 m
- 1 jarda (3 pés) = 91,44 cm = 0,9144 m
- 1 mícron = 10^{-6} m
- 1 ängstron = 10^{-10} m
- 1 ano-luz = $9,46 \cdot 10^{12}$ km = $9,46 \cdot 10^{15}$ m
- 1 litro = 1.000 cm^3 = 10^{-3} m^3
- 1 tonelada = 1.000 kg
- 1 libra = 0,45 kg
- 1 u.t.m. = 9,8 kg
- 1 u.m.a. = $1,66 \cdot 10^{-27}$ kg



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

7 (Vunesp) Considere os três comprimentos seguintes: $d_1 = 0,521$ km; $d_2 = 5,21 \cdot 10^{-2}$ m e $d_3 = 5,21 \cdot 10^6$ mm.

a) Escreva esses comprimentos em ordem crescente.

b) Determine a razão $\frac{d_3}{d_1}$.

8 (FEI-SP) A massa do Sol é cerca de $1,99 \cdot 10^{30}$ kg. A massa do átomo de hidrogênio, constituinte principal do Sol, é $1,67 \cdot 10^{-27}$ kg. Quantos átomos de hidrogênio há aproximadamente no Sol?

a) $1,5 \cdot 10^{-57}$ c) $1,5 \cdot 10^{57}$ e) $1,2 \cdot 10^3$
b) $1,2 \cdot 10^{57}$ d) $1,2 \cdot 10^{-57}$

9 (Cefet-PR) O lago Baikal (Sibéria), considerado a maior reserva de água doce (líquida) do mundo, tem um volume aproximado de 23.000 km^3. Como 1 m^3 equivale a 1.000 litros, é correto afirmar que no lago existem, em litros:

a) $2,3 \cdot 10^6$ c) $2,3 \cdot 10^{12}$ e) $2,3 \cdot 10^{18}$
b) $2,3 \cdot 10^9$ d) $2,3 \cdot 10^{16}$

10 Uma corrida de Fórmula 1 tem início às 10 h 15 min 20 s e termina às 12 h 5 min 10 s. Qual é o intervalo de duração da corrida em horas, minutos e segundos?

Exercícios complementares: do 22 ao 24.

6. RELAÇÕES ENTRE GRANDEZAS FÍSICAS

Existe um grande número de fenômenos físicos que podem ser reduzidos ao estudo da relação entre duas grandezas. Nesses casos, os dados obtidos das medições podem ser expressos por uma representação gráfica num plano cartesiano por meio de dois eixos perpendiculares entre si (figura 1).

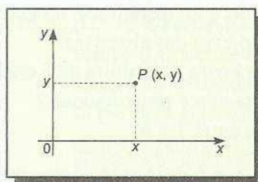


Figura 1 Em homenagem a René Descartes, os eixos coordenados definem um sistema de coordenadas cartesianas. Cada ponto do plano *yOx* é representado por *P*(*x*;*y*). A coordenada *x* é chamada *abscissa* e a coordenada *y*, *ordenada*.

A representação gráfica da relação entre duas grandezas em um determinado fenômeno físico permite conclusões sobre o comportamento de uma das grandezas (variável dependente) em relação a outra (variável independente).

Vejamos um exemplo. Uma pessoa em estado febril foi medicada, ingerindo uma dose do medicamento às 8 horas e uma outra dose às 12 horas da manhã. A temperatura da pessoa foi medida de hora em hora e os resultados estão apresentados abaixo.

Medida	Tempo (h)	Temperatura (°C)
1ª 8 horas	0	39,0
2ª 9 horas	1	39,0
3ª 10 horas	2	38,5
4ª 11 horas	3	38,0
5ª 12 horas	4	38,5
6ª 13 horas	5	37,5
7ª 14 horas	6	37,0
8ª 15 horas	7	36,5
9ª 16 horas	8	36,5
10ª 17 horas	9	36,5

A representação gráfica das grandezas variáveis *temperatura* (variável dependente: eixo vertical) e *tempo* (variável independente: eixo horizontal) está mostrada nas figuras 2(*a*) e 2(*b*).

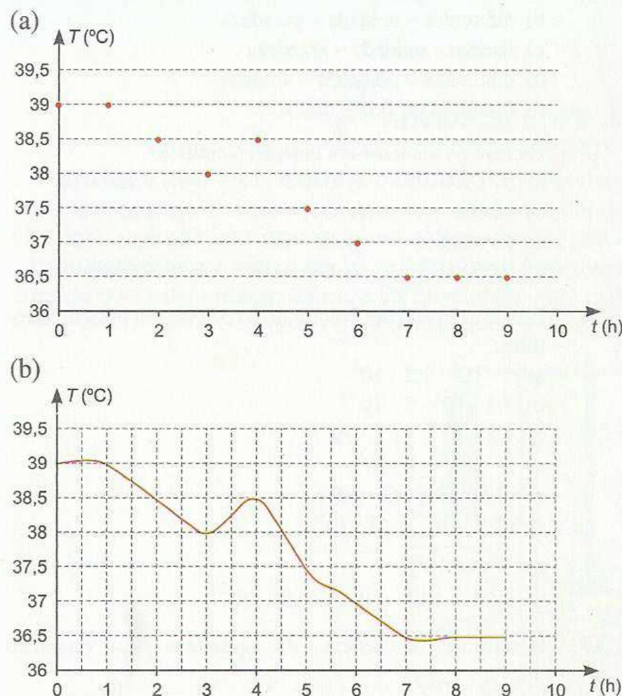


Figura 2 Gráfico da temperatura em função do tempo.

O gráfico cartesiano mostrado na figura 2(*b*), além de facilitar a visualização do comportamento da temperatura da pessoa durante as 9 horas de observação, permite, também, algumas conclusões. Vejamos o exercício 11.



EXERCÍCIO DE APLICAÇÃO

11 Analisando o gráfico da temperatura em função do tempo, mostrado na figura 2(*b*), responda:

a) Qual era a temperatura da pessoa às 8 h 30 min, às 9 h 30 min e às 12 h 30 min?
b) Para qual intervalo de tempo de uma hora obteve-se o maior decréscimo de temperatura?
c) Em quais intervalos de tempo a temperatura diminuiu? Em quais aumentou? E em quais permaneceu constante?
d) É possível fazer uma previsão do comportamento da temperatura a partir das 17 horas?

Grandezas diretamente e inversamente proporcionais

Como vimos, a relação entre duas grandezas quaisquer (*y* e *x*) pode ser apresentada por meio de uma tabela ou de uma representação gráfica. Em muitos casos, a partir do gráfico ou da tabela, é possível estabelecer uma relação matemática que representa o fenômeno estudado.

Vejamos dois exemplos.

1. A tabela abaixo apresenta a distância percorrida, em quilômetros, por um automóvel, em função do tempo, em horas.

Intervalo de tempo (h)	Distância percorrida (km)
0	0
1	90
2	180
3	270
4	360

Observe, na tabela, que o quociente entre a distância percorrida e o intervalo de tempo é constante, ou seja:

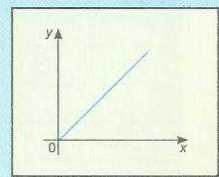
$$\frac{90}{1} = \frac{180}{2} = \frac{270}{3} = \frac{360}{4} = 90 \text{ km/h}$$

Nessas condições, dizemos que a distância percorrida é **diretamente proporcional** ao intervalo de tempo. Representando a distância percorrida por *d* e o intervalo de tempo por *t*, podemos estabelecer a relação matemática entre as duas variáveis:

$$\frac{d}{t} = 90 \qquad d = 90 \cdot t$$

De um modo geral, dizemos que:

Uma grandeza *y* é diretamente proporcional a uma grandeza *x* se a razão entre elas for uma constante (*k*). A representação gráfica é uma reta passando pela origem (0;0) do sistema de eixos cartesianos.



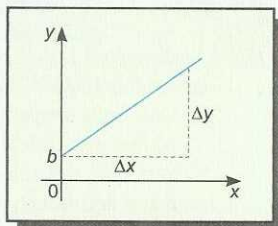
$$\frac{y}{x} = k \qquad y = k \cdot x$$

Observação

Se a representação gráfica entre duas variáveis (y e x) é uma reta que não passa pela origem (0;0) do sistema cartesiano, dizemos que entre elas existe uma relação linear e a função matemática é do 1º grau: $y = a \cdot x + b$, com a (declividade ou coeficiente angular da reta) e b (termo independente) dados por:

$a = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$

b = intersecção da reta com o eixo y



2. Para determinar a relação matemática entre o tempo de escoamento de água através de um orifício em função de sua área, um pesquisador realizou um experimento: manteve a altura de água constante e mediu o tempo de escoamento para diferentes orifícios. Os resultados encontram-se na tabela.

Área do orifício (mm²)	Tempo de escoamento (s)
10	120
20	60
30	40
40	30

Analisando os valores da tabela, observamos que o produto da área do orifício pelo tempo de escoamento é uma constante, ou seja:

$10 \cdot 120 = 20 \cdot 60 = 30 \cdot 40 = 40 \cdot 30 = 1.200$ (constante)

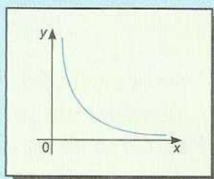
Nessas condições, dizemos que o tempo de escoamento (t) e área do orifício (A) são **grandezas inversamente proporcionais**. Portanto, podemos escrever:

$$A \cdot t = 1.200 \qquad t = \frac{1.200}{A}$$

De um modo geral, dizemos que:

Uma grandeza y é inversamente proporcional à uma grandeza x se o produto entre elas for uma constante (k). A representação gráfica é uma hipérbole.

$$y \cdot x = k \qquad y = \frac{k}{x}$$





EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

12 A tabela abaixo apresenta os valores da temperatura, em graus Celsius (°C), em função da altura atingida pela coluna de mercúrio, em centímetros (cm) num tubo de vidro.

Altura h (cm)	Temperatura T (°C)
0	−20
10	0
15	10
20	20
25	30

a) Construa o gráfico, colocando a temperatura T no eixo das ordenadas e a altura h no eixo das abscissas.
b) Qual é o valor da temperatura para uma altura de 5 cm?
c) As grandezas T e h são diretamente proporcionais?
d) Qual é a relação matemática entre T e h?

13 Num experimento, mediu-se a força de atração entre um ímã e um pedaço de ferro em função do quadrado da distância entre eles e obteve-se os seguintes resultados:

Quadrado da distância d^2 (cm²)	Força F (N)
1,0	64
4,0	16
8,0	8,0
16	4,0

a) Construa o gráfico, colocando os valores da força no eixo vertical e os valores do quadrado da distância no eixo horizontal.
b) As grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais?
c) Qual é o valor da força para $d^2 = 6,0$ cm²?
d) Qual é a relação matemática entre F e d^2?

Exercício complementar: 25.



EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

14 Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas no texto.
Um processo de medição é uma comparação entre duas grandezas (físicas) de .... espécie(s). Nesse processo, a grandeza a ser medida é comparada a um padrão que se chama unidade de medida, verificando-se quantas vezes a .... está contida na .... a ser medida.

a) mesma – grandeza – unidade
b) diferentes – unidade – grandeza
c) mesma – unidade – grandeza
d) diferentes – grandeza – unidade
e) mesma – espécie – unidade

15 Escreva os números em notação científica.

a) 570.000	e) 0,032	i) $9.150 \cdot 10^{-3}$
b) 12.500	f) 0,72	j) $200 \cdot 10^{-5}$
c) 50.000.000	g) $82 \cdot 10^3$	k) $0,05 \cdot 10^3$
d) 0,0000012	h) $640 \cdot 10^5$	l) $0,0025 \cdot 10^{-4}$

16 Efetue as operações colocando a resposta em notação científica.

a) $5 \cdot 10^3 \cdot 1,5 \cdot 10^2$
b) $3,2 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3}$
c) $4,5 \cdot 10^{-3} \cdot 1,2 \cdot 10^{-5}$
d) $5 \cdot 10^{-8} \cdot 3 \cdot 10^5$
e) $(7,5 \cdot 10^4) : (3 \cdot 10^4)$
f) $(2,5 \cdot 10^{-3}) : (5 \cdot 10^3)$
g) $\sqrt{(4 \cdot 10^3)^3}$
h) $5,67 + 15,2 \cdot 10^{-1} + 250 \cdot 10^{-2}$

17 Determine a ordem de grandeza da operação $\dfrac{(5 \cdot 10^4)^2}{2 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5}$.

18 (U. F. Uberlândia-MG) Verdadeiro ou falso? Na foto, vemos o velocímetro de um carro. Podemos afirmar que a medida da velocidade escalar do carro só pode ser expressa por dois algarismos significativos?



19 (UFSE) A escala de uma trena tem, como menor divisão, o milímetro. Essa trena é utilizada para se medir a distância entre dois traços paralelos, muito finos, feitos por um estilete sobre uma superfície plana e lisa. Considerando que não houve erro grosseiro, o resultado de uma só medição, em algarismos significativos, é mais bem representado por:

a) 2 m
b) 21 dm
c) 214 cm
d) 2.143 mm
e) 2.143,4 mm

20 (Cesgranrio) Um estudante deseja medir o comprimento de sua mesa de trabalho. Não dispondo de régua, decide utilizar seu maço de cigarros como padrão de comprimento. Verifica então que o comprimento da mesa equivale ao de 13,5 maços. Chegando ao colégio, mede com uma régua o comprimento do maço de cigarros, achando 8,9 cm.
O comprimento da mesa será corretamente expresso por:

a) 120,15 cm
b) 120,2 cm
c) $1 \cdot 10^2$ cm
d) $1{,}2 \cdot 10^2$ cm
e) 10^2 cm

21 (PUC-MG) Um estudante concluiu, após realizar a medida necessária, que o volume de um dado é 1,36 cm^3. Levando-se em conta os algarismos significativos, o volume total de cinco dados, idênticos ao primeiro, será corretamente expresso por:

a) 6,8 cm^3
b) 7 cm^3
c) 6,80 cm^3
d) 6,800 cm^3
e) 7,00 cm^3

22 Medindo a espessura de um caderno comum de 100 folhas, sem considerar as capas, um estudante obteve a medida de 1,0 cm. A ordem de grandeza da espessura média de uma folha é, em milímetros:

a) 10^{-1} b) 10^{-2} c) 10^{-3} d) 10^{-4} e) 10^{-5}

23 (UFCE) O ser humano possui, em média, um cabelo por milímetro quadrado da superfície de sua cabeça. Isso representa cerca de 10^4 cabelos por pessoa. A população humana da Terra é, atualmente, cerca de $5 \cdot 10^9$ pessoas. Suponha que, além da Terra, existam no Universo muitos outros planetas, povoados por seres vivos (com igual densidade média de cabelos por habitante) e cada um com população equivalente à nossa. Se alguém precisar de um mol (1 mol $\cong 6 \cdot 10^{23}$) de cabelos originários das populações acima mencionadas, poderá consegui-lo:

a) apenas em nosso planeta, a Terra.
b) em 10 planetas.
c) em cerca de 10^3 planetas.
d) em cerca de 10^{10} planetas.
e) em, no mínimo, 10^{18} planetas.

24 Enrico Fermi, Prêmio Nobel de Física de 1938, afirmou que uma aula padrão (50 min) é aproximadamente igual a um microssséculo. Quanto equivale um microssséculo em minutos?

25 (PUC-MG) Um cientista verificou que a cada acréscimo de três unidades de uma certa grandeza *X* correspondia o decréscimo de duas unidades de uma outra grandeza *Y*. Sobre *X* e *Y*, assinale a afirmativa errada:

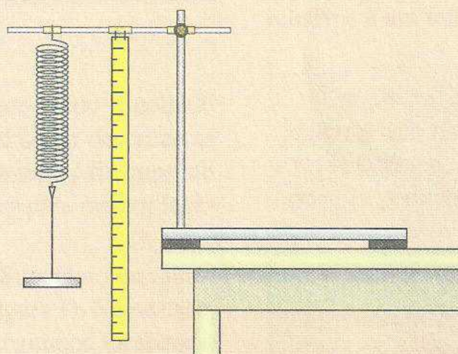
a) A multiplicação de cada valor de *X* pelo valor de *Y* que lhe corresponde é sempre constante.
b) A soma de cada valor de *X* ao de *Y* que lhe corresponde não é constante.
c) *Y* varia linearmente com *X*.
d) O gráfico de *Y* em função de *X* é uma reta.
e) A expressão $Y = aX + b$, com *a* e *b* assumindo valores adequados, serve para representar a relação entre *Y* e *X*.



ATIVIDADE ESPECIAL: Calibração de uma mola

Uma pequena mola helicoidal, munida de um suporte e dependurada ao lado de uma régua, conforme a figura, pode ser usada como dinamômetro: um dispositivo medidor de forças.

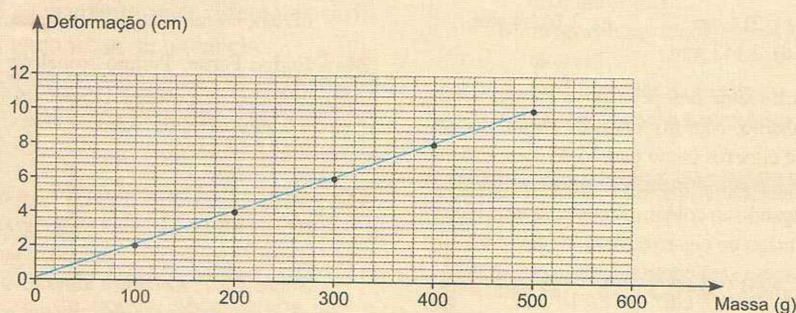
Esta atividade visa descrever um método para a calibração da mola. Para isso, suponha que a extremidade inferior do suporte atinja a marca de 10 cm da régua. A seguir, colocam-se corpos de 100 g de massa (massas aferidas) de modo que a deformação da mola vai crescendo. Para cada massa colocada, mede-se a deformação da mola.



Na tabela, está indicada, além da marca atingida pela extremidade inferior do suporte, de acordo com a massa colocada, a correspondente deformação da mola.

Comprimento (cm)	Massa (g)	Deformação (cm)
10	—	0
12	100	2
14	200	4
16	300	6
18	400	8
20	500	10

Com os dados da tabela, construímos o gráfico da deformação da mola (eixo y) em função da massa colocada no suporte (eixo x).



Com base na tabela e no gráfico, responda às questões.

1. Qual é a deformação da mola quando se pendura no suporte uma massa de 250 g?
2. Qual é a massa, em gramas, que provoca nessa mola uma deformação de 7 cm?
3. Como varia a deformação da mola com a massa colocada no suporte?
4. Determine a relação matemática entre a deformação da mola e a massa colocada no suporte.
5. Se aumentarmos a massa gradativamente, o que acontecerá com a mola? A relação matemática obtida no item anterior continua válida?
6. Faça um gráfico colocando o comprimento da mola no eixo y e os valores da massa no eixo x.
7. Qual é a diferença entre esse gráfico e o anterior?
8. Como varia o comprimento da mola em função da massa?
9. Qual é a massa, em gramas, quando a mola apresenta um comprimento de 13 cm?
10. Suponha que um objeto seja pendurado na mola. Se a mola apresentar um comprimento de 17,6 cm, qual é o massa do objeto, em gramas?

Capítulo 2

CINEMÁTICA ESCALAR: CONCEITOS BÁSICOS

... da porta até o fundo do elevador...
Tentou fazer uma estimativa da velocidade de descida,
mas era impossível,
pois não tinha qualquer ponto de referência

Arthur Clark

O mundo que nos cerca está em constante mudança. Olhar essas mudanças é contemplar os movimentos. Olhando pela janela de um ônibus vemos que as paisagens vão se alterando. Para um passageiro dentro do ônibus, as casas vão mudando de posição, mas o banco em que está sentado está sempre abaixo de si. Em relação às casas, o ônibus vai mudando de posição e juntamente com ele o passageiro e o banco em que ele está sentado. Os movimentos são relativos.

Na cinemática (do grego *kynes*: movimento), procuramos fazer uma descrição dos movimentos. Como os movimentos são relativos, a descrição de cada movimento depende da referência que estejamos usando. Essa idéia básica deve estar sempre presente quando falamos dos movimentos.



FOTOS: CID

1. REFERENCIAL

Chamamos de referencial qualquer corpo escolhido como referência, em relação ao qual serão descritas as posições de outros corpos. Normalmente, fixamos no referencial um sistema de coordenadas para melhor localizar as posições. Assim, temos:

- **Movimento unidimensional** – Suponha um automóvel no km 54 de uma rodovia (figura 1). Nesse caso, com apenas uma coordenada conseguimos localizar o móvel. O referencial é a rodovia.

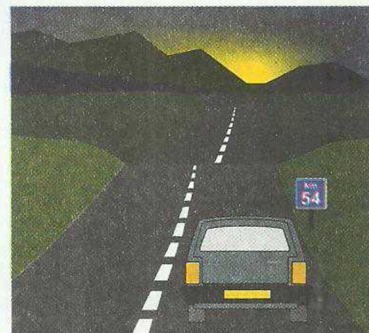


Figura 1 Um automóvel, ao passar pelo km 54 de uma rodovia, encontra-se a 54 km do ponto adotado como origem.

- **Movimento bidimensional** – Uma peça está sendo movida em um tabuleiro de xadrez (figura 2). Nesse caso, necessitamos de duas coordenadas para obter a posição da peça. O referencial é o tabuleiro.



Figura 2 No tabuleiro de xadrez, a posição de qualquer peça é determinada pela linha e pela coluna correspondente.

- **Movimento tridimensional** – A localização de um submarino no Oceano Pacífico exige o conhecimento de três coordenadas: latitude, longitude e profundidade. Nesse caso, o referencial é a Terra.

2. REPOUSO E MOVIMENTO

Os conceitos de repouso e de movimento são sempre relativos a um referencial.

Um corpo está em repouso, em relação a um determinado referencial e em um determinado intervalo de tempo, quando nesse intervalo de tempo sua posição permanece inalterada.

Um corpo está em movimento, em relação a um determinado referencial, quando a sua posição se altera no decorrer do tempo.

3. TRAJETÓRIA

A trajetória é o conjunto de todas as possíveis posições de um corpo em movimento.

Assim como os conceitos anteriores, a trajetória também é um conceito relativo. Ela depende do referencial. Imagine, por exemplo, um chiclete preso ao pneu de um carro em movimento (figura 3).

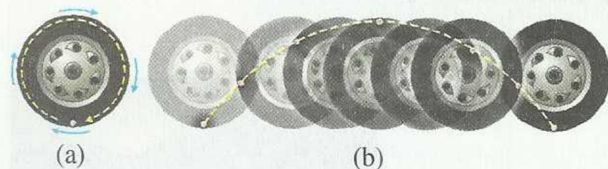


Figura 3 Trajetória de um móvel (chiclete): *(a)* em relação ao eixo da roda e *(b)* em relação ao solo.

4. PONTO MATERIAL

Na cinemática, um corpo é representado por um ponto geométrico quando suas dimensões forem desprezíveis em relação à extensão da trajetória por ele descrita.

Como representar um ônibus que vai de São Paulo a Salvador num mapa do Brasil? Obviamente, esse ônibus (móvel) será representado por um ponto (figura 4). Mas esse procedimento não faz com que o ônibus perca as suas características. Ele continua possuindo massa, peso, velocidade, pára-choques etc. Apenas as dimensões do ônibus, em relação à extensão da trajetória, são desprezíveis.

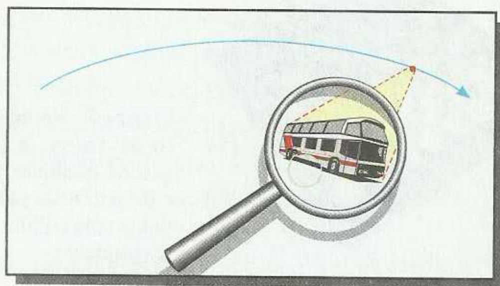


Figura 4 Na maioria das viagens rodoviárias, um ônibus pode ser considerado um ponto material.

Agora, se esse mesmo ônibus tenta estacionar numa estreita vaga de garagem, não pode ser considerado um ponto material.

O conceito de ponto material é, também, um conceito relativo.

5. ESPAÇO (s)

O espaço (s) é a medida algébrica do arco orientado que define a posição de um móvel.

Vamos supor que, em uma trajetória previamente conhecida, escolhemos uma **origem** (ponto de referência) e numeramos as posições, determinando, arbitrariamente, o sentido da numeração crescente (figura 5). A unidade do espaço é qualquer unidade de distância. Nas rodovias, é o quilômetro (km). Em particular, no Sistema Internacional (S.I.), a unidade é o metro (m).

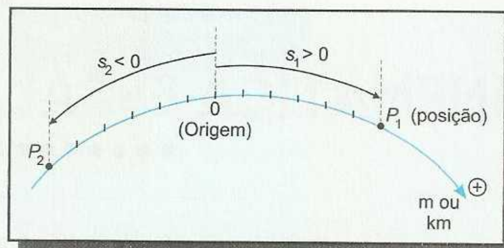


Figura 5 A orientação "positivo para a direita" é arbitrária. Nada impede que a orientação seja "positivo para a esquerda".

Observações

- O espaço não indica o quanto o móvel "andou".
- Espaço positivo não significa que o movimento seja necessariamente a favor da orientação da trajetória. Reciprocamente, espaço negativo também não significa que o movimento seja obrigatoriamente contra a trajetória.
- Espaço nulo não significa que o corpo esteja obrigatoriamente em repouso. O espaço é apenas um indicativo da posição.

6. DESLOCAMENTO ESCALAR (Δs)

Vamos supor que um móvel ocupava uma posição cujo espaço era s_0 no instante t_0 e, um pouco mais tarde, ocupava uma outra posição cujo espaço era s no instante t (figura 6). Portanto, nesse intervalo de tempo, houve uma variação do espaço que recebe o nome de **deslocamento escalar** (Δs).

O deslocamento escalar é dado por: $\Delta s = s - s_0$.

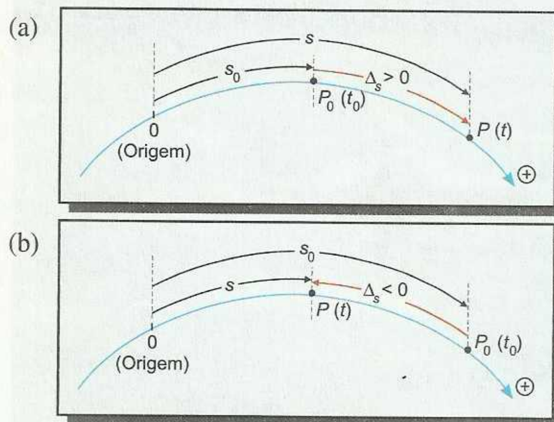


Figura 6 *(a)* Deslocamento a favor da trajetória: $\Delta s > 0$. *(b)* Deslocamento contra a trajetória: $\Delta s < 0$.

Observações

- O fato de o deslocamento ser positivo não significa que o movimento tenha sido sempre a favor da trajetória.
- O deslocamento não é, genericamente, a distância percorrida. Isso só acontecerá quando o movimento for sempre no mesmo sentido e a favor da orientação da trajetória.
- Quando o deslocamento for nulo, isso não significará que necessariamente o corpo tenha ficado em repouso. O corpo pode ter-se movido e retornado à posição inicial.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

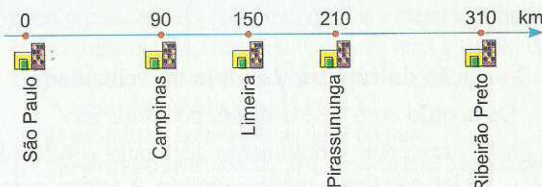
1 Assinalar verdadeiro ou falso.

I. Uma pessoa dormindo está em repouso absoluto.
II. A Lua está em movimento em relação à Terra.
III. A Terra está em movimento em relação ao Sol.
IV. O Sol está em movimento em relação à Terra.
V. Num universo com um único corpo, não teria sentido o conceito de repouso ou movimento.
VI. A Lua pode, dependendo do caso, ser considerada um ponto material.
VII. O Sol nunca poderá ser considerado um ponto material, pois é muito extenso.
VIII. A trajetória de um jato, em relação ao ar que o cerca, fica demarcada pela fumaça.
IX. Pontos materiais não possuem massa.

2 (Uniube-MG) Considere a seguinte situação. Um ônibus movendo-se numa estrada e duas pessoas: *A* sentada no ônibus e *B* parada na estrada. Ambas observam uma lâmpada fixa no teto do ônibus. *A* diz: "A lâmpada não se move em relação a mim, uma vez que a vejo sempre na mesma posição". *B* diz: "A lâmpada está se movimentando, uma vez que ela está se afastando de mim". Assinale a alternativa correta.

a) *A* está errada e *B* está certa.
b) *A* está certa e *B* está errada.
c) Ambas estão erradas.
d) Cada uma, dentro do seu ponto de vista, está certa.
e) Não é possível determinar qual delas está certa.

A Anhangüera é uma importante rodovia do Estado de São Paulo. Aqui podemos ver representadas algumas cidades existentes ao longo dessa rodovia.



Com base nessas informações, responda aos exercícios.

3 Qual é o espaço de cada cidade mostrada na figura?

4 Qual é o deslocamento escalar de um carro que vai, em cada trecho, sempre no mesmo sentido,

a) de São Paulo a Ribeirão Preto?
b) de Campinas a Pirassununga?
c) de Ribeirão Preto a Campinas?
d) de Pirassununga a São Paulo?
e) de Limeira a Ribeirão Preto e, em seguida, a Campinas?

5 Qual é a distância percorrida em cada um dos trajetos indicados no exercício anterior?

6 Se um carro vai de Pirassununga a São Paulo e retorna a Pirassununga, qual é o deslocamento escalar e a distância percorrida por ele?

Exercícios complementares: do 12 ao 16.

7. VELOCIDADE ESCALAR MÉDIA

A velocidade escalar média é apenas um indicativo global de um deslocamento. Ela representa a relação entre o deslocamento escalar e o correspondente intervalo de tempo:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s - s_0}{t - t_0}$$

No S.I., a unidade de velocidade é metros por segundo (**m/s**). É também muito comum em nosso dia-a-dia o emprego da unidade quilômetros por hora (km/h).

$$1\frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1.000 \text{ m}}{3.600 \text{ s}} = \frac{1}{3{,}6}\frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow 1 \text{ m/s} = 3{,}6 \text{ km/h}$$

De m/s para km/h: multiplicamos por 3,6.
De km/h para m/s: dividimos por 3,6.

Observações

- A velocidade escalar média não é, genericamente, a simples média aritmética das velocidades.
- A velocidade escalar média é uma grandeza algébrica, ou seja, pode ser positiva, negativa ou nula.

Exercício resolvido

Dois automóveis partiram de uma cidade *A* em direção a uma cidade *B*, na mesma trajetória. O primeiro realizou o percurso em 4,0 h: as primeiras 2,0 h, com velocidade escalar média de 60 km/h e, as 2,0 h restantes, com velocidade escalar média de 30 km/h. O segundo automóvel manteve uma velocidade escalar média de 60 km/h na primeira metade do percurso e uma velocidade escalar média de 30 km/h na segunda metade do percurso.

Qual foi a velocidade escalar média de cada automóvel em todo o percurso?

Resolução

Automóvel 1

Em cada intervalo de 2,0 h, o deslocamento escalar foi de:

$$\Delta s = v \cdot \Delta t$$
$$\Delta s_1 = 60 \cdot 2{,}0 \rightarrow \Delta s_1 = 120 \text{ km}$$
$$\Delta s_2 = 30 \cdot 2{,}0 \rightarrow \Delta s_2 = 60 \text{ km}$$

Portanto, nas 4,0 h de viagem, o deslocamento total foi de 180 km (120 + 60). A velocidade escalar média de todo o percurso foi de:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{180}{4{,}0} \rightarrow \boxed{v_m = 45 \text{ km/h}}$$

Automóvel 2

De acordo com os cálculos efetuados para o automóvel 1, o deslocamento entre as cidades *A* e *B* é de

180 km. O automóvel 2 fez esse percurso em duas etapas de 90 km cada uma. O tempo gasto em cada etapa foi de:

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v_m}$$

$$\Delta t_1 = \frac{90}{60} \rightarrow \Delta t_1 = 1{,}5\ \text{h}$$

$$\Delta t_2 = \frac{90}{30} \rightarrow \Delta t_2 = 3{,}0\ \text{h}$$

Portanto, o automóvel 2 gastou 4,5 h (1,5 + 3,0) para efetuar o percurso de 180 km entre as cidades *A* e *B*. Sua velocidade escalar média foi de:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{180}{4{,}5} \rightarrow \boxed{v_m = 40\ \text{km/h}}$$

Para o automóvel 1, a velocidade escalar média global coincide com a média aritmética das velocidades $\left(45 = \frac{60 + 30}{2}\right)$. Isso ocorre somente no caso particular de os intervalos de tempo despendidos em cada trecho serem iguais.

8. VELOCIDADE ESCALAR INSTANTÂNEA

Suponhamos que, em um dado instante, um motorista olha para o velocímetro do automóvel e observa que ele marca 120 km/h. A indicação do velocímetro se refere à velocidade do automóvel naquele instante, chamada de **velocidade escalar instantânea** (v).

Observações

- Quando a velocidade escalar instantânea é positiva, nesse instante o móvel se desloca a favor da orientação da trajetória. O movimento é dito **progressivo**.
- Quando a velocidade escalar instantânea é negativa, isso significa que, no instante analisado, o móvel se desloca contra a orientação da trajetória. O movimento é dito **retrógrado**.
- Quando a velocidade instantânea é nula, isso não significa que, obrigatoriamente, o corpo esteja em **repouso**. Nesse instante, pode estar havendo apenas uma inversão no sentido do movimento: o corpo está **parado**.

9. ACELERAÇÃO ESCALAR MÉDIA

A aceleração mede com que rapidez acontecem as mudanças na velocidade.

A aceleração escalar média é a relação entre a variação da velocidade escalar instantânea e o correspondente intervalo de tempo:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

Como decorrência da definição, a unidade de aceleração no S.I. é m/s/s = m/s^2. Assim, quando dizemos que a aceleração de um carro é 5 m/s^2, isso significa que a velocidade varia de cinco metros por segundo a cada segundo.

O Sistema Internacional recomenda que, ao se grafar por extenso a unidade de aceleração, seja escrito "metros por segundo por segundo". A intenção dessa regra é evitar que se confunda a unidade m/s^2 com (m/s)^2.

Observações

- A aceleração não indica o sentido do movimento. Ela indica apenas com que rapidez a velocidade varia.
- O fato de uma aceleração ser positiva não implica, obrigatoriamente, que o módulo da velocidade esteja aumentando.

10. ACELERAÇÃO ESCALAR INSTANTÂNEA

A aceleração escalar instantânea é a aceleração do móvel em um determinado instante.

11. CLASSIFICAÇÃO DOS MOVIMENTOS

A classificação dos movimentos pode ser feita de acordo com vários critérios. Alguns desses critérios são:

- **Forma da trajetória**
  A trajetória pode ser retilínea ou curvilínea.
- **Sentido do movimento**
  De acordo com esse critério, o movimento pode ser progressivo ou retrógrado (ver tabela).

Sentido do movimento	Sinal da velocidade	Tipo de movimento
a favor da trajetória	$v > 0$	movimento progressivo
contra a trajetória	$v < 0$	movimento retrógrado

- **Variação da rapidez (módulo da velocidade)**
  De acordo com esse critério, podemos ter:
  - $|v|$ crescente – movimento acelerado – velocidade e aceleração têm o mesmo sentido. A variação da velocidade ocorre no mesmo sentido em que o corpo se movimenta, aumentando a sua rapidez. Em termos algébricos, ou a velocidade e a aceleração são positivas (a favor da trajetória) ou ambas são negativas (contra a trajetória).
  - $|v|$ decrescente – movimento retardado – velocidade e aceleração têm sentidos contrários. A variação da velocidade ocorre num sentido contrário ao que o corpo se move, diminuindo sua rapidez. Em termos algébricos, se a velocidade for positiva (a favor da trajetória), a aceleração será negativa e, se a velocidade for negativa (contra a trajetória), a aceleração que lhe é contrária será positiva.
  - $|v|$ constante – movimento uniforme – aceleração escalar sempre nula.

Os critérios descritos são independentes. Assim, podem ser feitas quaisquer combinações das possibilidades de um critério com as possibilidades de outro.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

7 Um caminhão passa às 7 h pelo km 50 e às 12 h do mesmo dia pelo km 350.

a) Qual foi a velocidade escalar média desse caminhão nesse percurso?

b) Sabendo-se que o limite de velocidade nessa estrada é 80 km/h, é possível garantir-se que em nenhum momento essa velocidade foi ultrapassada?

8 Uma pessoa sai de carro de uma cidade *A*, às 10 h, e dirige-se para uma cidade *B*, distante 400 km de *A*, lá chegando às 15 h do mesmo dia. Durante a viagem, ela parou durante uma hora para almoço e abastecimento. Com base nessas informações, assinale certo ou errado.

I. O tempo da viagem foi 4 h.

II. A distância percorrida pelo carro foi 400 km.

III. Em nenhum momento, o carro ultrapassou o limite de 100 km/h.

IV. A velocidade média da viagem foi 80 km/h.

V. É muito provável que em determinados trechos o carro tenha desenvolvido uma velocidade superior a 100 km/h.

9 Em uma avenida de uma cidade, existem semáforos regularmente espaçados a cada 500 m. Se em todos os semáforos a luz vermelha (sinal de parada) permanece acesa durante 40 s, qual deve ser a velocidade média, em km/h, para que um carro não pare nos semáforos dessa avenida?

10 A distância entre duas cidades é 240 km. Um automóvel faz esse trajeto em duas etapas de 120 km cada. A primeira, com velocidade média de 60 km/h e, a segunda, com velocidade média de 40 km/h. Com base no texto, responda:

a) Quanto tempo ele "gastou" na primeira etapa? E na segunda etapa?

b) Quanto tempo demorou a viagem?

c) Qual foi a velocidade média de todo o trajeto?

d) Se o carro faz 10 km com 1 ℓ de combustível, quantos litros de combustível foram gastos na viagem?

11 (PUC-RS modificado) A velocidade de um carro de Fórmula 1 é reduzida de 324 km/h para 108 km/h num intervalo de tempo de 1,0 s. Assinale verdadeiro ou falso.

I. A aceleração média é –216 km/h/s.

II. O módulo da aceleração média é 60 m/s^2.

III. No intervalo de tempo de 1,0 s, o movimento é retardado.



CID

Exercícios complementares: do 17 ao 20.



EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

12 (Unifor-CE) Assinale certo ou errado.

I. Um corpo em movimento em relação a um referencial está em movimento em relação a qualquer outro referencial.

II. Todo corpo em repouso em relação a um referencial está em repouso em relação a outro referencial que não se movimenta em relação ao primeiro.

III. A forma da trajetória do movimento de uma partícula depende do referencial escolhido.

13 (UnB-DF) Um estudante de Física foi aferido por seu professor da seguinte forma: "A Terra está em movimento ou em repouso?".
Obteve como resposta: "Depende do referencial adotado".
A esse respeito, julgue os itens a seguir:

I. Um passageiro que viaja sentado numa poltrona em um trem em movimento está em repouso quando o sistema de referência é o próprio trem.

II. Um cachorro que acabou de fazer xixi num poste se afasta dele. O poste está em repouso em relação ao cachorro, pois não pode segui-lo.

III. Um ponto material qualquer está em movimento em relação a um determinado referencial quando sua posição nesse referencial varia no decurso do tempo.

14 (U. F. Santa Maria-RS) Em um ônibus que se desloca com velocidade constante, em relação a uma rodovia reta que atravessa uma floresta, um passageiro faz a seguinte afirmação: "As árvores estão deslocando-se para trás".
Essa afirmação é ...., pois, considerando-se .... como referencial, é (são) .... que se movimenta(m).

Selecione a alternativa que completa corretamente as lacunas da frase.

a) correta – a estrada – as árvores

b) correta – as árvores – a estrada

c) correta – o ônibus – as árvores

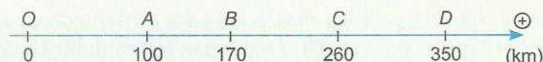
d) incorreta – a estrada – as árvores

e) incorreta – o ônibus – as árvores

15 Um móvel se desloca de *A* para *D* e, em seguida, para o ponto *B*, conforme a figura. Determine:

a) o deslocamento escalar e a distância percorrida no deslocamento de *A* para *D*.

b) o deslocamento escalar e a distância percorrida no deslocamento $A \rightarrow D \rightarrow B$.



16 A trajetória que se vê na figura representa uma rodovia qualquer entre duas cidades brasileiras *A* e *B*. Assinale a alternativa correta.

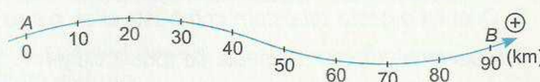
a) Um automóvel no km 50 certamente percorreu 50 km.

b) Um ciclista no km 80 está viajando para a direita.

c) Um homem no km 20 certamente está em repouso.

d) Um automóvel no km 30 ocupa a posição 30 km, podendo ou não estar em movimento.

e) Um homem na origem dos espaços ($S_0 = 0$) está em repouso.



17 (UERJ) Um carro de bombeiros, para atender a um chamado, sai do quartel às 14 h 32 min, percorrendo 10,0 km até o local do sinistro. Tendo chegado a esse local às 14 h 40 min, e gasto 2,5 ℓ de combustível, calcule, para o trajeto de ida:

a) a velocidade média da viatura, em km/h.

b) o consumo médio de combustível, em km/ℓ.

FOTOS: CID



18 (PUC-MG) Num passeio promovido pelo Jeep Clube de Minas Gerais, o navegador recebe uma planilha em que se diz que um trecho de 10 km deve ser percorrido à velocidade de média de 30 km/h. Se o veículo iniciar o trajeto às 11 h 00 min, ele deverá chegar ao final do referido trecho às:

a) 11 h 30 min
b) 11 h 10 min
c) 12 h 40 min
d) 11 h 20 min
e) 14 h 00 min



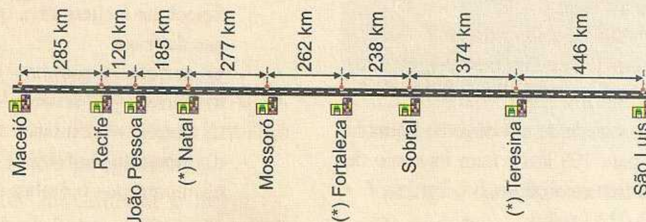
19 (FEI-SP) Um carro faz uma viagem de 200 km a uma velocidade média de 40 km/h. Um segundo carro, partindo uma hora mais tarde, chega ao ponto de destino no mesmo instante que o primeiro. Qual é a velocidade média do segundo carro?

a) 45 km/h
b) 50 km/h
c) 55 km/h
d) 60 km/h
e) 80 km/h



ATIVIDADE ESPECIAL: Roteiro Maceió—São Luís

Quatro pessoas fizeram uma viagem de carro de Maceió (AL) a São Luís (MA), seguindo o roteiro mostrado na figura.



Em relação à viagem, considere as seguintes afirmações:

I. Elas saíram às 6 h da manhã de Maceió com o tanque cheio de combustível.

II. O carro utilizado possuía um tanque de combustível com capacidade para 60 ℓ e, em média, o rendimento do carro foi de 12 km/ℓ.

III. As três paradas realizadas para alimentação e abastecimento de combustível foram feitas nas cidades indicadas na figura com um (*) e todas tiveram a duração de 1,5 hora.

IV. Elas chegaram a Natal às 14 h; no percurso da segunda etapa, elas gastaram 7,5 h e, a terceira e quarta etapas foram percorridas com velocidade média de 70 km/h.

Com base nessas informações, responda às questões.

1. Adotando o marco 0 (zero) em Maceió e orientando a trajetória positivamente no sentido de São Luís, qual é o espaço de cada cidade marcada na figura?

2. Se o marco 0 (zero) for colocado em Mossoró (RN) e a trajetória orientada positivamente no sentido de São Luís, o espaço de Maceió será −867 km e o espaço de São Luís, +1.320 km. Certo ou errado?

3. A que horas elas chegaram a Fortaleza? E em Teresina?

4. A que horas elas chegaram a São Luís?

5. Qual foi o gasto total com combustível se o litro custava R$ 1,14 e o rendimento foi de 12 km/ℓ?

6. Qual foi a velocidade média de toda a viagem?

Capítulo 3

MOVIMENTO UNIFORME E MOVIMENTO VARIADO



Sentados com água até os joelhos
dois vales esperavam pelo outono.
A penumbra com passo de elefante
as ramadas e os troncos arrastados.

Federico García Lorca

Durante vários trechos de uma viagem aérea, o movimento do avião em relação à Terra é aproximadamente uniforme. Em intervalos de tempo iguais, ele realiza deslocamentos iguais. Compreender as propriedades desse tipo de movimento é o ponto de partida para o entendimento dos movimentos em geral.

Imagine agora o pouso desse avião. Ele se aproxima da pista com grande velocidade, toca o solo e sua rapidez vai diminuindo até parar. Nesse caso, estamos diante de um movimento variado, e a análise desse movimento é que nos permite dizer qual é o comprimento da pista necessário para um pouso seguro.

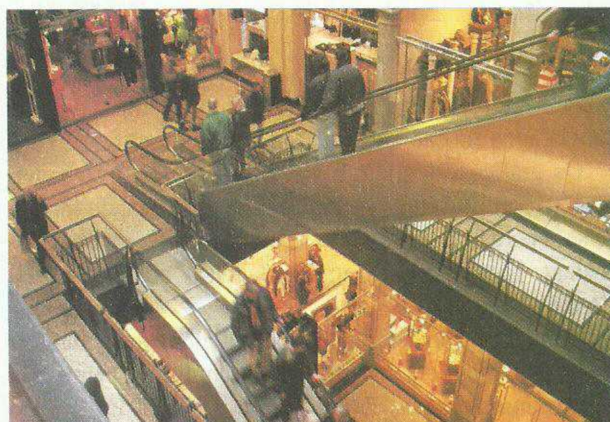
FOTOS: CID



1. MOVIMENTO UNIFORME (M.U.)

Movimento uniforme: a velocidade escalar é uma constante não-nula.

O movimento de uma pessoa transportada numa escada rolante e o movimento da Lua ao redor da Terra são exemplos de movimentos aproximadamente uniformes. Pode acontecer de o movimento de um automóvel numa rodovia também ser uniforme em pequenos intervalos de tempo.



Função horária do espaço

No movimento uniforme, é indiferente falar em velocidade escalar média ou velocidade escalar instantânea, pois a velocidade escalar é constante.

Um ponto importante a ser destacado é que:

Um móvel em M.U. apresenta deslocamentos iguais em intervalos de tempo iguais.

Essa informação pode ser constatada na tabela 1, a seguir. A cada intervalo de tempo de 1 s, o móvel se desloca 3 m. A velocidade escalar é constante e igual a 3 m/s.

Tabela 1 Espaço em função do tempo para um móvel em M.U.

Instante [t (s)]	0	1	2	3	4	5	6
Espaço [s (m)]	4	7	10	13	16	19	22

De um modo geral, temos:

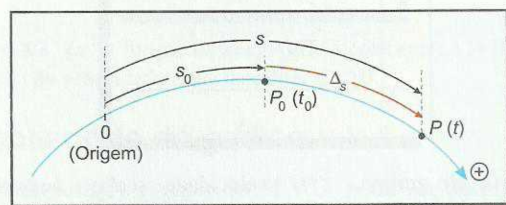


Figura 1 O móvel desloca-se da posição P_0 à posição P em movimento uniforme.

Como $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow \Delta s = v \cdot \Delta t,$

o deslocamento (Δs) é proporcional ao intervalo de tempo (Δt) decorrido. Adotando $t_0 = 0$, esta última expressão pode ser escrita da seguinte forma:

$$s - s_0 = vt \rightarrow \quad s = s_0 + vt$$

Embora a função horária seja uma função do 1º grau, cuja representação no plano cartesiano é uma reta, a trajetória de um movimento uniforme não é obrigatoriamente retilínea.

Gráficos do M.U.

Pode-se representar um movimento por meio de uma tabela, uma função algébrica ou ainda um gráfico.

Os gráficos facilitam a visualização global do movimento, permitindo-nos focalizar um determinado instante sem perder de vista o que aconteceu antes e depois do instante focalizado. São um verdadeiro "boletim" visual do movimento.

Como a função horária do espaço do movimento uniforme é uma função do 1º grau, o gráfico correspondente é uma reta inclinada em relação aos eixos cartesianos. Em relação à velocidade escalar, o gráfico é uma reta paralela ao eixo do tempo, porque a velocidade escalar é constante (figura 2).

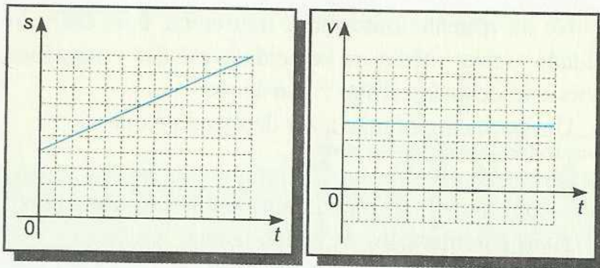


Figura 2 Gráficos do espaço e da velocidade, em função do tempo, para o movimento uniforme.

2. PROPRIEDADES DOS DIAGRAMAS

Na figura 3, observamos que, no triângulo sombreado:

$$\text{tg}\ \alpha = \frac{\Delta s}{\Delta t} = v^*$$

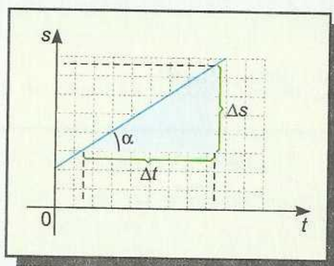


Figura 3 No gráfico $s \times t$, a velocidade escalar é numericamente igual à tangente do ângulo α.

* Em rigor, o quociente é o coeficiente angular da reta. Será a tangente do ângulo se a escala do gráfico for 1:1.

Na figura 4, a área do retângulo destacado é dada por $A = v \cdot \Delta t$ e, como $v \cdot \Delta t = \Delta s$, obtemos, para este exemplo em particular:

$$\Delta s \overset{N}{=} \text{Área}$$

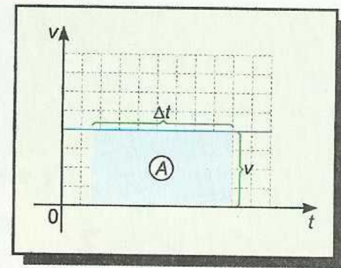


Figura 4 No diagrama $v \times t$, o deslocamento escalar é numericamente igual à área.

Em termos genéricos, devemos lembrar que o deslocamento pode ser negativo (contra a trajetória), mas a área de uma figura será sempre positiva. A área que estiver acima do eixo das abscissas corresponderá a um deslocamento positivo e a área que estiver abaixo do eixo das abscissas vai corresponder a um deslocamento negativo.

Já para o cálculo da distância efetivamente percorrida (d), é indiferente se o movimento está se processando a favor ou contra a orientação da trajetória, e cada área que se avalia, abaixo ou acima do eixo das abscissas, é associada a um número positivo (figura 5).

$$\Delta s = A_1 - A_2 \quad \text{e} \quad d = A_1 + A_2$$

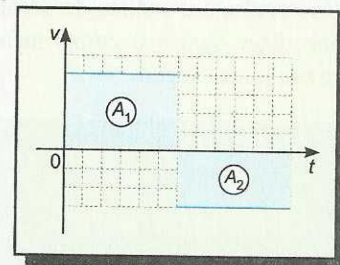


Figura 5 Área acima do eixo do tempo: deslocamento positivo. Área abaixo do eixo do tempo: deslocamento negativo.

3. ENCONTRO DE MÓVEIS

Quando ocorrer o encontro de dois móveis, A e B, eles estarão na mesma posição em uma dada trajetória (figura 6). Nessa situação:

$$s_A = s_B = s_{encontro}$$

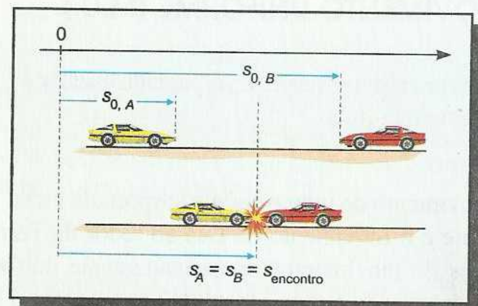


Figura 6 Quando dois móveis se encontram, eles estão na mesma posição de uma dada trajetória.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 (FEI-SP) Em 1946, a distância entre a Terra e a Lua foi determinada pelo radar. Se o intervalo de tempo entre a emissão do sinal de radar e a recepção do eco foi 2,56 s e a velocidade do sinal de radar, $3 \cdot 10^5$ km/s, qual é a distância entre a Terra e a Lua?

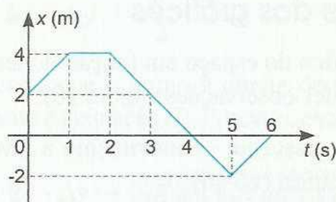
2 Um automóvel parte de uma cidade A, situada no km 40 de uma rodovia, com velocidade constante de 90 km/h, no sentido positivo da orientação da trajetória. Considere as afirmações:

I. Após 2 h, o automóvel encontra-se no km 220 da rodovia.
II. Em 3 h, o automóvel desloca-se 270 km.
III. Se ele se movimentar no sentido negativo da orientação da trajetória, após 2 h seu espaço será –220 km.

Assinale a alternativa correta.

a) Somente I é correta.
b) Somente II é correta.
c) Somente III é correta.
d) Somente I e II são corretas.
e) Todas são corretas.

3 (U. F. Santa Maria-RS) Considere o gráfico no qual a posição x de uma partícula em movimento retilíneo é dada em função do tempo t.

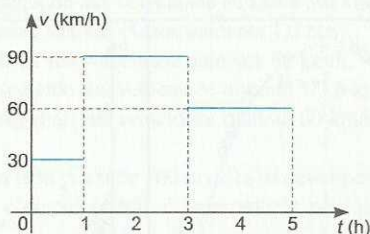


Indique se é verdadeira ou falsa cada afirmativa abaixo:

I. O deslocamento da partícula entre 0 e 3 s é nulo.
II. A velocidade média da partícula entre 0 e 2 s é 1 m/s.
III. Entre 2 s e 6 s, a velocidade da partícula é sempre negativa.

4 (UFCE) Um automóvel move-se numa estrada e sua velocidade varia conforme o gráfico $v \times t$. Sua velocidade média, em km/h, no intervalo de 0 a 5 h, vale:

a) 66 b) 60 c) 20 d) 18 e) 10



5 Em uma estrada, um carro movimenta-se com velocidade constante de 72 km/h no mesmo sentido de um caminhão que se movimenta com velocidade constante de 54 km/h. Num determinado instante, o carro encontra-se 100 m atrás do caminhão.

a) Qual é a velocidade do carro em relação ao caminhão?
b) Em quanto tempo o carro alcança o caminhão?
c) Qual é a distância percorrida pelo carro e pelo caminhão desde o instante inicial até o instante em que o carro alcança o caminhão?

Exercícios complementares: do 12 ao 17.

4. MOVIMENTO VARIADO UNIFORMEMENTE (M.V.U.)

No estudo dos movimentos variados, tem particular importância o movimento que seja variado uniformemente. Nesse tipo de movimento, também conhecido como movimento uniformemente variado, a velocidade varia de uma maneira regular.

> No M.V.U., em intervalos de tempos iguais, têm-se variações de velocidades iguais.

No M.V.U., a aceleração escalar é constante, não-nula:

$$a = a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

Função horária da velocidade

Consideremos um ponto material em movimento uniformemente variado.

Sendo $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{v - v_0}{t - t_0}$ e adotando $t_0 = 0$, escrevemos:

$$v = v_0 + at$$

Essa expressão é a função horária da velocidade escalar no M.V.U.

Como a função horária da velocidade, para o M.V.U., é do 1º grau, o gráfico correspondente é uma reta inclinada em relação aos eixos cartesianos, cujo coeficiente angular é a aceleração (figura 7).

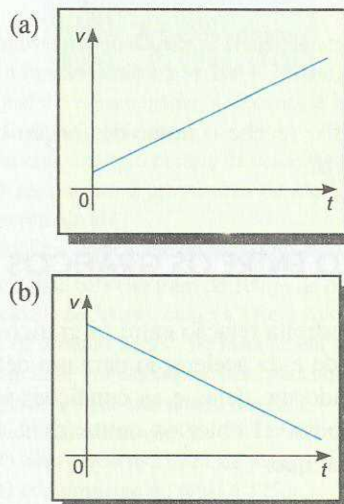


Figura 7 *(a)* A função da velocidade é crescente: $a > 0$. *(b)* A função da velocidade é decrescente: $a < 0$.

Propriedade do gráfico $v \times t$

A aceleração escalar do M.V.U. pode ser obtida com base na figura 8:

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = a \rightarrow a = \text{tg}\,\alpha$$

Função horária dos espaços

O conhecimento da função horária de um movimento talvez seja a meta final para se efetuar sua descrição: em suma, relacionar todas as posições do móvel com os respectivos instantes.

O deslocamento escalar Δs pode ser obtido por meio da área do gráfico $v \times t$ mostrado a seguir.

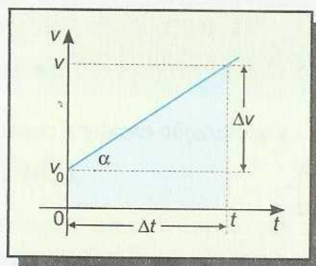


Figura 8 Gráfico da velocidade em função do tempo para um M.V.U.

De acordo com essa propriedade, temos:

$$\Delta s \overset{N}{=} A$$

Como a figura compreendida pelo gráfico é um trapézio, escrevemos:

$$\Delta s = \frac{v + v_0}{2} \cdot t$$

Sendo $v = v_0 + at$, a expressão anterior torna-se:

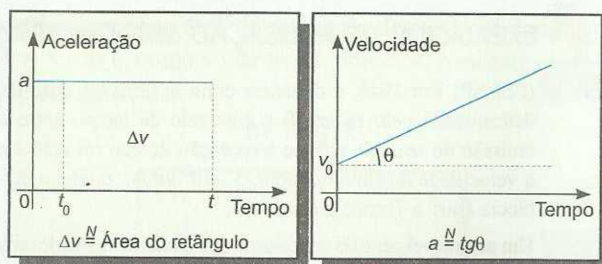
$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

Essa expressão recebe o nome de função horária do espaço do M.V.U.

5. RELAÇÃO ENTRE OS GRÁFICOS *s*, *v* E *a*

Existe uma estreita relação entre os gráficos do espaço, da velocidade e da aceleração para um determinado movimento. Dado um deles e as condições iniciais do movimento, é possível obter os outros dois. Para isso, devemos lembrar que:

- no gráfico da aceleração em função do tempo, podemos obter a variação de velocidade para um dado intervalo de tempo.
- no gráfico da velocidade em função do tempo, podemos obter a aceleração e o deslocamento para um dado intervalo de tempo.
- no gráfico do espaço em função do tempo, podemos obter a velocidade instantânea.



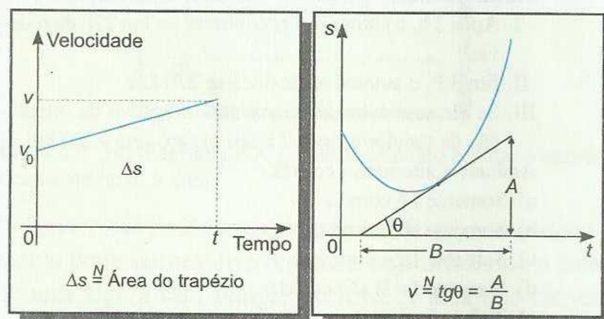


Figura 9 Gráficos da aceleração, da velocidade e do espaço para um M.V.U.

Análise dos gráficos

O gráfico do espaço em função do tempo nos permite as seguintes observações (figura 10):

- espaço crescente → movimento a favor da orientação da trajetória ($v > 0$)
- espaço decrescente → movimento contra a orientação da trajetória ($v < 0$)
- parábola com a concavidade voltada para cima → aceleração positiva ($a > 0$)
- parábola com a concavidade voltada para baixo → aceleração negativa ($a < 0$)

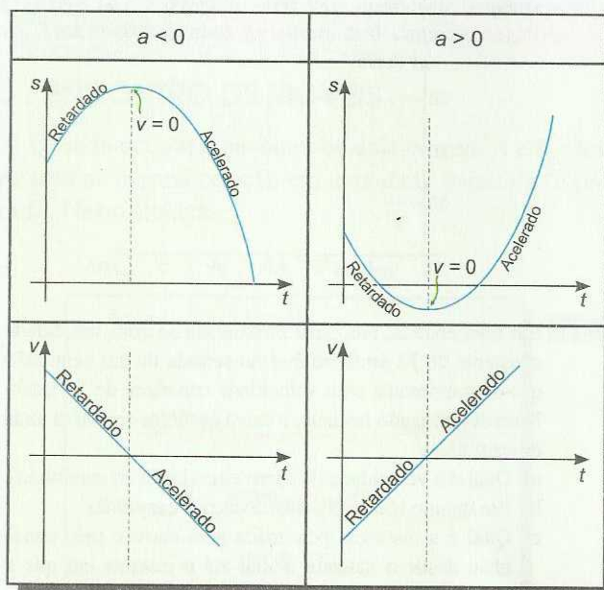


Figura 10 Gráficos do espaço e da velocidade, em função do tempo, para o M.V.U. retardado e acelerado.

6. EQUAÇÃO DE TORRICELLI

A função horária do espaço relaciona as posições com os instantes. Por outro lado, nos movimentos variados, a cada instante tem-se uma velocidade. Podemos, então, estabelecer uma relação direta entre as posições com as respectivas velocidades. Esse procedimento é conveniente nas situações em que a variável tempo não é conhecida.

Vejamos esse procedimento. Na expressão $v = v_0 + at$, vamos elevar ambos os membros ao quadrado:

$$v^2 = (v_0 + at)^2 = v_0^2 + 2v_0at + a^2t^2$$

$$v^2 - v_0^2 = 2v_0at + a^2t^2 = 2a\left(v_0t + \frac{at^2}{2}\right) \quad \text{(I)}$$

E, de acordo com a função horária do espaço:

$$s = s_0 + v_0t + \frac{at^2}{2}$$

Como $\Delta s = s - s_0$,

$$\Delta s = v_0t + \frac{at^2}{2} \quad \text{(II)}$$

Devemos observar que o termo à direita desta última igualdade é o mesmo da equação (I). Portanto, escrevemos:

$$v^2 - v_0^2 = 2a \cdot \Delta s \rightarrow \boxed{v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta s}$$

Essa expressão é conhecida como a **equação de Torricelli.**

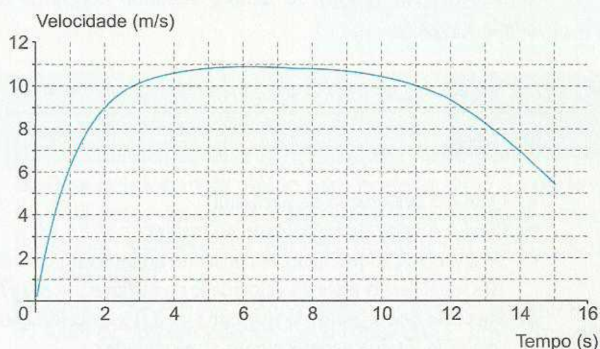


EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

6 (PUC-MG) Dizer que um automóvel tem aceleração igual a 1,0 m/s^2 equivale a afirmar que:

a) a cada segundo sua velocidade aumenta 3,6 km/h.
b) a cada hora sua velocidade aumenta 1,0 m/s^2.
c) a cada hora sua velocidade aumenta 60 km/h.
d) a cada segundo sua velocidade diminui 1/3,6 km/h.
e) a cada segundo sua velocidade diminui 60 km/h.

(Enem) Em uma prova de 100 m rasos, o desempenho típico de um corredor padrão é representado pelo gráfico a seguir:



Baseado no gráfico, responda às questões 7 e 8.

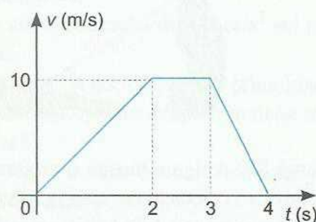
7 Em que intervalo de tempo a velocidade do corredor é aproximadamente constante?

a) Entre 0 e 1 s.
b) Entre 1 e 5 s.
c) Entre 5 e 8 s.
d) Entre 8 e 11 s.
e) Entre 12 e 15 s.

8 Em que intervalo de tempo o corredor apresenta aceleração máxima?

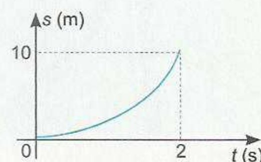
a) Entre 0 e 1 s.
b) Entre 1 e 5 s.
c) Entre 5 e 8 s.
d) Entre 8 e 11 s.
e) Entre 9 e 15 s.

9 Um corpo se move em trajetória retilínea durante 4 s, conforme o gráfico.



Assinale certo ou errado.

I. A velocidade média entre 0 e 4 s foi 10 m/s.
II. Em $t = 4$ s, o corpo voltou ao ponto de partida.
III. A aceleração do corpo entre 0 e 2 s é igual, em módulo, à aceleração entre 3 s e 4 s.
IV. Se o espaço inicial é 10 m, o espaço no instante $t = 2$ s é 20 m.
V. Supondo $s_0 = 0$, o gráfico do espaço (s) em função do tempo, no intervalo de 0 a 2 s, é:



10 Um móvel movimenta-se ao longo de uma reta, de acordo com a função horária: $s = 20t + 2t^2$, em unidades do S.I.

a) Qual é o espaço inicial, a velocidade inicial e a aceleração desse movimento?
b) Escreva a função horária da velocidade do móvel.
c) O movimento é progressivo ou retrógrado? Acelerado ou retardado?
d) Qual é a velocidade do móvel no instante $t = 3$ s?

11 (Mackenzie-SP) Um trem de 100 m de comprimento, com velocidade de 30 m/s, começa a frear com aceleração constante de módulo 2 m/s^2, no instante em que inicia a ultrapassagem de um túnel. Esse trem pára no momento em que seu último vagão está saindo do túnel.

Considere as afirmações:

I. O trem percorre 225 m até parar.
II. O comprimento do túnel é 125 m.
III. Quando o trem inicia a saída do túnel, a sua velocidade é 15 m/s.

Assinale a alternativa correta.

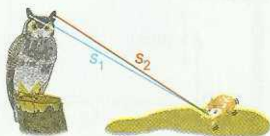
a) Somente I é correta.
b) Somente II é correta.
c) Somente III é correta.
d) Somente I e II são corretas.
e) Todas são corretas.

Exercícios complementares: do 18 ao 22.



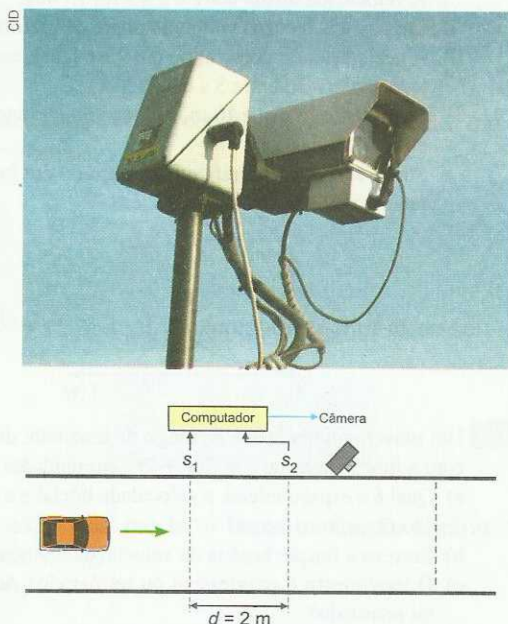
EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

12 (UnB-DF) A coruja é um animal de hábitos noturnos que precisa comer vários ratos por noite. Um dos dados utilizados pelo cérebro da coruja para localizar um rato com precisão é o intervalo de tempo entre a chegada de um som emitido pelo rato a um dos ouvidos e a chegada desse mesmo som ao outro ouvido. Imagine uma coruja e um rato, ambos em repouso. Num dado instante, o rato emite um chiado. As distâncias entre a boca do rato e os ouvidos da coruja valem $s_1 = 10{,}780$ m e $s_2 = 10{,}746$ m. Sabendo que a velocidade do som no ar é 340 m/s, calcule o intervalo de tempo entre as chegadas do chiado aos ouvidos.

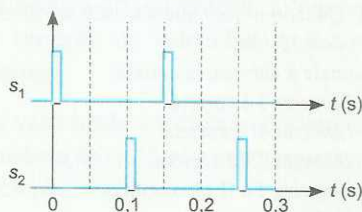


13 (Unicamp-SP) A figura mostra o esquema simplificado de um dispositivo colocado em uma rua para controle de velocidade de automóveis (dispositivo popularmente chamado de *radar*).

CID

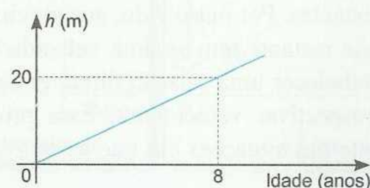


Os sensores S_1 e S_2 e a câmera estão ligados a um computador. Os sensores enviam um sinal ao computador sempre que são pressionados pelas rodas de um veículo. Se a velocidade do veículo está acima da permitida, o computador envia um sinal para que a câmera fotografe sua placa traseira no momento em que esta estiver sobre a linha tracejada. Para um certo veículo, os sinais dos sensores foram os seguintes:



a) Determine a velocidade do veículo em km/h.
b) Calcule a distância entre os eixos do veículo.

14 (FEI-SP) A altura de uma árvore varia conforme sua idade, de acordo com o gráfico.



a) Qual é a velocidade de crescimento da árvore?
b) Qual será a altura da árvore quando ela estiver com 36 anos?

15 Um automóvel deslocou-se durante 1 h com velocidade constante de 60 km/h e, a seguir, por mais meia hora, com velocidade constante de 42 km/h.

a) Faça o gráfico da velocidade, em km/h, em função do tempo, em horas.
b) Calcule, a partir do gráfico, a velocidade média do automóvel para o intervalo de tempo de 1 h 30 min.

16 (PUC-SP) Alberto saiu de casa para o trabalho exatamente às 7 h, desenvolvendo, com seu carro, uma velocidade constante de 54 km/h. Pedro, seu filho, percebe imediatamente que o pai esqueceu sua pasta com documentos e, após 1 min de hesitação, sai para encontrá-lo, movendo-se também com velocidade constante. Excelente aluno de Física, calcula que, como saiu 1 min após o pai, demorará exatamente 3 min para alcançá-lo. Para que isso seja possível, qual é a velocidade escalar do carro de Pedro?

a) 60 km/h
b) 66 km/h
c) 72 km/h
d) 80 km/h
e) 90 km/h

17 Dois automóveis, *A* e *B*, movimentam-se, simultaneamente, em uma mesma trajetória, e suas funções horárias do espaço são dadas por: $s_A = 300 - 70t$ e $s_B = 40 + 60t$ (*s* em km e *t* em h).

a) Trace, em um mesmo diagrama, os gráficos $s \times t$ para os dois automóveis.
b) Determine, pelo gráfico, o instante e a posição de encontro dos automóveis.

18 (U. F. Santa Maria-RS) Um automóvel, em uma trajetória retilínea, percorre a mesma distância em tempos cada vez mais curtos, a favor da trajetória. A velocidade e a aceleração desse automóvel são, respectivamente:

a) constante e nula.
b) crescente e positiva.
c) decrescente e negativa.
d) crescente e nula.
e) decrescente e positiva.

19 (FFBH-MG) Uma partícula em movimento retilíneo tem a velocidade, em função do tempo, variando conforme a tabela a seguir:

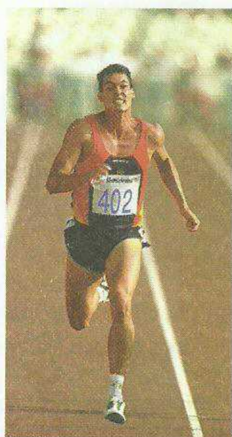
v (m/s)	2,0	4,0	6,0	8,0
t (s)	0	1,0	2,0	3,0

a) Qual é a aceleração da partícula?
b) Qual é o valor da velocidade no instante $t = 1{,}5$ s?
c) Se a aceleração permanecer constante no intervalo de 0 a 10 s, qual será o valor da velocidade no instante $t = 8{,}0$ s?
d) Suponha que a partir do instante $t = 3{,}0$ s a aceleração seja nula. O que acontece com a velocidade?

20 (Vunesp) Um atleta de corrida de curto alcance, partindo do repouso, consegue imprimir a si próprio uma aceleração constante de 5,0 m/s^2 durante 2,0 s e, depois, percorre o resto do percurso com a mesma velocidade adquirida no final do período de aceleração.

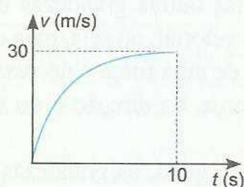
a) Esboce o gráfico da velocidade do atleta em função do tempo, numa corrida de 5,0 s.

b) Qual é a distância total que ele percorre nessa corrida de 5,0 s?



FOTOS: CID

21 (UnB-DF) Um fabricante de carros esportivos construiu um carro que, na arrancada, é capaz de passar de 0 a 108 km/h (30 m/s) em 10 s, percorrendo uma distância *d*. A figura representa o gráfico $v \times t$ do carro, durante a arrancada.





a) Calcule a aceleração escalar média do carro durante a arrancada, em m/s^2.

b) Para percorrer a primeira metade da distância *d*, nessa arrancada, o carro gastou 5 s, mais de 5 s ou menos de 5 s? Justifique a sua resposta.

22 Um trem de metrô parte do repouso, em uma estação, e acelera durante 10 s, até atingir a velocidade de 72 km/h (20 m/s), mantendo-a constante durante 40 s. Em seguida, freia, produzindo uma aceleração de -1 m/s^2 até parar na estação seguinte.



a) Qual é o valor da aceleração nos primeiros 10 s?

b) Depois de frear, quanto tempo o trem de metrô demora para parar?

c) Quanto tempo o trem de metrô demora para chegar à estação seguinte?

d) Construa o gráfico da velocidade em função do tempo para esse movimento.

e) A partir do gráfico, determine a distância percorrida pelo trem de metrô em cada etapa: acelerada; velocidade constante e retardada.

f) Qual é a distância entre as duas estações?

ATIVIDADE ESPECIAL: *Corsa versus Gol*

A revista *Auto Esporte* traz, em sua edição de julho de 99, os testes realizados com dois modelos de carros 1.0, 16v: o Corsa Super da GM e o Gol da VW. Alguns dos resultados estão mostrados nas tabelas a seguir.

Aceleração

	Corsa Super	Gol 1.0 16v
0 – 60 km/h	6,8 s	6,2 s
0 – 80 km/h	11,4 s	10,4 s
0 – 100 km/h	17,5 s	16,1 s
0 – 120 km/h	26,7 s	24,7 s
0 – 400 m	20,6 s	19,9 s

Distâncias de parada

	Corsa Super		Gol 1.0 16v	
	sem trav.	com trav.	sem trav.	com trav.
60 – 0 km/h	20,5 m	22,0 m	19,0 m	21,1 m
80 – 0 km/h	35,8 m	39,1 m	34,2 m	37,5 m
100 – 0 km/h	54,5 m	61,1 m	50,4 m	58,6 m

Consumo

	Corsa Super	Gol 1.0 16v
Em estrada	13,4 km/ℓ	13,9 km/ℓ
Autonomia aproximada em estrada	616 km	708 km

Com base nos dados apresentados, responda às questões.

1. Qual é a aceleração média, em m/s^2, de cada carro para o intervalo de 0 a 60 km/h?
2. Algum deles apresenta aceleração média constante para os intervalos de 0 – 60 km/h; 0 – 80 km/h e 0 – 120 km/h?
3. Qual deles é mais rápido para acelerar de 0 a 100 km/h? Qual é a diferença em segundos?
4. Qual deles apresenta maior aceleração média dos freios, sem travamento, para o intervalo de 80 km/h – 0?
5. Usando a equação de Torricelli, determine a aceleração dos freios para cada um deles no intervalo de 100 km/h – 0, sem travamento.
6. Qual deles é mais econômico em estrada? Quantos quilômetros cada um deles faz com 10 litros de combustível?
7. Qual é, aproximadamente, a capacidade, em litros, do tanque de combustível de cada carro?

Capítulo 4

LEIS DE NEWTON

Guia-me só a razão,
Não me deram mais guia.
Alumia-me em vão?
Só ela me alumia.

Fernando Pessoa

Quando erguemos uma mala, arrastamos uma caixa ou empurramos um carro, estamos exercendo força nesses corpos. Em uma outra situação, nossa experiência do cotidiano mostra que, em dias chuvosos, um carro precisa de maior distância para parar. Em todos esses casos, há relação entre as forças que estão agindo e as alterações que sofre o movimento.

Como agem as forças? Qual é a influência que as forças têm nos vários tipos de movimento? As respostas a essas perguntas vieram na segunda metade do século XVII, organizadas por Isaac Newton em três leis fundamentais.

Pouco antes, nos séculos XV e XVI, após um longo período de pouco avanço científico que foi a Idade Média, tivemos o Renascimento, com a retomada do interesse pela filosofia natural, pelas artes, música etc.

Os trabalhos de Nicolau Copérnico, Johannes Kepler, sem esquecer Galileu Galilei, com seu método científico, permitiram ao brilhantismo de Newton a elaboração dos princípios do que hoje conhecemos por Mecânica Clássica.



Nicolau Copérnico (1473-1543).



Isaac Newton (1642-1727).



Galileu Galilei (1564-1642).



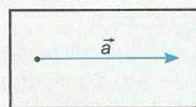
Johannes Kepler (1571-1630).

1. FORÇA

Normalmente utilizamos a força com o propósito de empurrar, puxar ou levantar objetos. A força também pode provocar deformações nos objetos nos quais ela age. Mas, qualquer que seja o seu efeito, podemos entender uma força como resultado da interação entre dois corpos. Um corpo não exerce força sobre si mesmo.

Como muitas outras grandezas em Física, a força é uma grandeza vetorial, ou seja, para que tenhamos a idéia exata da ação de uma força é necessário o conhecimento do valor da força, da direção e do sentido de aplicação dessa força.

De um modo geral, as grandezas vetoriais são representadas por um **vetor**: um segmento de reta orientado que compreende um **módulo** ou **intensidade** (valor numérico), uma **direção** (reta suporte do segmento orientado) e um **sentido** (orientação do segmento de reta). A figura abaixo representa uma grandeza vetorial.



($\vec{a}$: leia-se vetor a)

Na natureza, é comum encontrar corpos sujeitos à ação simultânea de várias forças. Nesses casos, um procedimento prático consiste em substituir todas as forças aplicadas por uma só, chamada **força resultante**. A força resultante representa a ação conjunta de todas as forças que agem no corpo e, portanto, sozinha produz o mesmo efeito que todas as outras juntas.

A determinação da força resultante é feita por meio de regras especiais, aplicadas às grandezas vetoriais em geral, que veremos no item Adição de Vetores.

No Sistema Internacional, a unidade de força é o newton (N). Outras unidades também utilizadas são: kgf (quilograma-força) e dyn (dina).

$1\text{kgf} = 9{,}8\ \text{N} \quad 1\ \text{N} = 10^5\ \text{dyn} \quad 1\ \text{kgf} = 9{,}8 \cdot 10^5\ \text{dyn}$

2. ADIÇÃO DE VETORES

A adição de vetores pode ser feita por intermédio de três métodos: o do polígono, o do paralelogramo e o das projeções ortogonais.

Método do polígono

A regra do polígono pode ser utilizada na adição de qualquer número de vetores. Para sua aplicação, devemos colocar os vetores de modo que:

- a origem do segundo vetor coincida com a extremidade do primeiro;
- a origem do terceiro coincida com a extremidade do segundo, e assim sucessivamente.

O vetor soma é determinado ligando-se a origem do primeiro vetor à extremidade do último vetor traçado (figura 1).

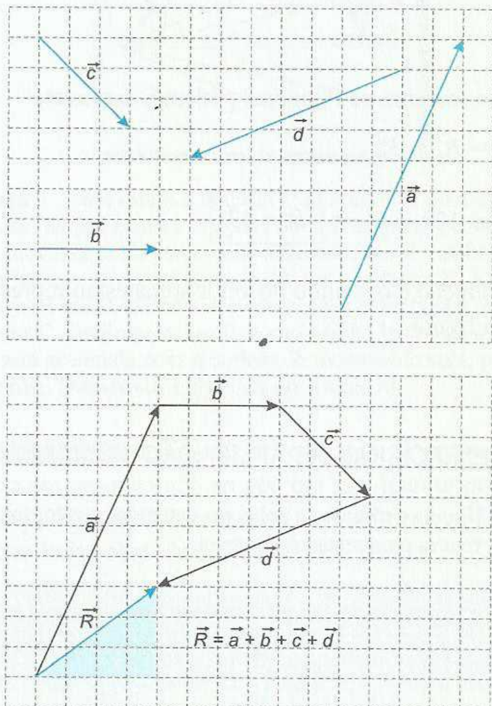


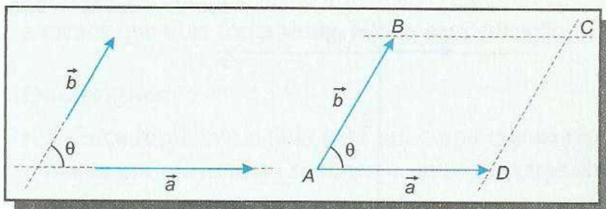
Figura 1 Adição de quatro vetores pela regra do polígono.

Método do paralelogramo

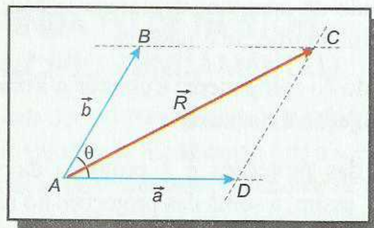
A regra do paralelogramo é aplicada somente à adição de dois vetores. Essa regra permite determinar o módulo do vetor soma para qualquer que seja o ângulo entre os vetores somados.

Dados dois vetores, $\vec{a}$ e $\vec{b}$, o vetor $\vec{S}$ (soma) ou $\vec{R}$ (resultante), que representa a adição dos vetores dados, é obtido do seguinte modo:

- sem alterar o módulo, a direção e o sentido de cada vetor, desenhamos os dois vetores com suas origens coincidentes. A partir da extremidade do vetor $\vec{a}$, traçamos um segmento de reta paralelo ao vetor $\vec{b}$. Em seguida, a partir da extremidade do vetor $\vec{b}$, traçamos um outro, paralelo ao vetor $\vec{a}$.



- o vetor soma ($\vec{S}$ ou $\vec{R}$) é obtido ligando-se o ponto origem comum dos vetores ao ponto de cruzamento dos segmentos de reta traçados.



Sendo θ o ângulo entre os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, o módulo do vetor soma é dado por:

$$s = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos \theta}$$

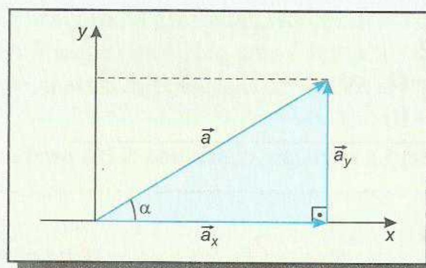
Observações

- O valor máximo para o módulo do vetor soma se obtém para a soma de dois vetores de mesma direção e mesmo sentido: $R = a + b$.
- O valor mínimo para o módulo do vetor soma se obtém para a soma de dois vetores de mesma direção e sentidos contrários: $R = a - b$, $(a > b)$.
- O módulo do vetor soma pode assumir todos os valores compreendidos entre o valor máximo e o valor mínimo: $|a - b| \leq |\vec{R}| \leq a + b$

Método das projeções ortogonais

Todo vetor pode ser representado por dois outros vetores, perpendiculares entre si, chamados componentes do vetor dado. Assim, dado um vetor $\vec{a}$, ele pode ser decomposto em dois outros vetores $\vec{a}_x$ e $\vec{a}_y$, que recebem o nome de componentes do vetor $\vec{a}$ nos eixos retangulares x e y.

A figura 2 ilustra o procedimento para a decomposição de um vetor. As relações matemáticas entre o vetor $\vec{a}$ e seus componentes retangulares, $\vec{a}_x$ e $\vec{a}_y$, são dadas pelo teorema de Pitágoras e pelas relações trigonométricas no triângulo retângulo.



$$a^2 = a_x^2 + a_y^2$$

$$\cos \alpha = \frac{a_x}{a} \Rightarrow a_x = a \cdot \cos \alpha$$

$$\text{sen } \alpha = \frac{a_y}{a} \Rightarrow a_y = a \cdot \text{sen } \alpha$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{a_y}{a_x}$$

Figura 2 a_x e $\vec{a}_y$ são os componentes retangulares de $\vec{a}$.

Chamamos de **projeção** a medida algébrica do segmento que o componente determina no eixo, de acordo com o seguinte critério:

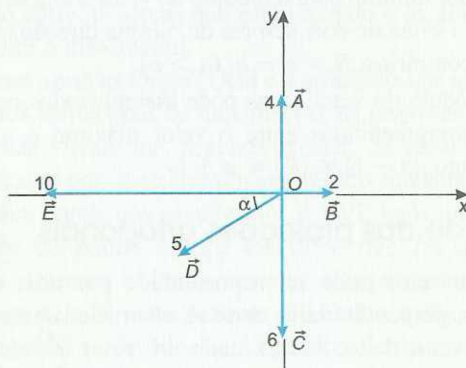
- Se o sentido do componente concorda com a orientação do eixo, a projeção é positiva.
- Se o sentido do componente é contrário à orientação do eixo, a projeção é negativa.

A soma das projeções é a projeção da soma. Determinamos, assim, a soma das projeções no eixo Ox ($\vec{R}_x$) e no eixo Oy ($\vec{R}_y$). O módulo do vetor soma pode ser obtido pelo teorema de Pitágoras: $R^2 = R_x^2 + R_y^2$

Exercício resolvido

A figura representa vários vetores com uma origem comum. O módulo de cada um desses vetores está indicado ao lado de sua extremidade, em unidades arbitrárias.

Considere sen α = 0,6 e cos α = 0,8. Determine $R = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D} + \vec{E}$, usando o método das projeções.



Resolução

Usando os critérios descritos no método das projeções, obteremos as projeções de cada um dos vetores apresentados.

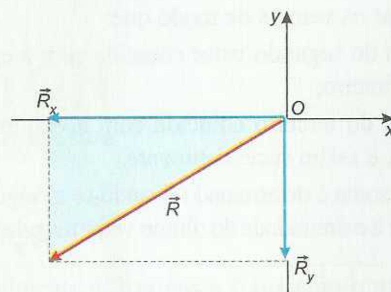
$A_x = 0$
$B_x = 2$
$C_x = 0$
$D_x = -D \cdot \cos\alpha = -5 \cdot 0{,}8 = -4$
$E_x = -10$

$R_x = -12$

$A_y = 4$
$B_y = 0$
$C_y = -6$
$D_y = -D \cdot \text{sen}\,\alpha = -5 \cdot 0{,}6 = -3$
$E_y = 0$

$R_y = -5$

Pelos sinais das somas dos componentes, concluímos que o componente resultante na direção Ox é para a esquerda e o componente resultante na direção Oy é para baixo. O vetor soma pode então ser representado como segue.



Pelo teorema de Pitágoras podemos escrever:

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2$$

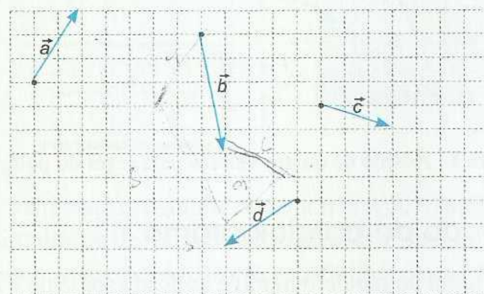
$$R^2 = 12^2 + 5^2 \rightarrow \boxed{R = 13}$$

A direção e o sentido do vetor soma estão representados na figura.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

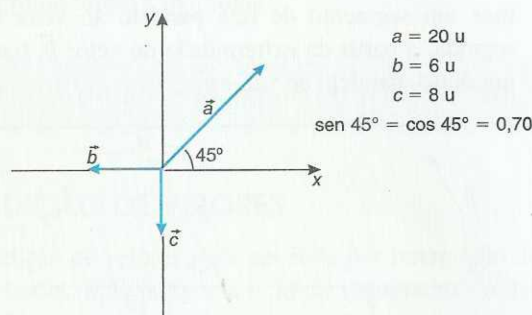
1 Usando o método do polígono, determine o vetor soma dos vetores representados na figura.



2 Dados dois vetores, de módulos a = 20 u e b = 15 u, determine o módulo do vetor soma desses vetores nos seguintes casos:

a) os vetores dados são paralelos e de mesmo sentido.
b) os vetores dados são paralelos e de sentidos contrários.
c) os vetores dados são perpendiculares entre si.

3 Dados os vetores mostrados na figura, determine o módulo do vetor soma pelo método das projeções ortogonais.



3. PRIMEIRA LEI DE NEWTON (PRINCÍPIO DA INÉRCIA)

Um corpo em movimento tende, por inércia, a manter-se em movimento. Um corpo em movimento, sob a ação de força resultante nula, por inércia, se mantém em movimento.

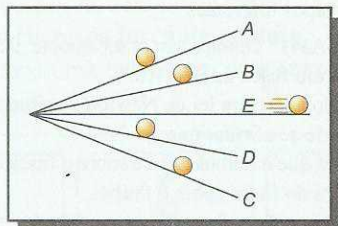


Figura 3 Uma esfera é lançada com a mesma velocidade inicial em rampas cuja inclinação com a horizontal é diversa: em *A*, o movimento do corpo será retardado; em *B*, também retardado, só que um pouco menos do que em *A*; em *C*, a esfera é acelerada; em *D*, também acelerada, só que um pouco menos do que em *C*. Finalmente, em *E*, como não há inclinação, a esfera não será acelerada nem retardada: o movimento será, portanto, uniforme. (Justificativa proposta por Galileu.)

O mesmo podemos dizer do estado de repouso. Um corpo em repouso não se põe em movimento por si só. Para que um corpo em repouso se movimente, é necessário que haja sobre ele a ação de uma força.

Um corpo em repouso tende, por inércia, a manter-se em repouso.

De um modo geral:

Inércia é a propriedade que a matéria tem de manter o seu estado de repouso ou de movimento.

Assim, as **forças são necessárias para alterar o estado de repouso ou de movimento de um corpo, devendo, portanto, ser relacionadas às variações de velocidade e não à velocidade.**

A primeira lei de Newton, ou lei da inércia, nos diz que:

Sob condição de força resultante nula, um corpo permanece em repouso ou em movimento com velocidade vetorial constante.

Uma conclusão importante da lei da inércia é que um corpo, ao se movimentar em linha reta e com velocidade constante, mantém-se nesse movimento indefinidamente, a menos que uma força venha alterar essa situação.

Observações

- A força resultante é nula para um corpo que se movimenta em movimento retilíneo e uniforme (equilíbrio dinâmico).
- A força resultante também é nula para um corpo em repouso (equilíbrio estático): as forças que agem no corpo se equilibram e a força resultante é nula.

4. SEGUNDA LEI DE NEWTON (PRINCÍPIO FUNDAMENTAL)

A segunda lei de Newton relaciona força resultante e variação de velocidade. Lembrando que a aceleração representa a variação de velocidade por unidade de tempo, temos:

$$\vec{R} = m\,\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \rightarrow \vec{R} = m\vec{a}$$

Nessa expressão, $\vec{R}$ é a resultante das forças aplicadas; m é a massa do corpo (uma medida de sua inércia) e $\vec{a}$ é a aceleração total que o corpo adquire (variação da velocidade vetorial por unidade de tempo).

As grandezas vetoriais $\vec{R}$ e $\vec{a}$ possuem, sempre, a mesma direção e o mesmo sentido.

No Sistema Internacional de Unidades, utilizamos a massa em quilogramas (**kg**), a aceleração em metros por segundo por segundo (**m/s²**) e a força em newton (**N**).

5. TERCEIRA LEI DE NEWTON (PRINCÍPIO DA AÇÃO E REAÇÃO)

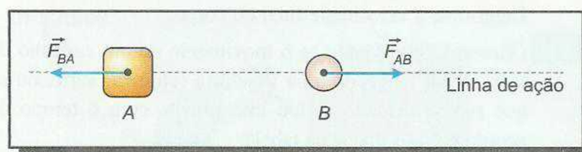
No Universo, as forças aparecem aos pares, sendo fruto da interação entre dois corpos. Quando dois corpos interagem, essa interação tem uma determinada intensidade que é igual nos dois corpos, mas seus efeitos podem ser diferentes. Por exemplo, se chutarmos uma pedra (**ação**), sentiremos em nosso pé os efeitos (**reação**) desse ato; se estivermos com patins e empurrarmos uma parede (**ação**), seremos empurrados em sentido contrário pela parede (**reação**).

Não existe uma ação sem a correspondente reação.

O princípio da ação e reação, ou terceira lei de Newton, estabelece que:

Se um corpo *A* exerce uma força em um corpo *B*, o corpo *B* reage em *A* com uma força de mesma intensidade, mesma direção, mas de sentido contrário.

Com base nesse enunciado, vejamos a figura 4:



$$\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB} \quad \text{e} \quad F_{BA} = F_{AB}$$

Figura 4 A força $\vec{F}_{AB}$, que o corpo *A* exerce sobre o corpo *B*, é igual em módulo, de mesma direção, mas de sentido contrário à força $\vec{F}_{BA}$, que o corpo *B* exerce sobre o corpo *A*. Isso acontece sempre, independentemente da massa e do tamanho de cada corpo.

Observações

- **Não existe uma força de ação sem a correspondente força de reação**, ou seja, é impossível um corpo agir sobre outro e não sofrer a conseqüente reação.
- **A ação e a reação são simultâneas**, ou seja, não existe a possibilidade de acontecer uma e depois a outra; elas acontecem no mesmo instante.
- **Elas podem apresentar efeitos diferentes:** quando uma bola bate numa vidraça, quebra o vidro, mas não a bola, embora estejam sujeitas a uma força de mesma intensidade.
- **É indiferente dizer qual delas é a ação e qual a reação.**
- **Elas não admitem resultante**, pois são aplicadas em corpos diferentes.
- **A ação e a reação são de mesma natureza**; possuem sempre a mesma intensidade, a mesma linha de ação (direção), mas sentidos contrários.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

4 (U. F. Santa Maria-RS) Um dos fatores importantes para a obrigatoriedade do uso do cinto de segurança pelos passageiros de veículos automotores é que, nas freadas, os passageiros .... o seu estado de movimento, sendo, portanto, ... Esse fato pode ser atribuído à ....

Selecione a alternativa que apresenta as palavras que completam, na seqüência correta, as lacunas do texto.

a) não mantêm – projetados para a frente – lei da inércia
b) mantêm – projetados para trás – lei da ação e reação
c) mantêm – projetados para a frente – lei da inércia
d) não mantêm – projetados para a frente – lei da ação e reação
e) não mantêm – projetados para trás – lei da inércia

5 (Cefet-PR) Sobre um automóvel que percorre um trecho reto e horizontal de uma estrada com velocidade máxima de 144 km/h, são feitas as seguintes afirmações:

I. A resultante das forças que atuam no veículo tem a direção e o sentido do movimento.
II. Sua velocidade é equivalente a 40 m/s.
III. Sua inércia é menor do que quando estava em repouso.

Está(ão) correta(s):

a) somente I.
b) somente II.
c) somente III.
d) somente I e II.
e) I, II e III.

6 Uma força resultante de 30 N age sobre um corpo de massa igual a 5,0 kg, inicialmente em repouso, durante 5,0 s. Determine a velocidade final do corpo.

7 (Vunesp) Observando-se o movimento de um carrinho de 0,40 kg ao longo de uma trajetória retilínea, verificou-se que sua velocidade variou linearmente com o tempo de acordo com os dados da tabela.

t (s)	0	1	2	3	4
v (m/s)	10	12	14	16	18

No intervalo de tempo considerado, a intensidade da força resultante que atuou no carrinho foi, em newtons, igual a:

a) 0,40 b) 0,80 c) 1,0 d) 2,0 e) 5,0

8 (U. F. Santa Maria-RS) Sempre que um corpo A exerce uma força sobre um corpo B, o corpo B também exerce uma força sobre o corpo A. A primeira força é conhecida como força de ação, e a segunda, como força de reação. Tendo em vista as características dessas forças, associe a coluna da direita com a coluna da esquerda.

1. semelhante	( ) módulo
2. mesmo(a)	( ) sentido
3. contrário(a)	( ) direção
4. no mesmo corpo	( ) ponto de aplicação
5. em corpos diferentes	

9 (Unama-AM) "Ônibus sai praticamente ileso da colisão que destruiu fusca na BR-316."

Aplicando a terceira lei de Newton na situação descrita no texto, pode-se afirmar que:

a) a força que o ônibus exerce sobre o fusca é maior do que a força do fusca sobre o ônibus.
b) o fusca provavelmente estava parado, pois só houve força do ônibus sobre o fusca.
c) o ônibus e o fusca sofreram forças iguais em intensidade, independentemente dos danos sofridos por cada um.
d) a situação descrita não permite tirar conclusões sobre as forças envolvidas.
e) as forças trocadas entre os corpos foram iguais em módulo, direção e sentido.

Exercícios complementares: do 13 ao 17.

6. FORÇA PESO

A força com a qual os astros em geral atraem os corpos é chamada de peso, em rigor, força peso.

A força peso é uma força de ação a distância. Quanto maior a massa de um corpo, mais fortemente ele é atraído por outro (figura 5).

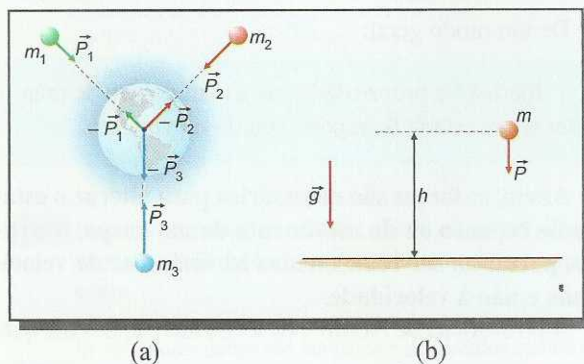


Figura 5 *(a)* Uma visão panorâmica de três corpos de massas m_1, m_2 e m_3 atraídos pela Terra (massa M): as direções das forças gravitacionais são radiais, ou seja, as retas suporte das forças passam pelo centro da Terra. *(b)* Uma visão local em uma região próxima à superfície da Terra: o corpo é atraído verticalmente e para baixo, ou seja, para o centro da Terra.

A força peso é dada pelo produto da massa (m) do corpo pelo campo gravitacional local ($\vec{g}$):

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

Para pontos situados até 10 km da superfície da Terra, podemos considerar o vetor campo gravitacional praticamente constante: 9,8 N/kg, vertical e para baixo.

Na linguagem cotidiana, é comum o termo "peso" ser utilizado erradamente para designar a massa de um corpo. Peso e massa são grandezas distintas. Por exemplo, na Lua um astronauta terá um sexto do peso que teria na superfície da Terra, conservando, no entanto, sua massa.

7. FORÇA DE CONTATO

Quando temos dois sólidos, um comprimindo o outro, a rigidez dos corpos no sentido de impedir a interpenetração resulta na chamada **força de contato**.

Consideremos uma pessoa em pé e em repouso sobre uma rampa (figura 6).

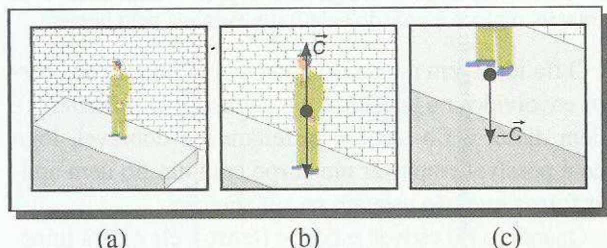


Figura 6 *(a)* Devido à atração da Terra sobre a pessoa, seus pés tendem a penetrar na rampa; esta reage com uma força denominada força de contato ($\vec{C}$). *(b)* Diagrama de forças na pessoa (ela foi representada por um ponto material). *(c)* Diagrama de forças na rampa.

A pessoa é atraída pela Terra e, se não fosse a interação com a rampa, ela seria acelerada para baixo. Os pés da pessoa aplicam uma força no sentido de penetrar na rampa, mas esta impede que isso aconteça, exercendo sobre eles uma força vertical e para cima que equilibra o peso já que a pessoa se encontra em repouso. Portanto, a força resultante é nula. Na figura, as forças $\vec{C}$ e $-\vec{C}$ constituem um par ação-reação (interação entre os dois corpos: pessoa e rampa).

As componentes da força de contato

A força de contato pode ser decomposta em duas. Uma delas, normal à superfície de contato, age no sentido de se opor à penetração, chamada de **força normal** ($\vec{N}$) devido a sua direção. A outra, tangente às superfícies em contato, age no sentido de se opor ao deslizamento (movimento relativo de duas superfícies em contato), chamada de força de atrito ($\vec{A}$).

A **força normal** – componente da força de contato – age sempre no sentido de empurrar os corpos impedindo a interpenetração, nunca no sentido de puxar (figura 7).

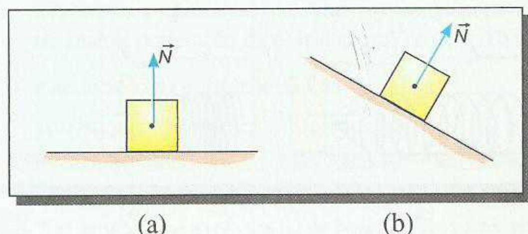


Figura 7 Forças normais nas superfícies de contato: *(a)* bloco apoiado em um plano horizontal; *(b)* bloco apoiado em um plano inclinado.

A **força de atrito** – a outra componente da força de contato – não existe sem a primeira componente, ou seja, é necessário que haja uma compressão entre os corpos para haver uma força de atrito. Mas o fato de existir uma compressão não implica, necessariamente, a existência de uma força de atrito.

A força de atrito surge devido às rugosidades das superfícies, muitas vezes microscópicas, que irão se opor ao deslizamento. A força de atrito age sobre uma pessoa em repouso em uma rampa, evitando que ela deslize para baixo. Ela age sobre a pessoa numa direção tangente à superfície de contato, rampa acima. Reciprocamente, sua reação vai atuar na rampa, para baixo (figura 8).

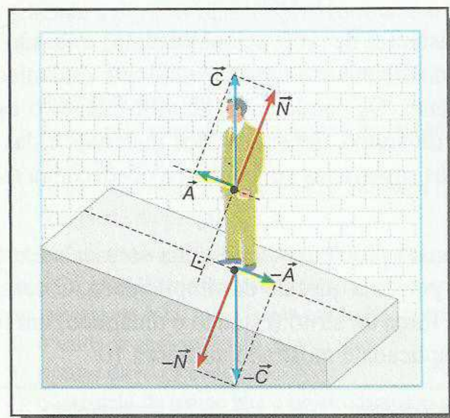


Figura 8 Uma pessoa em repouso sobre uma rampa: a força peso e de contato (normal e de atrito) foram assinaladas na pessoa e na rampa. Os pares $\vec{C}$ e $-\vec{C}$; $\vec{N}$ e $-\vec{N}$; $\vec{A}$ e $-\vec{A}$ constituem pares ação-reação.

8. ATRITO ESTÁTICO E DINÂMICO

A força de atrito estático é uma força passiva, ou seja, existe somente quando há a solicitação. Se o homem for aumentando progressivamente a força aplicada (figura 9), a força de atrito estático também vai aumentando, passivamente, equilibrando a solicitação e mantendo o repouso relativo das duas superfícies em contato, até atingir um valor máximo, que é o valor da força de atrito de destaque. Quando a força aplicada pelo homem supera a força de atrito de destaque, tem início o deslizamento:

- se $F < A_{máx.}$ → repouso com tendência de movimento: $A = F$
- se $F = A_{máx.}$ → iminência de movimento: $A_{máx.} = F$
- se $F > A_{máx.}$ → início do movimento: força de atrito dinâmico

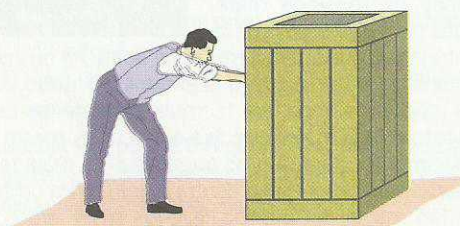


Figura 9 Um homem empurra uma caixa sobre uma superfície rugosa, sem conseguir movimentá-la. A força de atrito estático age no sentido de se opor à tendência de movimento.

A intensidade da força de atrito estático máximo é proporcional à força normal trocada entre os corpos em contato:

$$A_{máx.} = \mu_e N$$

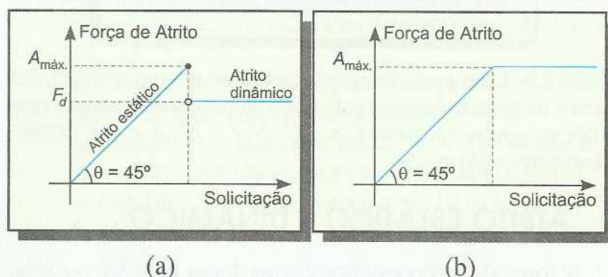
Superado o ponto de destaque, inicia-se o deslizamento. Verifica-se, a partir desse ponto, que a intensidade da força de atrito se mantém praticamente constante, num valor um pouco abaixo do atrito de destaque, configurando a situação de **atrito dinâmico**. Essa força também é proporcional à força normal trocada entre as superfícies:

$$A_{din.} = \mu_d N$$

As constantes de proporcionalidade μ_e e μ_d são denominadas coeficientes de atrito, estático e dinâmico, respectivamente. Os coeficientes de atrito, tanto o estático quanto o dinâmico, dependem dos materiais e das rugosidades das superfícies em contato e obedecem à relação:

$$\mu_e > \mu_d$$

Em alguns problemas, constuma-se usar a expressão $\mu_e = \mu_d$, por uma questão de simplicidade. O comportamento da força de atrito (estático e dinâmico) em função da força aplicada é mostrado na figura 10.



(a) (b)

Figura 10 Variação da força de atrito em função da força aplicada nos seguintes casos: *(a)* $\mu_e > \mu_d$ e *(b)* $\mu_e = \mu_d$.

A Fórmula 1 e o atrito



A curiosa constatação de que o atrito não depende da área de contato era explorada nos antigos carros de corrida. Seus pneus, bastante finos, proporcionavam menor peso ao veículo e menor resistência aerodinâmica, mas o mesmo atrito, uma vez que ele não depende da área.

O atrito não muda se são mantidos os mesmos materiais das superfícies em contato. Entretanto, qualquer alteração na borracha dos pneus ou no tipo de piso mudará o coeficiente de atrito.

Os modernos pneus de Fórmula 1 são feitos de um composto muito mole, que fica ainda mais macio com o aquecimento. Para que os pneus durem mais tempo e suportem a compressão contra o solo, com uma borracha tão macia, foi preciso fazê-los mais largos. Um outro efeito bastante explorado nos carros de competição é a força de aderência, que depende da área de contato, justificando pneus mais largos.

9. FORÇA DE TRAÇÃO

Consideremos um bloco apoiado em uma superfície horizontal e um fio preso a ele. Ao puxarmos o fio, exercemos sobre ele uma força denominada **força de tração**. O fio transmite essa força de uma extremidade a outra (figura 11).

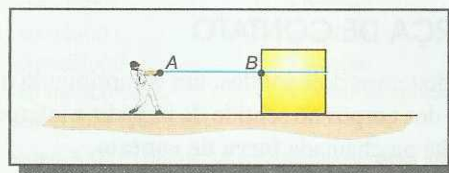
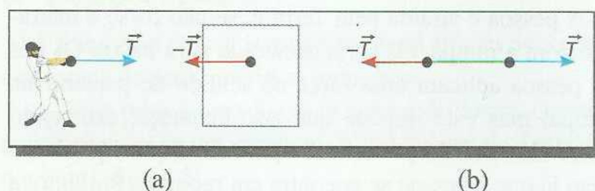


Figura 11 A força aplicada pelo homem à extremidade *A* do fio ideal é transmitida integralmente para a extremidade *B*. Portanto, o bloco é puxado pela força exercida pelo homem.

O fio ideal tem massa desprezível em relação aos corpos envolvidos no problema e é inextensível (não estica). Além disso, o fio ideal é perfeitamente dobrável, logo não é possível empurrar um corpo com um fio nem aplicar forças que não estejam na sua direção.

Quando o fio estiver esticado (tenso), ele estará impedindo que os corpos (homem e bloco) se separem. Portanto, o sentido da força de tração que o fio aplica nos corpos é aquele que se opõe à sua separação ou, ainda, a força de tração age nos corpos no sentido de puxar e na direção do fio (figura 12).



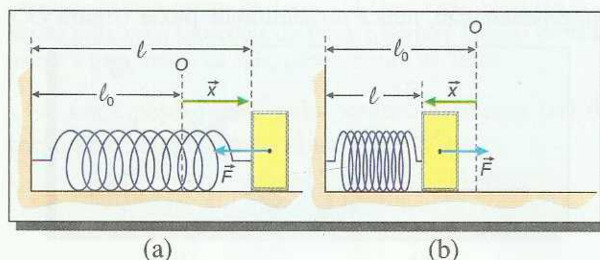
(a) (b)

Figura 12 *(a)* Forças aplicadas pelo fio no homem e no bloco; *(b)* forças no fio. O fio ideal fica sujeito a trações de mesma intensidade nos seus dois extremos e comporta-se como um mero transmissor de força.

10. FORÇA ELÁSTICA

Chamamos de corpos elásticos àqueles que quando deformados tendem a retornar à forma inicial. Como exemplo, temos as molas helicoidais. Até um certo ponto, chamado de **limite elástico**, temos que:

A deformação sofrida pela mola´é proporcional à força nela aplicada.



(a) (b)

Figura 13 *(a)* Mola tracionada; *(b)* mola comprimida. O vetor deformação ($\vec{x}$) e o vetor força elástica ($\vec{F}$) possuem, sempre, sentidos opostos.

Vetorialmente, escrevemos:

$$\vec{F} = -k\vec{x}$$

Nessa expressão, $\vec{F}$ representa a força elástica exercida pela mola, $\vec{x}$ o vetor deformação e k uma característica da mola, chamada de **constante elástica**. No S.I., a constante elástica k é dada em newton por metro (**N/m**).

Como $F = kx$ é uma função linear, o gráfico que representa a força elástica em função da deformação é uma reta que passa pela origem dos eixos cartesianos (figura 14).

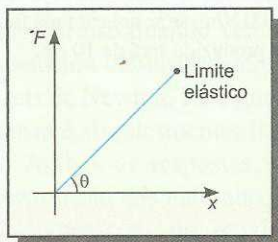


Figura 14 Acima do limite elástico, a expressão $F = kx$ não é válida.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

10 (UnB-DF) Unidades de medida para massa, distância, área e volume existem desde o início da história da humanidade. Mais recentemente, unidades de medida para temperatura, pressão, corrente elétrica e outras quantidades físicas tornaram-se relevantes. Durante o século XIX, o sistema métrico espalhou-se por toda a Europa, a partir do final da Revolução Francesa, no século anterior, e, no século XX, tornou-se a base do moderno Sistema Internacional (S.I.) de unidades de medida, hoje adotado internacionalmente pela comunidade científica.

Baseando-se nas informações a respeito do sistema de unidades, analise as alternativas abaixo:

I. Um corpo que possui 60 kg de massa também tem o mesmo peso.
II. A definição de peso e massa são equivalentes.
III. O Sistema Internacional existe desde o início da história da humanidade.
IV. Todos os países adotam o Sistema Internacional de Unidades.
V. Somente no século XX, as unidades de medida foram adotadas pela comunidade científica.

11 (Unifor-CE) A massa de um bloco de ferro é 6,0 kg, antes de ser levado para a Lua. Na Lua, o peso desse bloco (em newtons) e a massa (em quilogramas) são, respectivamente: Dados: aceleração da gravidade na Terra = 10,0 m/s^2 e aceleração da gravidade na Lua = $\frac{10}{6}$ m/s^2.

a) 10 e 6,0
b) 10 e 10
c) 10 e 60
d) 60 e 6,0
e) 60 e 10

12 "De acordo com a terceira lei de Newton, um carro, para se movimentar, 'empurra' com as rodas o terreno (ação) e o terreno reage sob os pneus com uma força de igual intensidade (reação). A força que se estabelece entre as rodas e o terreno (asfalto, paralelepípedo, areia etc.) se chama força de atrito e é muito importante não só para o deslocamento do veículo, mas também para a ação de frear."
(Fiat para a Escola: *Fórmulas no Trânsito*.)
De acordo com o texto, explique como a força de atrito consegue colocar o carro em movimento.

Exercícios complementares: do 18 ao 21.



EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

14 Uma pedra, solta do alto do mastro de um navio, o qual se desloca com velocidade constante em relação ao porto, cairá .... do mastro. Esse caso pode ser explicado ....
Selecione a alternativa que completa corretamente as lacunas.

a) atrás – pela lei da inércia
b) atrás – pelo fato de a pedra cair em linha reta quando observada do porto
c) atrás – pelo movimento do navio em relação à pedra
d) ao pé – pela lei da inércia
e) ao pé – pelo fato de a pedra cair em linha reta quando observada do porto

14 (U. F. Santa Maria-RS) Um objeto de 2,0 kg parte do repouso, sob a ação de uma força constante, e, após percorrer 10 m, sua velocidade é 2,0 m/s. Nessas condições, determine:

a) o valor da aceleração do movimento.
b) o valor da força constante.
c) o intervalo de tempo que o objeto demorou para atingir a velocidade de 2,0 m/s.

15 (E. F. O. Alfenas-MG) Um veículo alcança, 10 s após a partida, a velocidade de 108 km/h.

a) Calcule , em m/s^2, sua aceleração média nesse intervalo de tempo.
b) Calcule o valor médio da força resultante que imprimiu essa aceleração ao veículo, sabendo que sua massa é 1.200 kg.

16 (U. F. Santa Maria-RS) Um corpo de 4,0 kg, sobre uma superfície horizontal sem atrito, sofre a ação de uma força constante, também horizontal, de 24 N. Se ao corpo original for adicionada uma massa de 8,0 kg e a força aplicada for mantida constante, podemos dizer que a aceleração ficará:

a) multiplicada por 4.
b) dividida por 2.
c) dividida por 3.
d) dividida por 4.
e) multiplicada por 3.

17 (Univali-SC) O simples movimento de fechar a boca pode compreender um importante princípio físico, quando os maxilares superior e inferior se juntam. Assim:

a) o maxilar inferior exerce uma força maior do que o superior.
b) o maxilar superior exerce força maior sobre o inferior.
c) somente o maxilar superior exerce força sobre o inferior.
d) as forças exercidas pelos maxilares dependem do peso do indivíduo.
e) os módulos das forças exercidas pelos dois maxilares são iguais.

18 Uma pessoa pesa 800 N quando está próxima da superfície da Terra. Considerando que o campo gravitacional terrestre nessa região é 10 N/kg, determine:

a) a massa dessa pessoa.
b) o módulo do peso dessa mesma pessoa na superfície do planeta Júpiter, onde a gravidade é 2,5 vezes a gravidade terrestre.

19 (UFAM) Um pescador está sentado sobre o banco de uma canoa. A terra aplica-lhe uma força de atração gravitacional. De acordo com a terceira lei de Newton, a reação dessa força atua sobre:

a) a canoa.
b) o banco da canoa.
c) a água.
d) a Terra.
e) a canoa e a água.

20 As leis de Newton constituem fenômenos na vida diária e podem ser aplicadas em diversas situações. A esse respeito, julgue os itens a seguir:

I. Um passageiro que viaja em pé dentro de um ônibus, após uma freada, será impulsionado para a frente devido à aceleração do ônibus, confirmando, assim, a segunda lei de Newton.

II. Um foguete, muito longe de qualquer astro, após desligar seus motores, continuará seu percurso normalmente, e isso é devido à inércia.

III. Um soco desferido por um boxeador em seu adversário não obedece à terceira lei de Newton, pois às vezes os adversários vão a nocaute.

21 Robert Hooke (1635-1703), cientista inglês, estudou as deformações elásticas sofridas por uma mola, concluindo que a intensidade da força é proporcional à deformação. Com base nessa informação, julgue os itens a seguir:

I. Se uma mola sob a ação de uma força $\vec{F}$ sofre uma deformação x, então, sob a ação de uma força $2\vec{F}$ sofrerá uma deformação $2x$.

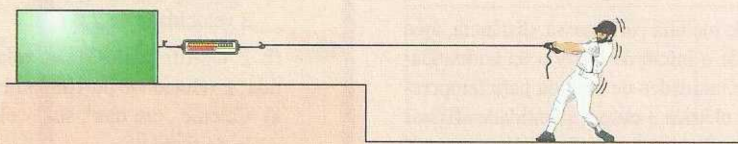
II. Se a força é proporcional à deformação, a relação F/x é uma constante, chamada de constante elástica.

III. Considerando-se uma mola com uma constante elástica de 500 N/m, se se aplicar uma força de 50 N a deformação produzida será de 10 cm.



ATIVIDADE ESPECIAL: Atrito estático e dinâmico

Um experimento muito utilizado na determinação dos coeficientes de atrito estático e atrito dinâmico entre um bloco e uma superfície horizontal está mostrado na figura.



Um bloco de massa conhecida, colocado numa superfície horizontal, é puxado por uma força $\vec{F}$ horizontal, de módulo variável, cujo valor é medido por um dinamômetro. O dinamômetro (medidor de força) é constituído por uma mola cujas deformações são previamente calibradas.

A tabela abaixo mostra os resultados obtidos para um bloco de massa 10 kg quando variamos o valor da força $\vec{F}$ de 0 a 60 N.

F (N)	Resultado	Força de atrito (N)
0	Bloco em repouso	$A_1 =$
20	Bloco em repouso	$A_2 =$
35	Bloco na iminência de movimento	$A_3 =$
50	Bloco em mov. acelerado: $a = 2{,}0$ m/s^2	$A_4 =$
60		$A_5 =$

Para responder às questões, baseie-se na teoria sobre atrito estático e dinâmico que se encontra neste capítulo (p. 28) e considere $g = 10$ m/s^2.

1. Complete a tabela com os valores da força de atrito para os três primeiros valores da força $\vec{F}$.
2. Utilizando os dados referentes à iminência de movimento, determine o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a superfície.
3. Qual é o valor da força de atrito para $F = 50$ N? Coloque-o na tabela.
4. Utilizando os dados do item anterior, determine o coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco e a superfície.
5. Qual é o valor da força de atrito para F = 60 N? Coloque-o na tabela.
6. Utilizando os dados do item anterior, determine a aceleração de movimento do bloco para $F = 60$ N.
7. Construa o gráfico da força de atrito (eixo vertical) em função da força F, para o intervalo mostrado na tabela.
8. Estando em movimento, o que acontecerá com o bloco se reduzirmos a força F para 20 N?

Capítulo 5

APLICAÇÕES DAS LEIS DE NEWTON

Alguma divindade nos modela os fins.
Por mais que nós lhe demos a demão de início
Hamlet

O que há de tão curioso quando vemos uma pessoa levitar em um espetáculo de ilusionismo? A resposta é: isso contraria as leis de Newton. Para quem nunca estudou Física a resposta é simplesmente: Isso contraria as leis da natureza. Ambas as respostas estão corretas, pois as leis de Newton são leis naturais que relacionam as forças com as alterações no movimento de um corpo.

Em todos os movimentos estamos fazendo aplicações das leis de Newton: quando corremos, nadamos, sentamos e até mesmo quando estamos em repouso. Para levantarmos mais depressa, empurramos o chão e a cadeira mais intensamente para baixo.

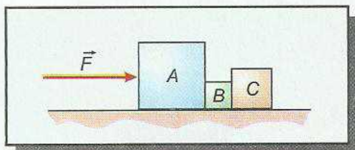
Um simples passe num jogo de futebol é um exemplo de aplicação das leis de Newton. O jogador que faz o passe procura controlar a intensidade e a direção da força a ser aplicada na bola, para que ela adquira a rapidez e a direção desejada em seu movimento.

1. BLOCOS EM UM PLANO HORIZONTAL

Exercício resolvido

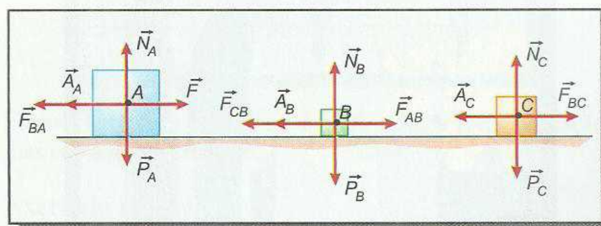
Os blocos A, B e C, com massas $m_A = 5{,}0$ kg, $m_B = 2{,}0$ kg e $m_C = 3{,}0$ kg, estão, inicialmente, em repouso sobre uma superfície horizontal rugosa. Considere o coeficiente de atrito com a superfície igual a 0,20 para todos os blocos. Uma força horizontal de 50 N é aplicada ao bloco A, conforme a figura. Sendo $g = 10$ m/s², determine:

a) a aceleração de cada bloco.
b) a intensidade da força que cada bloco exerce no outro.



Resolução

a) A figura a seguir representa o diagrama de forças que agem em cada um dos blocos.



Por imposição da superfície, os blocos entram em movimento somente na horizontal e com a mesma aceleração ($R \neq 0$). Portanto, na vertical: $R = 0$, $N = P = mg$, para cada bloco.

Bloco A: $R_{(A)} = F - F_{BA} - A_A \rightarrow m_A a = F - F_{BA} - \mu N_A$
Bloco B: $R_{(B)} = F_{AB} - F_{CB} - A_B \rightarrow m_B a = F_{AB} - F_{CB} - \mu N_B$
Bloco C: $R_{(C)} = F_{BC} - A_C \rightarrow m_C a = F_{BC} - \mu N_C$

Somando as três equações e lembrando que $F_{AB} = F_{BA}$ e $F_{BC} = F_{CB}$ (ação e reação), temos:

$$a(m_A + m_B + m_C) = F - \mu(N_A + N_B + N_C)$$

$$a(5{,}0 + 2{,}0 + 3{,}0) = 50 - 0{,}20(5{,}0 \cdot 10 + 2{,}0 \cdot 10 + 3{,}0 \cdot 10)$$

$$\boxed{a = 3{,}0 \text{ m/s}^2}$$

b) A intensidade da força que o bloco A exerce sobre o bloco B (F_{AB}) é obtida na expressão:

$$m_A a = F - F_{BA} - \mu N_A$$

$$5{,}0 \cdot 3{,}0 = 50 - F_{BA} - 0{,}20 \cdot 5{,}0 \cdot 10$$

$$\boxed{F_{BA} = 25 \text{ N}}$$

E a intensidade da força que o bloco B exerce sobre o bloco C (F_{BC}), na expressão:

$$m_C a = F_{BC} - \mu N_C$$

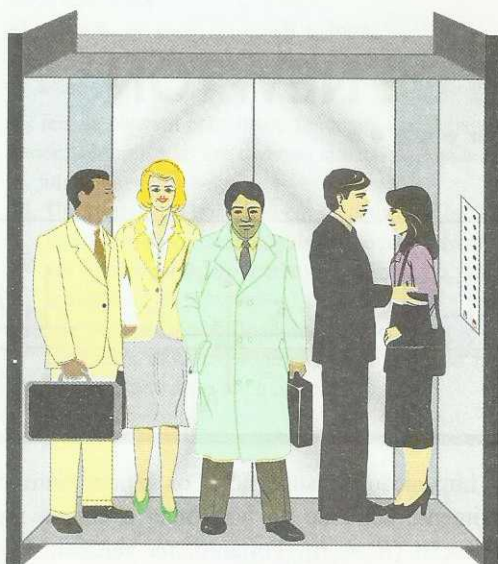
$$3{,}0 \cdot 3{,}0 = F_{BC} - 0{,}20 \cdot 3{,}0 \cdot 10$$

$$\boxed{F_{BC} = 15 \text{ N}}$$

2. BLOCOS EM UM PLANO VERTICAL

O caso mais comum de movimento de blocos na vertical é o movimento dos elevadores. Um elevador pode ser considerado um bloco em movimento retilíneo e ver-

tical sujeito à ação de duas forças: a força peso (vertical e para baixo) e a força de tração no cabo do elevador (vertical e para cima).



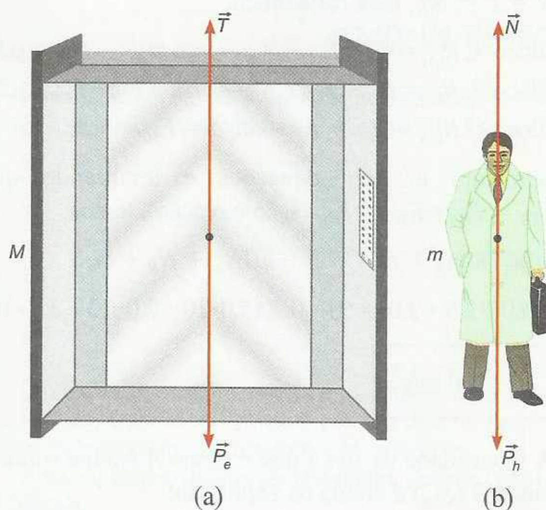
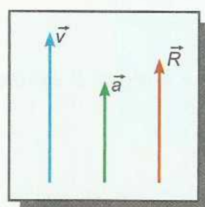


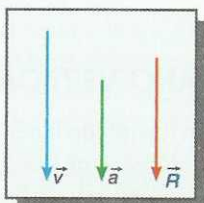
Figura 1 *(a)* Forças agindo em um elevador (tração e peso) e *(b)* em uma pessoa dentro do elevador (normal e peso).

Elevador em movimento ascendente e acelerado



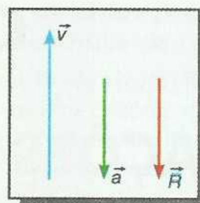
- $T > P_e$
  $T = M(g + a)$
- $N > P_h$
  $N = m(g + a)$

Elevador em movimento descendente e acelerado



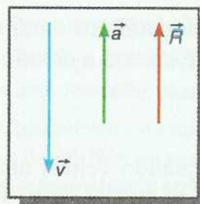
- $P_e > T$
  $T = M(g - a)$
- $P_h > N$
  $N = m(g - a)$

Elevador em movimento ascendente e retardado



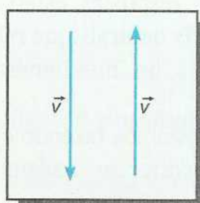
- $P_e > T$
  $T = M(g - a)$
- $P_h > N$
  $N = m(g - a)$

Elevador em movimento descendente e retardado



- $T > P_e$
  $T = M(g + a)$
- $N > P_h$
  $N = m(g + a)$

Elevador em movimento ascendente ou descendente com velocidade constante, ou em repouso

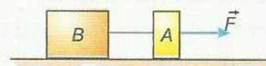


- $T = P_e = Mg$
- $N = P_h = mg$



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 Os blocos A e B possuem massas de 4,0 e 16 kg, respectivamente, e repousam sobre uma superfície horizontal sem atrito. Sabe-se que o fio que une os blocos suporta uma tração máxima de 64 N.



Nessas condições, julgue os itens a seguir:

I. A aceleração máxima de B é 4,0 m/s^2.
II. A maior intensidade de $\vec{F}$, sem que o fio se rompa, é 80 N.
III. Se $F = 60$ N, a aceleração do sistema é 3,0 m/s^2 e o fio não se rompe.
IV. Se $F = 100$ N, o fio se rompe e a aceleração do bloco A é 5,0 m/s^2.

2 (UnB-DF) A figura mostra um helicóptero que se move verticalmente em relação à Terra, transportando uma carga de 200 kg, por meio de um cabo de aço. A massa do cabo é desprezível quando comparada com a da carga. Considere $g = 10$ m/s^2. Suponha que num determinado instante a tensão no cabo seja de 2.400 N.



a) Determine, nesse instante, o sentido do vetor aceleração da carga e calcule o seu módulo.

b) É possível saber se, nesse instante, o helicóptero está subindo ou descendo? Justifique sua resposta.

3 Uma pessoa com massa de 50 kg está em pé sobre uma balança de mola dentro de um elevador em repouso. Ela verifica que a balança registra 490 N para seu peso. Considere as afirmações:

I. A aceleração da gravidade no local onde a pessoa se encontra é 9,8 m/s².

II. Quando o elevador estiver subindo com $a = 2{,}0$ m/s², a indicação da balança será de 590 N.

III. Quando o elevador estiver descendo em movimento acelerado, a indicação da balança será menor que 490 N.

Pode-se afirmar que:

a) somente I é correta.
b) somente II é correta.
c) somente III é correta.
d) todas são corretas.
e) todas são incorretas.

4 (PAS/UnB-DF) No salto de pára-quedas, um pára-quedista é acelerado durante um certo intervalo de tempo, até atingir uma velocidade da ordem de 150 a 200 km/h, dependendo do peso e da área do seu corpo. Então, o pára-quedas é aberto e o conjunto sofre uma força contrária ao movimento, que o faz desacelerar até uma velocidade constante bem menor, de 5,0 km/h, que permite uma aterrissagem tranqüila.

Com essas informações, julgue os itens abaixo:

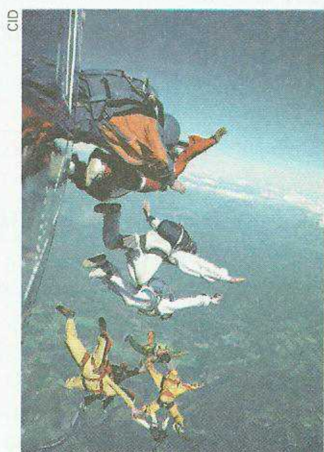
I. Em um salto conforme o descrito, a aceleração resultante sobre o pára-quedista, imediatamente antes de ele tocar o solo, é igual à aceleração da gravidade.

II. No momento que o pára-quedista deixa o avião, sua velocidade vertical é nula e, nesse caso, a única força que age sobre o seu corpo é a força gravitacional.

III. Sendo $g = 10$ m/s² e desprezando a resistência do ar, o pára-quedista que salta de um avião e mantém o pára-quedas fechado por 10 s atinge, ao final desse período, uma velocidade de 36 km/h.

IV. Desde o instante em que o pára-quedas abre completamente até a chegada ao solo, o conjunto é desacelerado pela resistência do ar. Nessa situação, a força contrária ao movimento é sempre maior ou igual à força da gravidade.

CID



Exercícios complementares: do 7 ao 12.

3. MOVIMENTOS VERTICAL E HORIZONTAL

A interligação de dois blocos que se movem simultaneamente, um na horizontal e o outro na vertical, é feita por meio de uma polia (roldana) fixa. Uma polia tem por finalidade mudar a direção de um fio tracionado. Ela é constituída por um disco com um sulco na periferia por onde passa o fio. A polia ideal tem massa desprezível e pode girar livremente, sem atrito (figura 2).

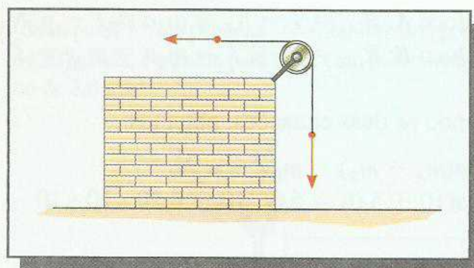


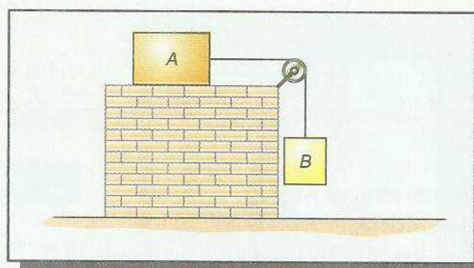
Figura 2 Uma polia fixa muda a direção da força de tração, mas não a sua intensidade.

Exercício resolvido

Um bloco A, com massa de 10 kg, é puxado por um bloco B, conforme a figura. O coeficiente de atrito estático entre o bloco A e a superfície horizontal é 0,25 e o coeficiente de atrito dinâmico, 0,20. Considerando a polia ideal e $g = 10$ m/s², determine:

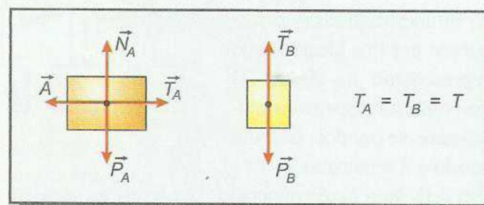
a) a maior massa que o bloco B pode ter sem conseguir movimentar o bloco A.

b) a aceleração do conjunto se $m_B = 5{,}0$ kg.



Resolução

As figuras abaixo ilustram os diagramas de forças para os blocos A e B e para a polia.



a) A maior massa do bloco B é aquela que deixa o sistema na iminência de movimento, ou seja, a força de atrito estático é máxima e dada por $F_{a,\text{máx.}} = \mu_e N$. Assim, temos:

Bloco A: $T = A_{\text{máx.}} = \mu_e N_A$
$T = 0{,}25 \cdot 10 \cdot 10$
$T = 25$ N

Bloco B: $P_B = m_B g = T$
$m_B \cdot 10 = 25$

$$\boxed{m_B = 2{,}5 \text{ kg}}$$

b) Para $m_B = 5,0$ kg, o sistema de blocos encontra-se em movimento acelerado: o bloco A acelera para a direita e o bloco B acelera para baixo. O fio ideal impõe que ambos apresentem a mesma aceleração.

Bloco A: $R_{(A)} = T - A_d \rightarrow m_A a = T - \mu_d N_A$
Bloco B: $R_{(B)} = P_B - T \rightarrow m_B a = m_B g - T$

Somando as duas equações, obtemos:

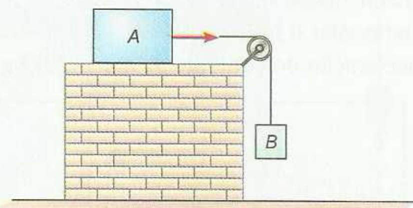
$a(m_A + m_B) = m_B g - \mu_d N_A$
$a(10 + 5,0) = 5,0 \cdot 10 - 0,20 \cdot 10 \cdot 10$

$$\boxed{a = 2,0 \text{ m/s}^2}$$



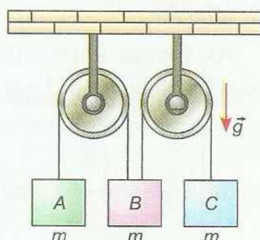
EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

5 Um corpo de massa 8,0 kg é colocado sobre uma superfície horizontal completamente lisa, preso por um fio ideal a outro corpo, de massa 2,0 kg. Adote $g = 10$ m/s^2 e considere a roldana ideal.



Assinale certo ou errado.
I. A aceleração do sistema é 2,0 m/s^2.
II. A tração no fio que une os blocos vale 16 N.
III. O sistema permanece em repouso.

6 (Fuvest-SP modificado) Um sistema mecânico é formado por duas polias ideais que suportam três corpos, A, B e C, de mesma massa m, suspensos por fios ideais, como representado na figura. O corpo B está suspenso simultaneamente por dois fios, um ligado a A e outro a C.



Em relação a esse enunciado, são feitas as seguintes afirmações:
I. O bloco B desce em movimento acelerado.
II. O bloco B sobe em movimento acelerado.
III. Os blocos A e C permanecem em equilíbrio.
IV. Todos os fios ficam sujeitos à tração de mesma intensidade.

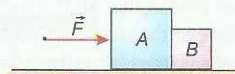
Assim, temos:
a) Somente I e III são corretas.
b) Somente II e IV são corretas.
c) Somente III e IV são corretas.
d) Somente I e II são corretas.
e) Todas são corretas.

Exercício complementar: 13.



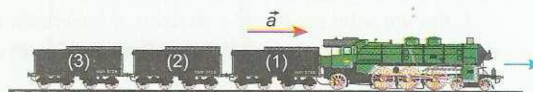
EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

7 Uma força horizontal de 100 N é aplicada ao bloco A, de 60 kg, o qual, por sua vez, está encostado em um segundo bloco, B, de 40 kg. Considere a superfície horizontal na qual os blocos se encontram, sem atrito. Analise as afirmações abaixo:



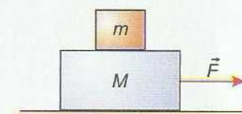
I. A força de 100 N não é suficiente para colocar os blocos em movimento.
II. O bloco B, por ser mais leve, adquire uma aceleração maior do que o bloco A.
III. Os dois blocos movimentam-se juntos com aceleração de 1,0 m/s^2.
IV. A força que o bloco A aplica em B é maior do que a força que o bloco B aplica em A. Assim, o bloco B entra em movimento.
V. A força que o bloco A aplica em B vale 40 N.

8 Na figura, uma locomotiva puxa três vagões idênticos de massa 500 kg cada e o conjunto movimenta-se com uma aceleração de 2,0 m/s^2. Despreze as forças de atrito.



Determine:
a) a força que a locomotiva exerce no vagão 1.
b) a força que o vagão 1 exerce no vagão 2.
c) a força que o vagão 2 exerce no vagão 3.

9 (Vunesp) Um bloco de massa m repousa sobre outro de massa M, que pode deslizar sem atrito sobre uma superfície plana horizontal. Uma força horizontal de valor F é então aplicada ao bloco inferior, como mostra a figura, e o conjunto passa a se movimentar sem que m deslize em relação a M.



Podemos afirmar que:
I. a força de atrito é a força responsável pela aceleração do bloco de massa m.
II. esse texto está incorreto, pois o bloco m sempre deslizará sobre M.
III. se $m = 2,0$ kg, $M = 8,0$ kg e $F = 20$ N, então a aceleração do conjunto é 2,0 m/s^2.

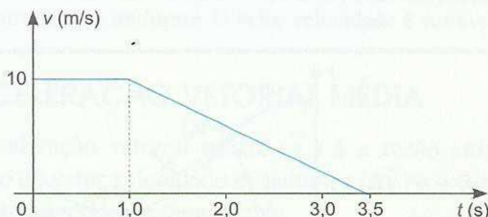
a) Todas as afirmativas estão corretas.
b) Somente as afirmativas I e III estão corretas.
c) Somente a afirmativa III está correta.
d) Somente a afirmativa II está correta.
e) Todas as afirmativas estão incorretas.

10 Um rapaz que dirige uma moto a 90 km/h pisa no freio de modo que ela percorre 50 m até parar. Sendo a massa do conjunto rapaz + moto igual a 120 kg, determine:
a) o módulo da aceleração média durante a frenagem.
b) o módulo da força média aplicada sobre o conjunto.

11 (PUC-RJ) Quando um automóvel com tração dianteira aumenta sua velocidade, os sentidos das forças aplicadas sobre o solo pelas rodas dianteiras e pelas rodas traseiras são, respectivamente:

a) para trás e para a frente.
b) para a frente e para trás.
c) para a frente e para a frente.
d) para trás e para trás.
e) para trás e nula.

12 (UFRJ) Um caminhão está se deslocando numa estrada plana, retilínea e horizontal. Ele transporta uma caixa de 100 kg apoiada sobre o piso horizontal de sua carroceria. Num dado instante o motorista do caminhão pisa no freio. A figura representa como a velocidade do caminhão varia em função do tempo.



O coeficiente de atrito estático entre a caixa e o piso da carroceria vale 0,30. Considere $g = 10$ m/s². Verifique se, durante a freada, a caixa permanece em repouso em relação ao caminhão ou desliza sobre o piso da carroceria. Justifique sua resposta.

13 (Ceeteps-SP) Uma pequena corrente, formada por três elos de 50 g cada, é puxada para cima com movimento acelerado de 2,0 m/s².



A força $\vec{F}$ com que o primeiro elo é puxado para cima e a força de interação entre o segundo e o terceiro elos têm intensidades respectivas, em newtons, iguais a:

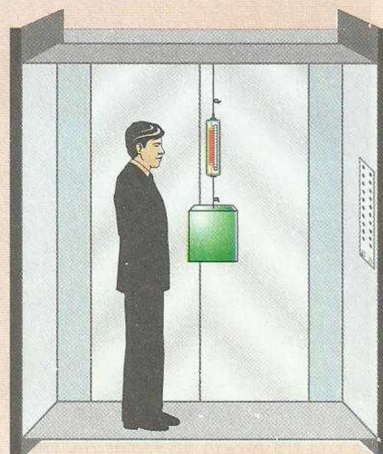
a) 1,8 e 0,60
b) 1,8 e 1,2
c) 1,8 e 1,8
d) 1,2 e 1,2
e) 0,60 e 0,60



ATIVIDADE ESPECIAL: Elevadores

Para medir a aceleração de um elevador, pode-se utilizar, preso ao teto, um dinamômetro sustentando um bloco em sua extremidade.

Com o elevador parado, mede-se o peso do bloco efetuando-se uma leitura direta no dinamômetro. Em seguida, com o elevador em movimento, faz-se uma nova leitura no dinamômetro. A tabela apresenta alguns resultados obtidos.



Condição observada	Leitura no dinamômetro
1ª elevador em repouso	196 N
2ª elevador em movimento	240 N
3ª elevador descendo acelerado	170 N
4ª elevador em movimento uniforme	196 N
5ª elevador subindo	176 N
6ª	0

Com base nos dados da tabela e considerando $g = 9{,}8$ m/s², responda às questões.

1. Qual é a massa do bloco usado no experimento?
2. Quando o dinamômetro indicava 240 N, o elevador estava subindo ou descendo?
3. Qual era a aceleração do elevador quando a leitura no dinamômetro marcava 170 N?
4. Por que a indicação do dinamômetro é a mesma com o elevador parado e em movimento uniforme?
5. Na 5ª condição, o elevador está subindo em movimento acelerado ou retardado?
6. Qual é o valor da aceleração correspondente à 5ª condição?
7. É possível o dinamômetro indicar o valor zero? Nessas condições, o que está acontecendo com o elevador?
8. Pesquisa: Qual é o significado do termo "imponderabilidade"? Ele pode ser aplicado ao nosso experimento?

Capítulo 6

MOVIMENTOS CIRCULARES

... giro um simples compasso e num círculo eu faço o meu mundo.

Toquinho

A cada 29 dias, 12 h, 44 min e 2,8 s, a Lua começa um novo ciclo. Considerando que esse ritmo de movimento permaneça o mesmo e sabendo em que fase a Lua se encontra hoje, podemos prever em que fase ela estará daqui a 14 dias ou em que fase ela estava na exata hora em que nascemos.

CID



Em sua trajetória ao redor da Terra, a Lua se desloca com velocidade escalar aproximadamente constante de 3.700 km/h. Se a trajetória descrita por um corpo em seu movimento é um arco de circunferência, dizemos que o movimento é circular. O movimento da Lua em relação à Terra é um exemplo de movimento circular uniforme.

1. DESLOCAMENTO VETORIAL

Consideremos um móvel descrevendo uma trajetória curva em relação ao solo. Os pontos A e B representam duas posições ocupadas pelo móvel nos instantes t_1 e t_2, sendo $t_2 > t_1$.

Podemos fornecer a posição desse móvel num ponto qualquer da trajetória por meio de um vetor com origem no ponto O e com extremidade no ponto da trajetória. Na figura 1, $\vec{r}_1$ representa o vetor posição do móvel no ponto A, e $\vec{r}_2$, o vetor posição do móvel no ponto B.

O deslocamento vetorial ($\Delta\vec{r}$) desse móvel entre os pontos A e B é obtido unindo-se os pontos A e B por intermédio de um vetor, orientado de A para B:

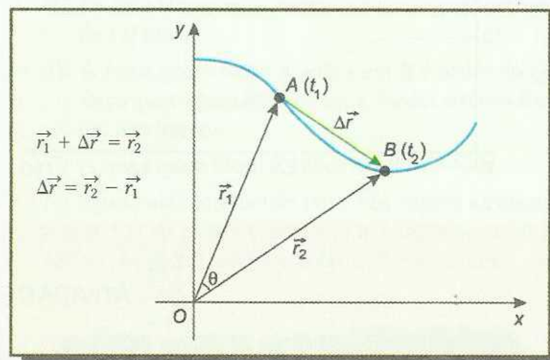


Figura 1 Trajetória de um móvel que se movimenta num plano.

A determinação do módulo do vetor deslocamento é feita por relações matemáticas válidas para o triângulo determinado pelos vetores $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$ e $\Delta\vec{r}$:

$$\Delta r = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2 \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot \cos\theta}$$

2. VELOCIDADE VETORIAL MÉDIA

Definimos a velocidade vetorial média ($\vec{v}_m$) pelo quociente entre o vetor deslocamento ($\Delta\vec{r}$) e o correspondente intervalo de tempo (Δt):

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

O vetor velocidade média possui, sempre, a mesma direção e o mesmo sentido do vetor deslocamento.

3. VELOCIDADE VETORIAL INSTANTÂNEA

A velocidade vetorial instantânea apresenta as seguintes características:

- módulo – valor numérico indicado no velocímetro;
- direção – a mesma direção da reta tangente à trajetória no ponto considerado;

• sentido – o mesmo sentido do movimento (figura 2).

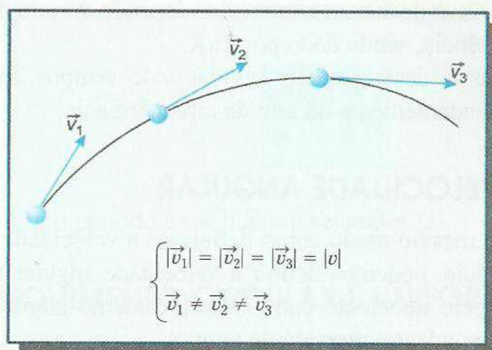


Figura 2 Vetores velocidade em vários instantes em um movimento curvilíneo e uniforme. O vetor velocidade é variável.

4. ACELERAÇÃO VETORIAL MÉDIA

A aceleração vetorial média ($\vec{a}_m$) é a razão entre a variação do vetor velocidade instantânea ($\Delta\vec{v}$) e o correspondente intervalo de tempo (Δt):

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

O vetor aceleração vetorial média ($\vec{a}_m$) apresenta as seguintes características:

• módulo – $|\vec{a}_m| = \dfrac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t}$

• direção e sentido – a mesma direção e o mesmo sentido do vetor $\Delta\vec{v}$

5. ACELERAÇÃO VETORIAL INSTANTÂNEA

A aceleração vetorial instantânea ($\vec{a}$) representa a aceleração vetorial de um móvel em cada ponto de sua trajetória. Ela é representada por um vetor que pode formar um ângulo qualquer, entre 0° e 180°, com o vetor velocidade instantânea ($\vec{v}$).

Como todo vetor pode ser obtido pela soma de dois componentes perpendiculares entre si, vamos decompor o vetor aceleração instantânea tomando como base a direção do vetor velocidade (figura 3).

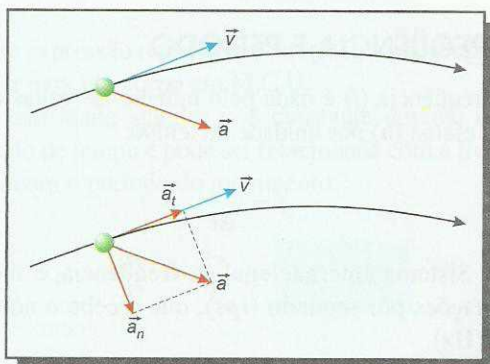


Figura 3 Decomposição do vetor aceleração instantânea.

O componente que possui a direção do vetor velocidade é chamado de **aceleração tangencial** ($\vec{a}_t$), pois é tangente à trajetória, e o componente que é perpendicular à direção do vetor velocidade é chamado de **aceleração centrípeta** ($\vec{a}_c$) ou **aceleração normal**.

Aceleração tangencial

O vetor aceleração tangencial apresenta as seguintes características:

• módulo – igual ao módulo da aceleração escalar: $|\vec{a}_t| = |a|$;

• direção – a mesma do vetor velocidade ($\vec{v}$);

• sentido – se $\vec{v}$ e $\vec{a}_t$ têm o mesmo sentido, o movimento é acelerado; se $\vec{v}$ e $\vec{a}_t$ têm sentidos contrários, o movimento é retardado.

Aceleração centrípeta

O vetor aceleração centrípeta ou normal apresenta as seguintes características:

• módulo $a_n = a_c = \dfrac{v^2}{R}$ (R é o raio de curvatura da trajetória no ponto considerado);

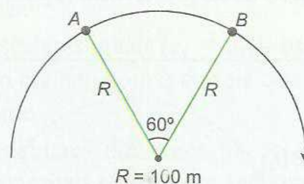
• direção – radial, ou seja, perpendicular à direção do vetor velocidade;

• sentido – dirigido para o centro da trajetória.

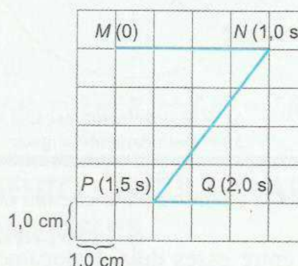


EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 Uma partícula movimenta-se numa trajetória curva de A para B, conforme a figura. Determine o módulo do deslocamento vetorial quando a partícula vai da posição A para a posição B.



2 (UCBA modificado) Uma partícula percorreu a trajetória $MNPQ$, representada na figura a seguir. Os instantes de passagem pelos diferentes pontos estão anotados em segundos.

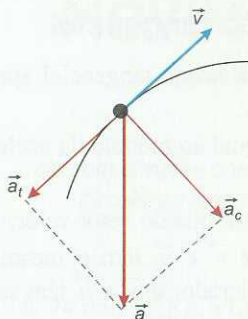


Determine:

a) a velocidade escalar média da partícula durante os dois segundos de movimento;

b) o módulo da velocidade vetorial média da partícula durante todo o percurso.

3 (Fatec-SP) Na figura, representa-se um bloco em movimento sobre uma trajetória curva, com os vetores velocidade $\vec{v}$, aceleração $\vec{a}$ e seus componentes, tangencial $\vec{a}_t$ e centrípeta $\vec{a}_c$. Analisando a figura, podemos concluir que:



a) o módulo da velocidade está aumentando.
b) o módulo da velocidade está diminuindo.
c) o movimento é uniforme.
d) o movimento é necessariamente circular.
e) o movimento é retilíneo.

Exercícios complementares: 8 e 9.

6. DESLOCAMENTOS ESCALAR E ANGULAR

Consideremos uma partícula em movimento em uma trajetória circular de raio R. O deslocamento realizado pela partícula, correspondente a um intervalo de tempo Δt, pode ser medido de dois modos: por meio da grandeza escalar Δs medida ao longo da trajetória ou por meio da grandeza angular $\Delta\theta$ medida pelo ângulo descrito pela partícula, em relação ao centro da circunferência (figura 4).

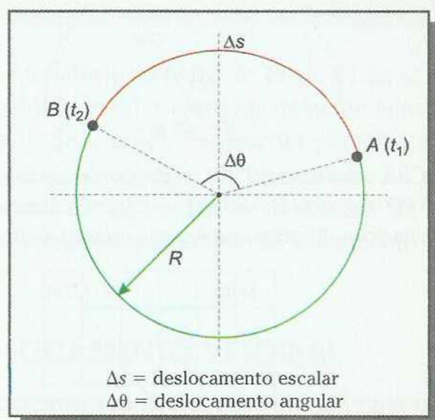


Figura 4 Partícula em movimento circular de raio R.

A relação entre esses dois deslocamentos (escalar e angular) é uma constante e representa o raio da circunferência:

$$\frac{\Delta s}{\Delta\theta} = R \rightarrow \Delta s = \Delta\theta \cdot R$$

Se um móvel efetua uma volta completa numa circunferência, o deslocamento escalar depende do raio da circunferência, sendo dado por $2\pi R$.

Mas o deslocamento angular vale sempre 2π rad, independentemente do raio da circunferência.

7. VELOCIDADE ANGULAR

Do mesmo modo como definimos a velocidade escalar média, podemos definir a velocidade angular média (ω_m) pelo quociente entre o deslocamento angular e o correspondente intervalo de tempo:

$$\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

A velocidade angular média é medida em radianos por segundo (**rad/s**) e se relaciona com a velocidade escalar média através do raio. A mesma relação pode ser estabelecida para as velocidades instantâneas escalar e angular:

$$v_m = \omega_m \cdot R \qquad v = \omega \cdot R$$

8. ACELERAÇÃO ANGULAR

Definimos a aceleração angular média (α_m) pelo quociente entre a variação da velocidade angular e o correspondente intervalo de tempo:

$$\alpha_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

A aceleração angular média é medida em radianos por segundo por segundo (**rad/s²**) e se relaciona com a aceleração escalar média pelo raio. A mesma relação pode ser estabelecida para as acelerações instantâneas escalar e angular:

$$a_m = \alpha_m \cdot R \qquad a = \alpha \cdot R$$

9. FREQÜÊNCIA E PERÍODO

A freqüência (f) é dada pelo número de voltas que o móvel efetua (n) por unidade de tempo:

$$f = \frac{n}{\Delta t}$$

No Sistema Internacional, a freqüência é medida em rotações por segundo (*rps*), que recebe o nome de hertz (**Hz**).

O período (T) representa o intervalo de tempo correspondente a uma volta completa. Se Δt representa o inter-

valo de tempo correspondente a n voltas completas, temos:

$$T = \frac{\Delta t}{n} \rightarrow \quad T = \frac{1}{f}$$

No S.I., o período é medido em segundos (s).

10. MOVIMENTO CIRCULAR E UNIFORME

O movimento circular e uniforme (M.C.U.) apresenta as seguintes características (figura 5):

- trajetória – circunferência
- velocidade vetorial – constante em módulo e variável na direção e no sentido
- aceleração tangencial – nula
- aceleração centrípeta – constante em módulo e variável na direção e no sentido
- freqüência e período – constantes

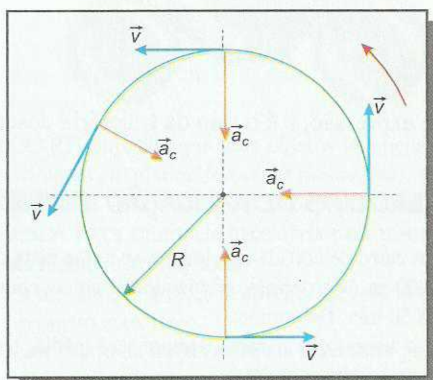


Figura 5 Vetor velocidade e vetor aceleração no M.C.U.

Como a velocidade vetorial é constante em módulo, a velocidade média é igual à velocidade instantânea. Assim, a partícula em M.C.U. efetua deslocamentos iguais em intervalos de tempo iguais. Utilizando as grandezas angulares, temos:

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \omega \rightarrow \quad \theta = \theta_0 + \omega t$$

Essa expressão representa a função horária da posição angular para um corpo em M.C.U.

A velocidade angular ω é constante durante todo o intervalo de tempo e pode ser relacionada com a freqüência ou com o período do movimento:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \quad \omega = 2\pi f$$

Como a velocidade vetorial é constante em módulo mas variável na direção e no sentido, o M.C.U. não apresenta aceleração tangencial, somente aceleração centrípeta:

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

11. TRANSMISSÃO DE M.C.U.

Nas indústrias, é freqüente a utilização de um único motor para colocar em funcionamento várias máquinas. Na figura 6, o volante do motor (roda A), girando com velocidade constante, coloca em movimento, por intermédio das correias, as rodas B e C.

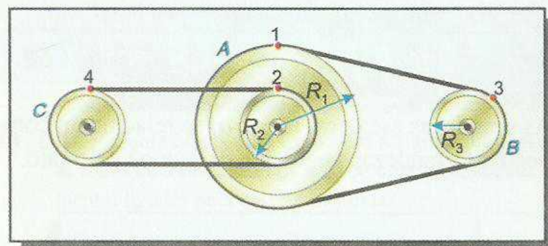


Figura 6 Transmissão de movimento circular e uniforme.

Analisemos os movimentos dos pontos 1 e 2, pertencentes à roda A. Esses dois pontos apresentam:

- freqüências iguais ($f_1 = f_2$)
- períodos iguais ($T_1 = T_2$)
- velocidades angulares iguais ($\omega_1 = \omega_2$)
- velocidades escalares diferentes ($v_1 > v_2$) – quanto maior o raio da circunferência, maior o deslocamento escalar realizado no mesmo tempo

O movimento da roda A é transmitido para as rodas B e C através de correias. Analisemos, agora, os pontos 1 (roda A) e 3 (roda B). Esses pontos apresentam as seguintes características:

- velocidades escalares iguais ($v_1 = v_3$) – os pontos 1 e 3 são pontos em contato com a correia que possui velocidade constante
- velocidades angulares diferentes ($\omega_3 > \omega_1$) – a roda menor deve girar mais rápido para acompanhar a maior
- freqüências diferentes ($f_3 > f_1$)
- períodos diferentes ($T_3 < T_1$)

Como as velocidades escalares dos pontos 1 e 3 são iguais, temos:

$$v_1 = v_3$$
$$2\pi f_1 R_1 = 2\pi f_3 R_3 \rightarrow f_1 R_1 = f_3 R_3$$

12. MOVIMENTO CIRCULAR VARIADO UNIFORMEMENTE

Para os movimentos circulares variados uniformemente, temos as seguintes características:

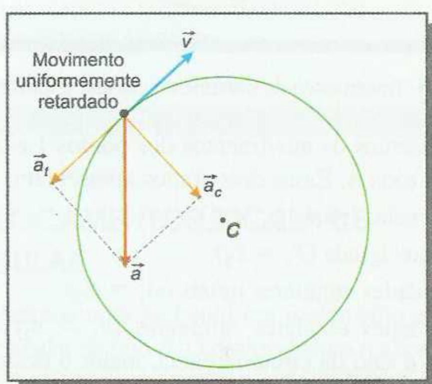
- trajetória – circunferência
- velocidade vetorial – variável em módulo, direção e sentido

- aceleração tangencial – constante em módulo, variável na direção e no sentido
- aceleração centrípeta – variável em módulo, direção e sentido

A exemplo do M.C.U., podemos representar o M.C.V.U. pelas equações horárias nas formas escalar ou angular:

Forma escalar	Forma angular
$s = s_0 + v_0t + \frac{at^2}{2}$	$\theta = \theta_0 + \omega_0t + \frac{\alpha t^2}{2}$
$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta s$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha \cdot \Delta\theta$

As grandezas escalares (s, v e a) se relacionam com as respectivas grandezas angulares (θ, ω e α) pelo raio.



13. RESULTANTE CENTRÍPETA

Trataremos, agora, das forças responsáveis pela variação da direção do vetor velocidade, ou seja, das trajetórias curvas.

Vamos analisar um móvel descrevendo uma curva circular em movimento uniforme (figura 7).

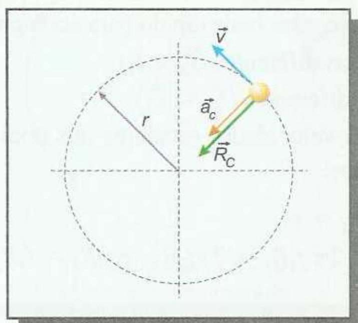


Figura 7 Corpo em movimento circular e uniforme.

Embora a intensidade do vetor velocidade seja constante, ele vai, sucessivamente, mudando de direção. Isso significa dizer que o vetor velocidade é variável. Em outras palavras, o móvel é continuamente acelerado em uma direção perpendicular ao vetor velocidade.

Conhecendo a direção e o sentido do vetor aceleração, sabemos a direção e o sentido da força resultante. No movimento circular e uniforme, o vetor aceleração se encontra no plano da circunferência descrita pelo móvel e aponta para seu centro. Uma vez que o vetor força resultante e o vetor aceleração devem ter a mesma direção e o mesmo sentido, então, no movimento circular e uniforme, deve existir uma força resultante no plano da circunferência descrita pelo móvel e apontando para o centro da trajetória. A esse tipo de resultante, denominamos **resultante centrípeta** e à aceleração correspondente, **aceleração centrípeta**.

É importante destacar que a força resultante do tipo centrípeta não é um novo tipo de força. Como as forças resultantes em geral, ela é apenas a soma vetorial das forças que efetivamente estão agindo no móvel. Em resumo, a relação entre as forças que agem em um corpo que descreve um movimento circular e uniforme deve ser tal que produza uma resultante do tipo centrípeta.

Assim, de acordo com a segunda lei de Newton, escrevemos:

$$R = R_c = ma_c$$

$$R_c = m\frac{v^2}{r}$$

Nessa expressão, r é o raio da trajetória descrita.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

4 Um carro de corrida movimenta-se numa pista circular de 4.500 m de extensão, efetuando 60 voltas completas em 1 h 30 min. Determine:

a) o tempo que o carro demora, em média, para efetuar uma volta completa;
b) a freqüência do movimento, em voltas por minuto;
c) as velocidades escalar média e angular média do movimento.



5 (E. F. E. Itajubá modificado) Um corpo se desloca numa trajetória circular de raio 5,0 m, obedecendo à seguinte equação:

$$\theta = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\, t \quad \text{(rad; s)}$$

a) Determine as velocidades angular e escalar para esse movimento.

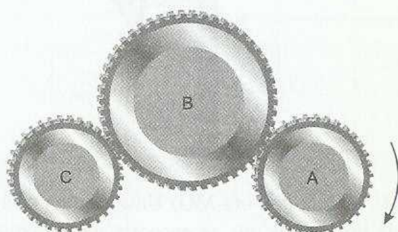
b) Qual é o módulo da aceleração a que esse corpo está sujeito?

6 (Unicamp-SP) Considere as três engrenagens acopladas simbolizadas na figura. A engrenagem *A* tem 50 dentes e gira no sentido horário, indicado na figura, com velocidade angular correspondente a 100 rpm (rotações por minuto). A engrenagem *B* tem 100 dentes e *C* tem 20 dentes.

a) Qual o sentido de rotação da engrenagem *C*?

b) Quanto vale a velocidade tangencial da engrenagem *A* em dentes/min?

c) Qual a velocidade angular de rotação (em rpm) da engrenagem *B*?



7 (PUC-RJ) Suponha que dois objetos idênticos façam um movimento circular uniforme, de mesmo raio, mas que um objeto dê a volta duas vezes mais rapidamente do que o outro. A força centrípeta necessária para manter o objeto mais rápido nessa trajetória é:

a) a mesma que a força centrípeta necessária para manter o objeto mais lento.

b) um quarto da força centrípeta necessária para manter o objeto mais lento.

c) a metade da força centrípeta necessária para manter o objeto mais lento.

d) o dobro da força centrípeta necessária para manter o objeto mais lento.

e) quatro vezes maior do que a força centrípeta necessária para manter o objeto mais lento.

Exercícios complementares: do 10 ao 16.



EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

8 (Fafi/BH-MG) As afirmativas a seguir referem-se ao estudo do movimento circular uniforme.

I. Os vetores velocidade e aceleração possuem módulo variável.

II. O vetor velocidade é tangente à trajetória em cada ponto.

III. Os vetores velocidade e aceleração são sempre perpendiculares entre si.

Dessas afirmativas, estão corretas somente:

a) I b) II c) I e II d) II e III

9 (PUC-RS) Um astronauta está consertando um equipamento do lado de fora da nave espacial que se encontra em órbita circular em torno da Terra, quando, por um motivo qualquer, solta-se da nave. Tal como está, pode-se afirmar que, em relação à Terra, o astronauta executa um movimento:

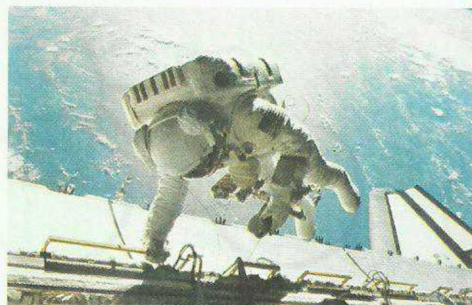
a) retilíneo e uniforme.

b) retilíneo com aceleração de módulo constante.

c) circular com aceleração de módulo variável.

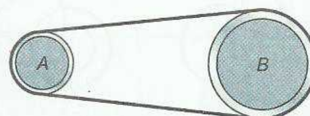
d) circular com vetor velocidade tangencial constante.

e) circular sujeito a uma aceleração gravitacional nula.



FOTOS: CID

10 (U. F. Santa Maria-RS) Considere a figura que representa as rodas de transmissão (*A* e *B*) de uma bicicleta em movimento, ligadas pela correia metálica.



Então, pode-se afirmar que:

a) a velocidade angular de *B* é maior do que a velocidade angular de *A*.

b) as velocidades angulares de *A* e *B* são iguais.

c) a velocidade linear de um ponto no perímetro de *A* é maior do que a velocidade linear de um ponto no perímetro de *B*.

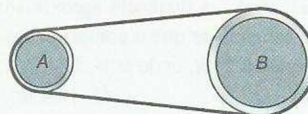
d) a velocidade linear de um ponto no perímetro de *A* é menor do que a velocidade linear de um ponto no perímetro de *B*.

e) as velocidades lineares são as mesmas em quaisquer pontos nos perímetros de *A* e *B*.

11 (U. Católica de Salvador-BA) Durante uma corrida, um ciclista muda a marcha de sua bicicleta, de modo que a corrente circule as polias *A* e *B*, conforme a figura abaixo. A polia *A* tem raio R_A e a polia *B* tem raio R_B. Nessas condições, estando o sistema em movimento, teremos:

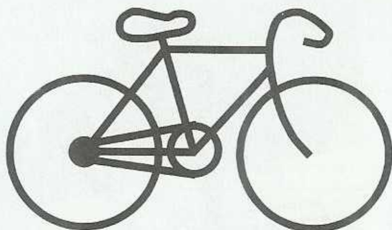
a) $v_A > v_B$ c) $\omega_A = \omega_B$

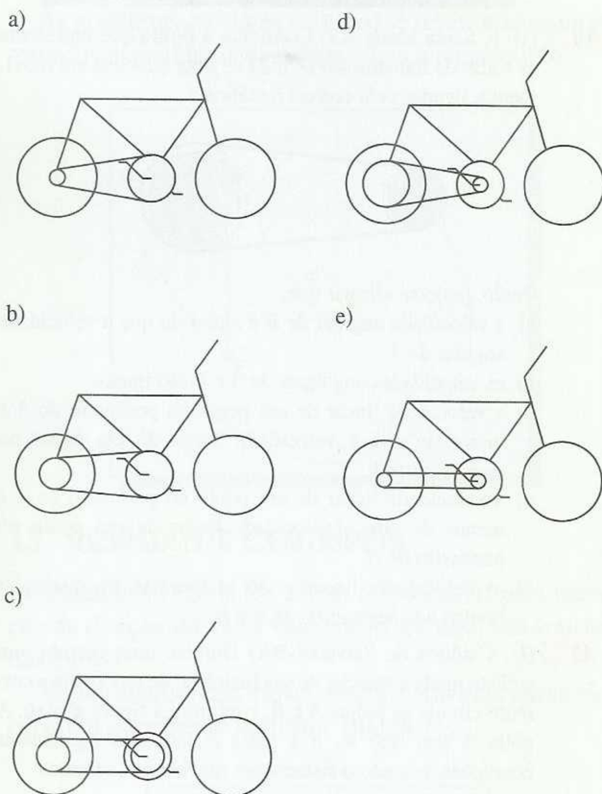
b) $v_A = v_B$ d) $\frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{R_A}{R_B}$





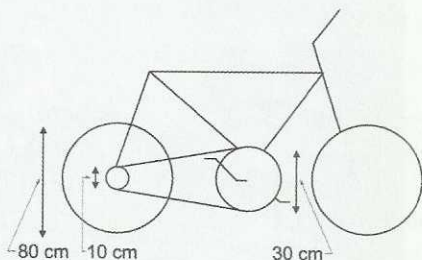
12 (Enem) As bicicletas possuem uma corrente que liga uma coroa dentada dianteira, movimentada pelos pedais, a uma coroa localizada no eixo da roda traseira, conforme figura. O número de voltas dadas pela roda dianteira a cada pedalada depende do tamanho relativo dessas coroas. Em que opção abaixo a roda traseira dá o maior número de voltas por pedalada?





13 (Enem) Quando se dá uma pedalada na bicicleta abaixo (isto é, quando a coroa acionada pelos pedais dá uma volta completa), qual é a distância aproximada percorrida pela bicicleta, sabendo-se que o comprimento de um círculo de raio R é igual a $2\pi R$, onde $\pi \cong 3$?

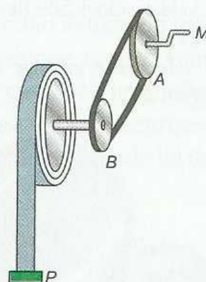
a) 1,2 m
b) 2,4 m
c) 7,2 m
d) 14,4 m
e) 48,0 m



14 (Unirio) O mecanismo apresentado na figura é utilizado para enrolar mangueiras após terem sido usadas no combate a incêndios. A mangueira é enrolada sobre si mesma, camada sobre camada, formando um carretel cada vez mais espesso. Considerando ser o diâmetro da polia A maior do que o diâmetro da polia B, quando giramos a manivela M com velocidade constante, verificamos que a polia B gira .... que a polia A, enquanto a extremidade P da mangueira sobe com movimento ....

Preenche corretamente as lacunas acima a opção:

a) mais rapidamente – acelerado
b) mais rapidamente – uniforme
c) com a mesma velocidade – uniforme
d) mais lentamente – uniforme
e) mais lentamente – acelerado



15 (U. F. Juiz de Fora-MG) Uma menina está sentada dentro de um ônibus que se encontra em movimento retilíneo e uniforme. O ônibus começa a fazer uma curva, mantendo o módulo de sua velocidade constante. Ela começa a ter a sensação de estar sendo jogada para fora da curva. Com base nas leis de Newton, uma pessoa parada na calçada explica esse fato da seguinte forma:

a) De acordo com a primeira lei de Newton, todo corpo tende a permanecer em repouso ou em movimento retilíneo uniforme a não ser que as forças que atuem sobre ele não se cancelem.
b) De acordo com a segunda lei de Newton, estando o ônibus acelerado, a força normal não consegue cancelar a força peso, surgindo então a força centrífuga como resultante.
c) De acordo com a terceira lei de Newton, as forças centrípeta e centrífuga formam um par ação-reação. Isso mostra que deve existir uma terceira força na direção horizontal, que é a causadora desta sensação.
d) Este problema não pode ser resolvido pelas leis de Newton, pois elas não se aplicam no referencial inercial da pessoa na calçada.

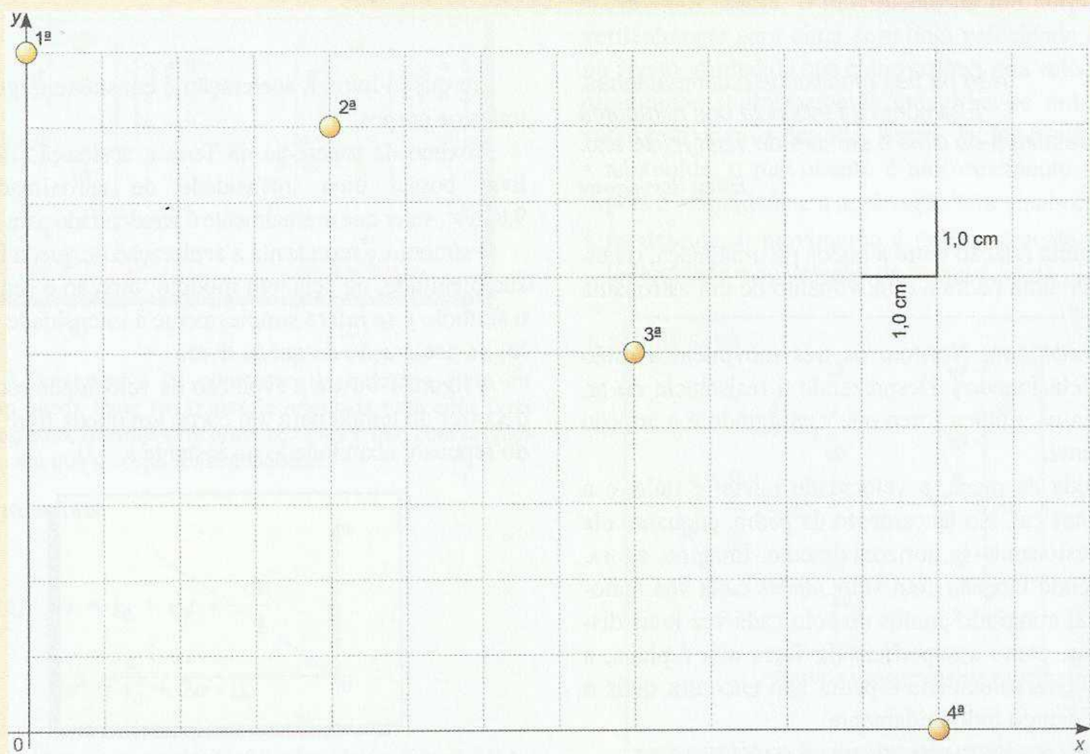
16 (UFMS) Um disco gira com velocidade angular constante de 60 rotações por minuto. Uma formiga, partindo do centro do disco, caminha sem deslizar na direção radial com velocidade constante em relação ao disco. Supondo que a velocidade da formiga seja 0,15 m/s e o raio do disco igual a 15 cm, assinale as afirmativas corretas.

I. A velocidade angular do disco é 1,0 rad/s.
II. A formiga realizará, até chegar à borda do disco, uma volta completa.
III. Quanto mais a formiga se aproxima da borda do disco, maior a força centrípeta que atua sobre ela.
IV. A aceleração centrípeta sobre a formiga depende de sua massa.
V. A força centrípeta que atua na formiga é proporcionada pelo atrito entre a formiga e o disco.



ATIVIDADE ESPECIAL: Análise vetorial de um movimento

A figura mostra uma fotografia "estroboscópica" de uma bola em movimento no espaço. Nesse tipo de fotografia, as imagens são registradas em intervalos de tempo iguais. No exemplo, as posições ocupadas pela bola foram obtidas com um intervalo de tempo de 1,0 s. A escala da fotografia é de 1:500, isto é, cada centímetro da foto corresponde a 500 cm (5 m) na escala real.



1. Para o sistema de eixos ortogonais indicado na figura, quais são as coordenadas do centro de cada uma das imagens?
2. Trace um vetor ligando o centro da primeira imagem com o centro da segunda imagem. Faça o mesmo com a segunda e a terceira, e com a terceira e a quarta imagens. Como é chamado cada um desses vetores?
3. Com uma régua, meça o comprimento (módulo) de cada um dos vetores do item anterior. Dê a resposta em metros. Não se esqueça da escala 1:500.
4. Ainda utilizando a régua, determine os módulos dos componentes retangulares de cada um dos vetores deslocamento.
5. O que acontece com o módulo do componente horizontal do vetor deslocamento? E com o módulo do componente vertical?
6. Determine o módulo da velocidade vetorial média horizontal e vertical para cada intervalo de 1,0 s. São constantes, aumentam ou diminuem?
7. Classifique os movimentos: na horizontal e na vertical.
8. Você acha que esse movimento é possível na prática? Justifique sua resposta.

Capítulo 7

PROJÉTEIS

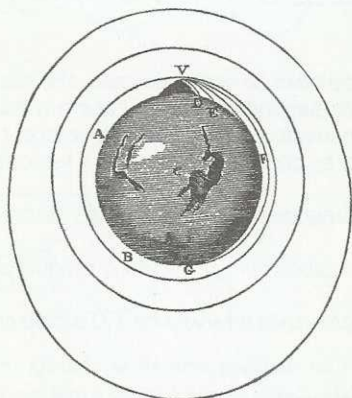
Não há boa mobilidade nas montanhas.
E também a tendência dos atiradores
que atiram de cima é sempre de visar muito alto.

Ernest Hemingway

Há alguma relação entre a queda de uma maçã, o lançamento de uma pedra e o movimento de um astronauta em órbita?

De acordo com Newton, os três movimentos estão bastante relacionados. Desprezando a resistência do ar, nos três casos a única força que está agindo é a atração gravitacional.

Na queda da maçã, a velocidade inicial é nula, e a maçã apenas cai. No lançamento da pedra, enquanto ela cai, vai deslocando-se horizontalmente. Imagine, agora, a pedra sendo lançada com velocidades cada vez maiores. Ela vai atingindo pontos do solo cada vez mais distantes, mas, como a superfície da Terra não é plana, a partir de certa velocidade a pedra não encontra mais o solo e vai caindo indefinidamente.



"Sistema do mundo". Desenho de Newton que mostra as trajetórias de corpos lançados do alto de uma montanha.

1. QUEDA LIVRE

A expressão "queda livre" significa cair no vazio, sem a resistência que o ar, como fluido real, oferece ao movimento dos corpos.

No vácuo, todos os corpos, soltos simultaneamente de uma mesma altura, chegam ao solo ao mesmo tempo e com a mesma velocidade. Isso acontece sempre, quaisquer que sejam sua massa, formato ou material.

Em queda livre, a aceleração é constante e igual para todos os corpos.

Próximo da superfície da Terra a aceleração de queda livre possui uma intensidade de aproximadamente 9,8 m/s^2, valor que normalmente é arredondado para 10 m/s^2.

O símbolo $\vec{g}$ representa a aceleração de queda livre em sua plenitude, ou seja, em módulo, direção e sentido. Já o símbolo g se refere simplesmente à intensidade (módulo) da aceleração de queda livre.

A figura 1 ilustra a evolução da velocidade escalar no decorrer do tempo para um corpo em queda livre a partir do repouso, abandonado no instante $t = 0$.

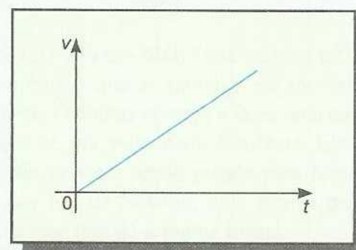


Figura 1 A velocidade de um corpo em queda livre aumenta uniformemente com o tempo.

A velocidade escalar de um corpo em queda livre a partir do repouso é proporcional ao tempo de queda desse corpo.

O gráfico, mostrado na figura 2, está dividido em intervalos de tempo iguais a t.

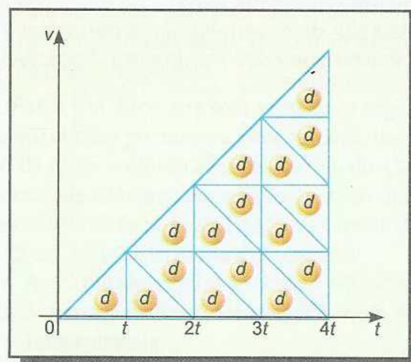


Figura 2 A área compreendida pelo gráfico num dado intervalo de tempo nos fornece o módulo do deslocamento escalar nesse intervalo. E, como o movimento é sempre progressivo, o deslocamento escalar é positivo e coincide com a distância efetivamente percorrida.

Em intervalos de tempo iguais e consecutivos, um móvel em queda livre percorre distâncias cada vez maiores, na proporção dos números ímpares consecutivos (1*d*, 3*d*, 5*d*, 7*d*, ...).

Como a queda livre é um movimento variado uniformemente, podemos aplicar as equações vistas para o M.V.U., orientando convenientemente a trajetória (figura 3).

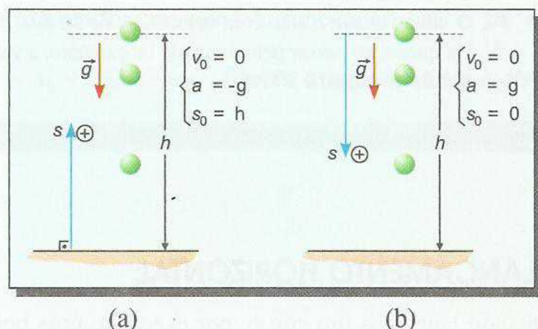


Figura 3 Dois modos de orientação da trajetória para um corpo em queda livre: *(a)* trajetória orientada para cima com origem no solo; *(b)* trajetória orientada para baixo com origem no ponto em que o corpo foi abandonado.

Assim, temos:

$$\text{M.V.U.} \begin{cases} s = s_0 + v_0t + \dfrac{at^2}{2} \\ v = v_0 + at \\ v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta s \end{cases}$$

Queda livre com a orientação adotada na figura 3*(b)*:

$$s = \frac{gt^2}{2} \qquad v = gt \qquad v^2 = 2g \cdot \Delta s$$

2. LANÇAMENTO VERTICAL

Para baixo

A diferença entre a queda livre a partir do repouso e o lançamento vertical para baixo reside nas condições iniciais: a velocidade inicial não é nula (figura 4).

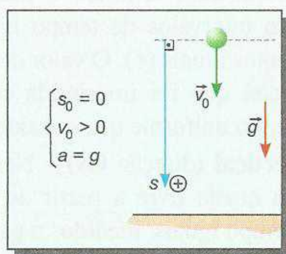


Figura 4 Corpo lançado verticalmente para baixo ($v_0 \neq 0$). Trajetória orientada positivamente para baixo, a partir do ponto de lançamento.

Nessas condições, as equações usadas são:

$$s = v_0t + \frac{gt^2}{2} \qquad v = v_0 + gt \qquad v^2 = v_0^2 + 2g \cdot \Delta s$$

Para cima

Vejamos, agora, o movimento de um corpo lançado verticalmente para cima com uma velocidade inicial v_0, no vácuo. À medida que o corpo sobe, sua velocidade vai diminuindo uniformemente até tornar-se nula, quando então tem início a descida. Assim, temos (figura 5):

- na subida, o movimento é uniformemente retardado, pois a velocidade e a aceleração têm sinais contrários
- na descida, o movimento é uniformemente acelerado (velocidade e aceleração de mesmo sinal)

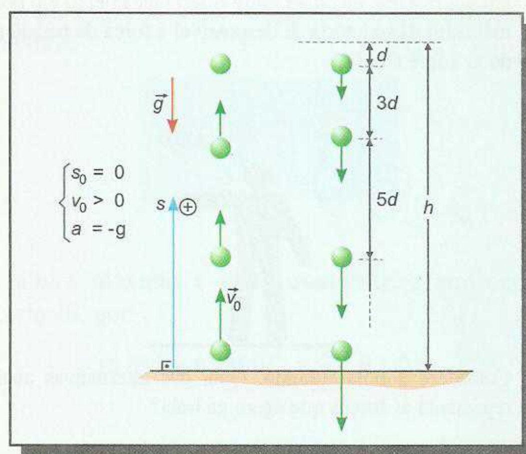


Figura 5 Lançamento vertical para cima a partir do solo. Origem: ponto de lançamento; orientação da trajetória: positivo para cima.

Nessas condições, as equações usadas são:

$$s = v_0t - \frac{gt^2}{2} \qquad v = v_0 - gt \qquad v^2 = v_0^2 - 2g \cdot \Delta s$$

Observações

- No ponto de altura máxima, a velocidade é nula. Aplicando-se a equação de Torricelli, obtemos:

$$h_{\text{máx.}} = \frac{v_0^2}{2g}$$

- Os tempos de subida e descida são iguais (desde que o corpo retorne à mesma posição):

$$t_s = t_d = \frac{v_0}{g}$$



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 (Mackenzie-SP) Se um objeto cai, a partir do repouso, em um local onde a aceleração da gravidade é 10 m/s², desprezando a resistência do ar, podemos afirmar que esse objeto:

I. adquire velocidade constante de 10 m/s.
II. cai 10 m durante o primeiro segundo.
III. tem velocidade de 20 m/s após 2 s.

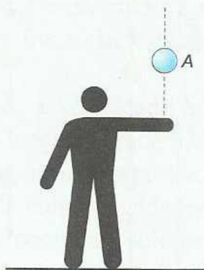
Assinale a alternativa na qual todas as afirmações são corretas:

a) I, II, III
b) I, II
c) II, III
d) I
e) III

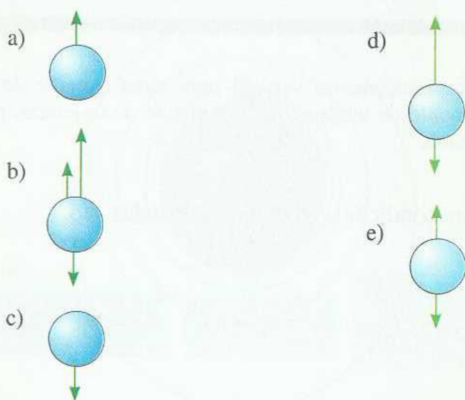
2 (UFMG) Uma pessoa lança uma bola verticalmente para cima. Sejam v o módulo da velocidade e a o módulo da aceleração da bola no ponto mais alto de sua trajetória. Assim sendo, é correto afirmar que, nesse ponto:

a) $v = 0$ e $a > 0$
b) $v > 0$ e $a > 0$
c) $v = 0$ e $a = 0$
d) $v > 0$ e $a = 0$

3 (UFES) Um menino lança uma bola verticalmente para cima. O ponto A no desenho representa a posição da bola em um instante qualquer entre o seu lançamento e o ponto mais alto da trajetória. É desprezível a força de resistência do ar sobre a bola.

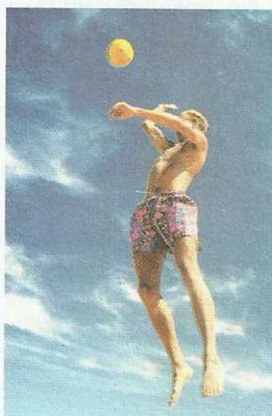


Considere a bola subindo. Qual das alternativas abaixo representa as forças que agem na bola?



4 (PUC-RS) É possível observar, durante uma partida de vôlei, que alguns atletas conseguem uma impulsão que lhes permite atingir 1,25 m acima do solo. Sendo $g = 10$ m/s², a velocidade inicial do centro de massa do atleta, em m/s, é:

a) 7,5
b) 5,0
c) 4,5
d) 3,0
e) 1,5



CID

5 A uma certa altura do solo, um objeto é lançado verticalmente para cima. Após 2,0 s, o objeto inverte o sentido do movimento e começa a cair, demorando, a partir de então, 5,0 s para chocar-se com o solo. Considere $g = 10$ m/s². Assinale certo ou errado nas afirmativas abaixo:

I. A velocidade de lançamento do objeto é 20 m/s.
II. O objeto atinge uma altura máxima de 20 m em relação ao ponto de lançamento.
III. A altura máxima atingida pelo objeto, em relação ao solo, é 125 m.
IV. O objeto atinge o solo com velocidade de 20 m/s.
V. Na queda, ao passar pelo ponto de lançamento, a velocidade do objeto é 20 m/s.

Exercícios complementares: do 10 ao 14.

3. LANÇAMENTO HORIZONTAL

Quando lançamos um corpo, por exemplo, uma bola, horizontalmente de um ponto situado a uma altura h, acima do solo, a bola descreve um arco de parábola até atingir o solo. Se desprezamos a resistência do ar, essa trajetória pode ser facilmente construída (figura 6).

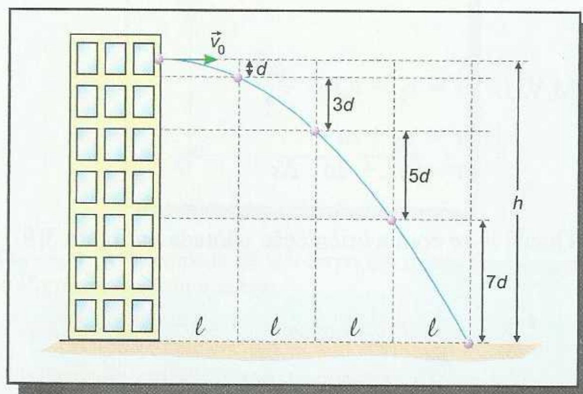


Figura 6 Trajetória de uma bola lançada horizontalmente de uma altura h acima do solo.

O movimento da bola é o resultado da composição de dois movimentos:

- **movimento horizontal** (direção Ox) – Se o corpo estivesse se deslocando com a velocidade inicial que lhe foi imprimida, mas sem a ação da gravidade, o movimento seria horizontal, retilíneo e uniforme. Nesse movimento, em intervalos de tempo iguais, o corpo tem deslocamentos iguais (ℓ). O valor de ℓ depende da velocidade inicial que foi imprimida ao corpo e do intervalo de tempo uniforme que consideramos.
- **movimento vertical** (direção Oy) – Nessa direção, o móvel está em queda livre a partir do repouso. Em intervalos de tempo iguais, medidos a partir do instante em que ele começa a cair, os deslocamentos são proporcionais aos números ímpares: $1d$, $3d$, $5d$, $7d$, ... O valor de d depende do campo gravitacional do local e do intervalo de tempo uniforme que consideramos.

Equações

- **Direção horizontal** – O movimento é retilíneo e uniforme. A função horária é, portanto, do tipo $s = s_0 + vt$. Com a origem adotada no ponto de lançamento e observando que $v = v_0 = v_x$, escrevemos:

$$s = v_0 t$$

- **Direção vertical** – O movimento é retilíneo acelerado uniformemente. A função horária é do tipo $s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$. Com a origem adotada e observando que $v_0 = 0$, $s_0 = 0$ e $a = g$, obtemos:

$$y = \frac{gt^2}{2}$$

4. LANÇAMENTO OBLÍQUO

A figura 7 ilustra o movimento de uma bola lançada obliquamente, a partir do solo, considerando nula a resistência do ar.

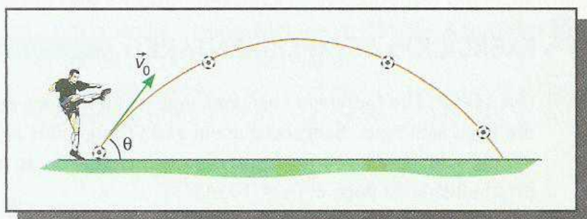


Figura 7 No vácuo, uma bola lançada obliquamente descreve uma parábola.

O estudo desse movimento é feito por meio da decomposição em duas direções: horizontal e vertical (figura 8).

- **Movimento horizontal** (direção Ox) – Nessa direção, o movimento é retilíneo e uniforme, pois o campo gravitacional é vertical, não influindo no componente horizontal do movimento.
- **Movimento vertical** (direção Oy) – Nessa direção, o movimento é variado uniformemente. O componente vertical da velocidade diminui uniformemente até se tornar nula, o que acontece no ponto de altura máxima, e, em seguida, aumenta uniformemente até a bola atingir o solo.

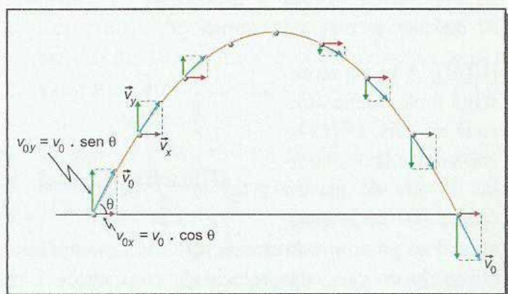


Figura 8 Movimentos horizontal e vertical de um corpo lançado obliquamente.

Equações

Direção horizontal (eixo Ox)

- Função horária da velocidade:
$v_x = v_{0,x} = v_0 \cdot \cos \theta = \text{constante}$
- Função horária do espaço: $x = v_0 \cdot \cos \theta \cdot t$

Direção vertical (eixo Oy)

- Função horária da velocidade: $v_y = v_0 \cdot \text{sen } \theta - gt$
- Função horária do espaço: $y = v_0 \cdot \text{sen } \theta \cdot t - \frac{gt^2}{2}$
- Equação de Torricelli: $v_y^2 = (v_0 \cdot \text{sen } \theta)^2 - 2g \cdot \Delta y$

Observações

- O tempo de subida é igual ao tempo de descida. Fazendo-se $v_y = 0$ na função horária da velocidade, obtemos:

$$t_s = t_d = \frac{v_0 \cdot \text{sen } \theta}{g}$$

- A altura máxima é dada usando-se a equação de Torricelli, por:

$$v_y^2 = (v_0 \cdot \text{sen } \theta)^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta y$$

$$0 = (v_0 \cdot \text{sen } \theta)^2 + 2(-g)h_m$$

$$h_m = \frac{(v_0 \cdot \text{sen } \theta)^2}{2g}$$

- O alcance (D) do projétil corresponde à coordenada x que ele atingiu ao retornar ao solo, sendo dada por:

$$x = v_0 \cdot \cos \theta \cdot t$$

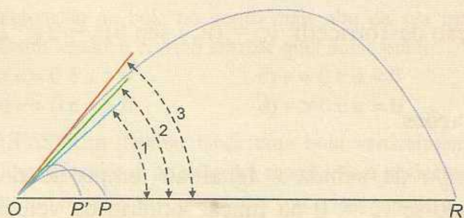
$$D = v_0 \cdot \cos \theta \cdot \frac{2v_0 \cdot \text{sen } \theta}{g}$$

$$D = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen } 2\,\theta}{g}$$

- Para uma determinada velocidade, o alcance será o mesmo para dois lançamentos nos quais os ângulos sejam complementares: $\theta_1 + \theta_2 = 90°$.
- Para uma determinada velocidade, o alcance máximo é obtido quando o ângulo de lançamento é 45°.

Os disparos e a resistência do ar

Em 1918, ao final da Primeira Guerra Mundial, os alemães conseguiram, pela primeira vez na história, o bombardeio de cidades inimigas situadas a mais de 100 km de distância. O método utilizado, descoberto por acaso, consistia em efetuar os disparos com muita inclinação e grande velocidade inicial. Os projéteis alcançavam as altas camadas da atmosfera, nas quais, devido à rarefação, a resistência do ar é insignificante. Era nesse meio pouco resistente que o projétil percorria a maior parte de sua trajetória.



O canhão utilizado pelos alemães, para bombardear principalmente Paris, consistia de um enorme tubo telescópico de aço de 34 m de comprimento e 1 m de diâmetro. Os projéteis possuíam 1 m de comprimento, 21 cm de diâmetro e massa de 120 kg. Eram lançados com velocidade inicial de 2.000 m/s, com um ângulo de inclinação de 52°, e descreviam um enorme arco cujo ponto mais alto se encontrava a 40 km de altura, na estratosfera. Para percorrer os 115 km, da base de lançamento a Paris, tardavam 3,5 min, dos quais 2 min na estratosfera.

O ganho obtido no alcance desse canhão veio acompanhado da falta de precisão. Os disparos atingiam um ponto qualquer entre os extremos leste e oeste de Paris, com duvidoso resultado bélico, mas de grande impacto moral.

Fonte: Texto adaptado de Yakov Perelman, in *Fun with Maths and Physics*.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

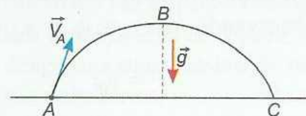
6 Dois rifles são disparados com os canos na horizontal, paralelos ao plano do solo e ambos à mesma altura acima do solo. À saída dos canos, a velocidade da bala do rifle *A* é três vezes a velocidade da bala do rifle *B*. Após intervalos de tempo t_A e t_B, as balas atingem o solo a, respectivamente, distâncias d_A e d_B das saídas dos respectivos canos. Desprezando-se a resistência do ar, pode-se afirmar que:

a) $t_A = t_B$, $d_A = d_B$
b) $t_A = \frac{1}{3} t_B$, $d_A = d_B$
c) $t_A = \frac{1}{3} t_B$, $d_A = 3d_B$
d) $t_A = t_B$, $d_A = 3d_B$
e) $t_A = 3t_B$, $d_A = 3d_B$

7 (Udesc) Uma esfera rola de uma mesa horizontal de 1,25 m de altura, atingindo o solo num ponto localizado a 5,0 m da vertical que contém a beira da mesa. Considere $g = 10\ m/s^2$.

a) Faça um diagrama mostrando a trajetória da esfera.
b) Calcule o tempo que a esfera esteve no ar.
c) Calcule os componentes horizontal e vertical da velocidade da esfera ao deixar a mesa.
d) Calcule os componentes vertical e horizontal da velocidade da esfera ao atingir o chão.

8 (FEI-SP) Uma partícula é lançada do ponto *A*, com velocidade $\vec{v}_A$, descrevendo a parábola *ABC*. Desprezam-se as forças de resistência do ar. A reta que passa por *A* e *C* é horizontal e *B* é o ponto de altura máxima.



Podemos afirmar que:

a) em *B* a velocidade é máxima.
b) em *B* a velocidade é nula.
c) os vetores velocidade em *A* e *C* são iguais.
d) a projeção horizontal da partícula móvel desloca-se com movimento uniforme.
e) em *B* a aceleração é nula.

9 (Fuvest-SP) Uma pessoa sentada num trem, que se desloca numa trajetória retilínea a 20 m/s, lança uma bola verticalmente para cima e a pega de volta no mesmo nível do lançamento. A bola atinge uma altura máxima de 0,80 m em relação a esse nível. Pede-se:

a) o valor da velocidade da bola, em relação ao solo, quando ela atinge a altura máxima.
b) o tempo durante o qual a bola permanece no ar.

Exercício complementar: 15.



EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

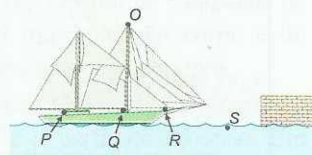
10 (FAAP-SP) Um indivíduo abandona uma pedra na boca de um poço sem água. Sabendo que ela gasta 6 segundos até atingir o fundo do poço e desprezando os efeitos do ar, a profundidade do poço é: ($g = 10\ m/s^2$)

a) 30 m
b) 180 m
c) 60 m
d) 150 m
e) 90 m

11 (UERJ) Foi veiculada na televisão uma propaganda de uma marca de biscoitos com a seguinte cena: um jovem casal estava num mirante sobre um rio e alguém deixava cair de lá de cima um biscoito. Passados alguns segundos, o rapaz se atirava do mesmo lugar de onde caiu o biscoito e conseguia agarrá-lo no ar. Em ambos os casos, a queda é livre, as velocidades iniciais são nulas, a altura da queda é a mesma e a resistência do ar é nula. Para Galileu Galilei, a situação física desse comercial seria interpretada como:

a) impossível, porque a altura da queda não era grande o suficiente.
b) possível, porque o corpo mais pesado cai com maior velocidade.
c) possível, porque o tempo de queda de cada corpo depende de sua forma.
d) impossível, porque a aceleração da gravidade não depende da massa dos corpos.

12 (UERJ) A figura representa uma escuna atracada ao cais. Deixa-se cair uma bola de chumbo do alto do mastro (ponto *O*). Nesse caso, ela cai ao pé do mastro (ponto *Q*). Se a escuna estiver se afastando do cais com velocidade constante e a mesma bola for abandonada do mesmo ponto *O*, ela cairá no seguinte ponto da figura:



a) *P*
b) *Q*
c) *R*
d) *S*

13 (Unifenas-MG) Uma pedra é lançada verticalmente para cima. Despreza-se a resistência do ar e considera-se a aceleração da gravidade constante. Qual das proposições abaixo pode ser falsa?

I. No ponto de altura máxima, a velocidade escalar é nula.
II. No ponto de altura máxima, a aceleração escalar é nula.
III. Em qualquer posição da trajetória, a velocidade escalar na subida e na descida tem o mesmo valor absoluto.
IV. O tempo de subida e o tempo de descida até o solo são iguais.

a) I b) II c) III d) IV e) Nenhuma

14 (FAAP-SP) Dois corpos são lançados de uma altura h, com velocidade inicial v_0, um para cima e outro para baixo. Ao atingir o solo, podemos afirmar que:

a) a velocidade do primeiro é o dobro da do segundo.
b) o primeiro tem o triplo da velocidade do segundo.
c) o segundo tem velocidade maior que o primeiro.
d) o segundo tem o dobro da velocidade do primeiro.
e) as velocidades são iguais.

15 Um projétil lançado próximo da superfície da Terra descreve uma trajetória parabólica. Considere $g = 10$ m/s^2 e despreze a resistência do ar. Assinale as afirmativas corretas.

I. No ponto mais alto da trajetória, a velocidade é nula.
II. A componente horizontal da velocidade do projétil é constante.
III. A única força que age no projétil é a força peso, vertical para baixo.
IV. No ponto de altura máxima o projétil está em equilíbrio.
V. A velocidade de lançamento é vertical para cima.



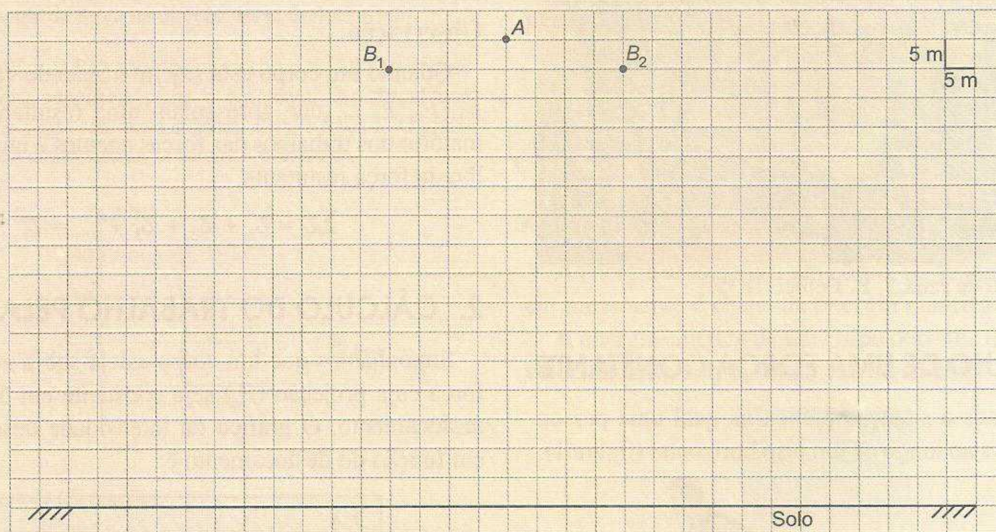
ATIVIDADE ESPECIAL: Movimento de um projétil

Um método prático para se construir a trajetória parabólica de um projétil consiste em utilizar as proporções dos números ímpares consecutivos (proporções de Galileu) mostradas na figura 2 deste capítulo.

O ponto de partida é o vértice da parábola (ponto de altura máxima do projétil). Se, a partir desse ponto, levarmos em conta somente o movimento vertical, o projétil cai, percorrendo distâncias cada vez maiores, na proporção dos números ímpares consecutivos: $1d$, $3d$, $5d$, $7d$, ... para intervalos de tempo iguais (d é a distância que ele cai no 1º intervalo de tempo). Lembre-se de que, na vertical, o movimento do projétil é variado uniformemente. A velocidade diminui uniformemente na subida e aumenta uniformemente na descida.

Em relação à horizontal, as distâncias percorridas em cada intervalo de tempo são sempre iguais, pois a velocidade horizontal do projétil é constante.

Na figura abaixo, o ponto A representa o vértice de uma trajetória parabólica e B_1 e B_2, duas posições simétricas (uma na subida e outra na descida) correspondentes a um intervalo de tempo de 1,0 s.



Com base nessas informações, responda às questões.

1. Complete a figura, marcando as posições simétricas ocupadas pelo projétil e considerando sempre intervalos de tempo de 1,0 s. Trace a curva descrita pelo projétil até o solo.
2. Qual é o tempo de subida e de descida do projétil?
3. Quanto tempo o projétil permanece no ar?
4. Qual é a altura máxima atingida pelo projétil? E o alcance?
5. Na horizontal, quantos metros o projétil percorre a cada segundo?
6. O que acontece com a velocidade horizontal do projétil? E com a velocidade vertical?
7. Calcule a aceleração horizontal e a aceleração vertical do projétil.
8. Determine a velocidade de lançamento em módulo, direção e sentido.
9. Escreva as funções horárias horizontal e vertical para o espaço.
10. Determine a velocidade com que o projétil atinge o solo.

Capítulo 8

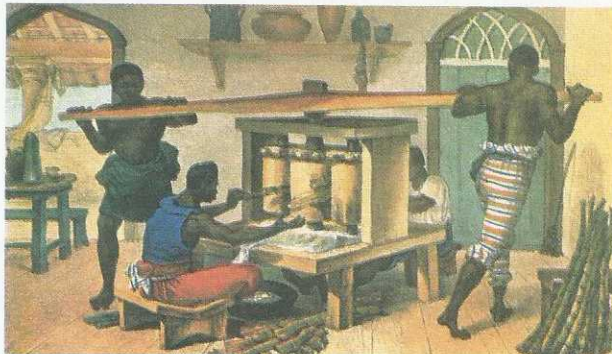
TRABALHO E ENERGIA

Dia em que dava a vontade de ter trabalhado muito
Para nele não trabalhar nada,
Entrevi, como uma entrada por entre as árvores,
O que talvez seja o Grande Segredo, ...

Fernando Pessoa (Alberto Caeiro)

Para erguer um corpo, elevar a água até um reservatório, acelerar um carro ou para moer grãos, precisamos da atuação de uma força. Essa força deve atuar em um determinado deslocamento. Dessa observação nasce o conceito de energia. Assim, qualquer tarefa vai envolver a realização de um trabalho e, portanto, de uma certa quantidade de energia.

Na natureza, encontramos várias fontes de energia: algumas renováveis, outras poluentes e outras, ainda, difíceis de ser obtidas.



Moenda portátil de cana, J. B. Debret, 1835.

1. TRABALHO DE UMA FORÇA CONSTANTE

Consideremos a situação prática na qual uma pessoa puxa uma caixa ao longo de um piso horizontal (figura 1).

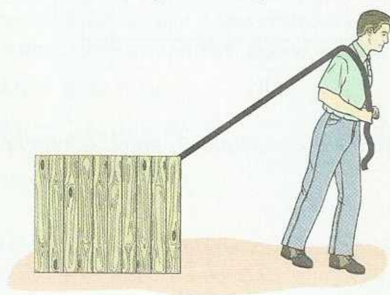


Figura 1 Com uma corda, uma pessoa arrasta uma caixa num piso horizontal.

A figura 2 representa, esquematicamente, a força $\vec{F}$ constante aplicada à caixa pela corda puxada pela pessoa, ao longo do deslocamento $\Delta\vec{r}$, entre os pontos A e B.

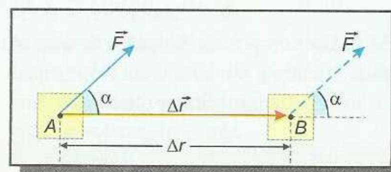


Figura 2 A força $\vec{F}$ age durante todo o deslocamento da caixa entre os pontos A e B.

Por definição, o trabalho realizado pela força $\vec{F}$ nesse deslocamento é:

$$\tau = F \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha$$

A unidade da grandeza trabalho corresponde à unidade de força multiplicada pela unidade de deslocamento. No S.I., a unidade de trabalho é joule (J), em que *joule* = *newton* · *metro* (1 J corresponde ao trabalho realizado por uma força constante de módulo 1 N, em um deslocamento de 1 m).

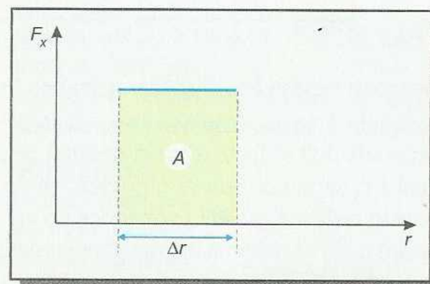
Observação

Quando um corpo está sujeito à ação de várias forças, $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ ..., que apresentam uma resultante $\vec{R}$, o somatório dos trabalhos das forças agentes é igual ao trabalho da força resultante.

$$\Sigma\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + ... = \tau_r$$

2. CÁLCULO DO TRABALHO PELA ÁREA

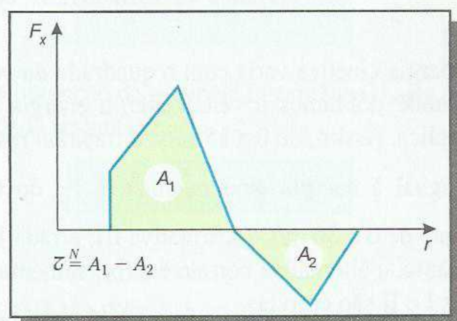
Suponhamos que um corpo esteja sob a ação de uma força cuja projeção (F_x) seja constante em determinado deslocamento. O gráfico da intensidade dessa projeção em função do deslocamento é:



A área assinalada no gráfico representa, numericamente, o trabalho realizado pela força $\vec{F}$ no deslocamento $\Delta\vec{r}$.

$$\begin{cases} \tau_F = F_x \cdot \Delta r \\ \text{Área} = F_x \cdot \Delta r \end{cases} \rightarrow \tau \overset{N}{=} \text{Área}$$

Esse resultado continua válido mesmo que a projeção F_x tenha intensidade variável, conforme mostrado na figura abaixo.





EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

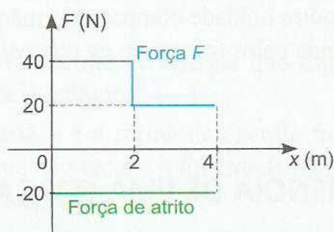
1 (U. F. Santa Maria-RS) Indique se é verdadeira ou falsa cada afirmativa a seguir:

I. Se o trabalho realizado por uma força aplicada a um corpo é nulo, então, necessariamente, o corpo não se desloca.

II. A força peso (força gravitacional) realiza um trabalho negativo sobre um corpo que cai livremente.

III. O trabalho realizado por uma força aplicada sobre um corpo é o produto do deslocamento do corpo pela componente da força na direção desse deslocamento.

2 (U. Católica de Salvador-BA) Um corpo de 4,0 kg move-se sobre uma superfície plana e horizontal. As forças que atuam no corpo são: peso, normal, atrito e força F. O gráfico mostra como variam as forças F e de atrito.



Considere as afirmações:

I. O trabalho realizado pela força F, deslocando o corpo de 0 a 2 m, é igual a 40 joules.

II. O trabalho realizado pela força de atrito cinético, deslocando o corpo de 0 a 4 m, é negativo.

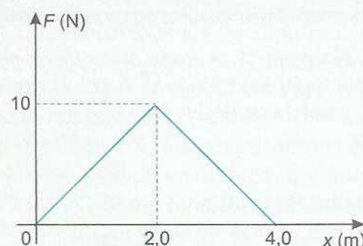
III. De 0 a 2 m, o corpo desloca-se com aceleração constante.

IV. O trabalho total realizado pelas forças que atuam no corpo, deslocando-o de 0 a 4 m, é igual a 40 joules.

É certo concluir que:

a) apenas I e II estão corretas.
b) apenas I, II e III estão corretas.
c) apenas I, III e IV estão corretas.
d) apenas II, III e IV estão corretas.
e) todas estão corretas.

3 (U. E. Londrina-PR) O gráfico representa o valor algébrico da força resultante $\vec{F}$ que age sobre um corpo de massa 5,0 kg, inicialmente em repouso, em função da abscissa x.



O trabalho realizado por $\vec{F}$, no deslocamento de $x = 0$ até $x = 4,0$ m em joules, vale:

a) 0 b) 10 c) 20 d) 30 e) 40

3. ENERGIA

Dizemos que um sistema de corpos (eventualmente esse sistema pode ter um único corpo) tem energia quando as forças que ele aplica têm condições de realizar trabalho.

Assim, medir a energia de um sistema corresponde a medir o trabalho que pode ser realizado. Outra decorrência imediata é que, assim como o trabalho de uma força, a energia também é uma grandeza escalar.

Considerando as várias formas possíveis de energia (térmica, elétrica etc.), verifica-se que, para um sistema de corpos em que não há troca de energia com corpos alheios a esse sistema, a energia é conservada. Esse é o **princípio da conservação da energia**:

> A energia não se cria, a energia não se perde, apenas se transforma.

4. TEOREMA DA ENERGIA CINÉTICA

A energia associada a um corpo, ou sistema de corpos, em movimento é chamada **energia cinética** (E_c).

A energia cinética de um corpo depende da massa e da velocidade do corpo, sendo calculada por:

$$E_c = \frac{mv^2}{2}$$

Vamos supor que um corpo, inicialmente em movimento com velocidade escalar v_0, receba a ação de um conjunto de forças cuja resultante é $\vec{R}$ e, após um deslocamento $\Delta\vec{r}$, apresente velocidade $\vec{v}$. O **teorema da energia cinética** nos diz que:

> O trabalho realizado pela resultante $\vec{R}$ das forças aplicadas no corpo corresponde a uma variação de energia cinética (acréscimo ou decréscimo).

Para demonstrar esse teorema, vamos supor que a projeção da resultante $\vec{R}$ na direção do deslocamento seja constante (figura 3).

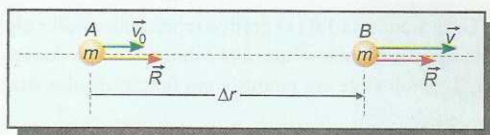


Figura 3 No ponto A, o corpo de massa m possui velocidade $\vec{v_0}$ e, no ponto B, velocidade $\vec{v}$. A resultante das forças, $\vec{R}$, é constante, paralela ao deslocamento e age durante todo o deslocamento.

O trabalho da resultante é dado por:

$$\mathcal{T}_r = R \cdot \Delta r$$

De acordo com a segunda lei de Newton:

$$R = ma$$

Substituindo na expressão anterior, obtemos:

$$\mathcal{T}_r = ma \cdot \Delta r \quad (1)$$

E, de acordo com a equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta r \rightarrow a \cdot \Delta r = \frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2} \quad (2)$$

Substituindo a expressão (2) na expressão (1), obtemos:

$$\mathcal{T}_r = m\left(\frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2}\right) = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$$

Nessa expressão, $\frac{mv^2}{2}$ representa a energia cinética do corpo no ponto B (energia cinética final) e $\frac{mv_0^2}{2}$ representa a energia cinética do corpo no ponto A (energia cinética inicial). Portanto, essa última expressão pode ser escrita:

$$\mathcal{T}_r = E_{c(\text{final})} - E_{c(\text{inicial})} = \Delta E_c$$

Exercício resolvido

Um automóvel com massa de 1.000 kg acelera do repouso a 108 km/h (30 m/s) em 10 s. Nessas condições, podemos afirmar que:

I. a aceleração média do automóvel é 3,0 m/s^2.
II. o trabalho resultante nos 10 s é 450.000 J.
III. o trabalho resultante para acelerar o automóvel do repouso a 54 km/h (15 m/s) é a metade do trabalho necessário para acelerá-lo do repouso a 108 km/h.

a) Somente a afirmativa I é correta.
b) Somente as afirmativas I e II são corretas.
c) Somente a afirmativa III é correta.
d) Somente as afirmativas II e III são corretas.
e) Todas as afirmativas são corretas.

Resolução

A aceleração média do automóvel é dada por:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{30 - 0}{10 - 0} = 3{,}0 \text{ m/s}^2 \text{ (Afirmativa I: correta.)}$$

O trabalho resultante é igual à variação de energia cinética. Como o automóvel parte do repouso, a energia cinética inicial é nula. Assim:

$$\mathcal{T}_r = E_{c(\text{final})} = \frac{mv^2}{2}$$

$$\mathcal{T}_r = \frac{1.000\,(30)^2}{2} = 450.000 \text{ J (Afirmativa II: correta.)}$$

A energia cinética varia com o quadrado da velocidade. Quando dobramos a velocidade, a energia cinética quadruplica. Assim, de 0 a 15 m/s, o trabalho resultante, que é igual à energia cinética final, é $\frac{1}{4}$ do trabalho resultante de 0 a 30 m/s. (Afirmativa III: errada.)

Portanto, a alternativa correta é a (b): somente as afirmativas I e II são corretas.

5. POTÊNCIA DE UMA MÁQUINA

Por definição, se uma máquina transforma a quantidade de energia ΔE em um intervalo de tempo Δt, sua potência média ($\mathcal{P}_m$) nesse intervalo é:

$$\mathcal{P}_m = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

No S.I., a unidade de potência é watt (**W**): watt = joule por segundo.

Admite-se também, para a potência, uma antiga unidade britânica consagrada pelo uso, que é o **hp**. Essa unidade compara o desempenho de uma máquina com o de um cavalo. A própria sigla é a abreviação britânica de cavalos de potência: hp = *horsepower*. A relação entre essa unidade e a unidade do S.I. é:

$$1 \text{ hp} = 746 \text{ W}$$

Uma outra unidade comparando máquina e cavalo foi estabelecida pelos franceses: **cv** (*cheval vapeur*) em que:

$$1 \text{ cv} = 735 \text{ W}$$

6. POTÊNCIA DE UMA FORÇA

Sempre que a energia é transformada ou transferida, há forças realizando trabalho. A potência de uma força mede a rapidez com que ela realiza trabalho, ou, ainda, a rapidez com que a energia é transformada.

Para determinar a potência média ($\mathcal{P}_m$) de uma força, consideramos o trabalho realizado por ela ($\mathcal{T}$), ou a energia transformada (ΔE), por unidade de tempo (Δt), obtendo:

$$\mathcal{P}_m = \frac{\mathcal{T}}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

Podemos relacionar a potência de uma força com a intensidade da força e com o módulo da velocidade de um corpo sujeito a essa força:

$$\mathcal{P}_m = \frac{\mathcal{T}}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha}{\Delta t}$$

mas como $v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t}$, obtemos:

$$\mathcal{P}_m = F \cdot v_m \cdot \cos \alpha$$

Para a obtenção da potência instantânea, basta utilizar a velocidade instantânea:

$$\mathcal{P} = F \cdot v \cdot \cos \alpha$$

7. RENDIMENTO (η)

A figura 4 representa uma máquina que recebe uma certa quantidade de energia, aproveita uma parte dessa energia e dissipa o restante.

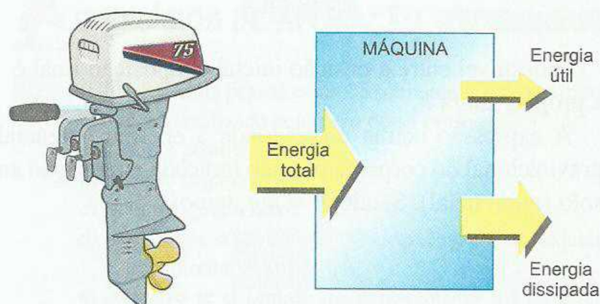




Figura 4 Representação esquemática de uma máquina. A largura das setas que mostram o fluxo de energia é proporcional à quantidade de energia referente a cada modalidade.

Na figura, temos:

- **energia total** – corresponde ao total de energia fornecida à máquina
- **energia útil** – é a forma de energia que esperamos seja fornecida pela máquina
- **energia dissipada** – é a forma de energia fornecida pela máquina que não atende à finalidade para a qual a máquina foi construída

De acordo com o princípio da conservação da energia, escrevemos:

$$\mathcal{P}_{total} = \mathcal{P}_{útil} + \mathcal{P}_{dissipada}$$

O rendimento de uma máquina é a relação entre a potência útil e a potência total a ela fornecida:

$$\eta = \frac{\mathcal{P}_{útil}}{\mathcal{P}_{total}}$$

Ou, em termos de porcentagem:

$$\eta = \frac{\mathcal{P}_{útil}}{\mathcal{P}_{total}} \cdot 100\%$$

A caixa de marchas de um automóvel

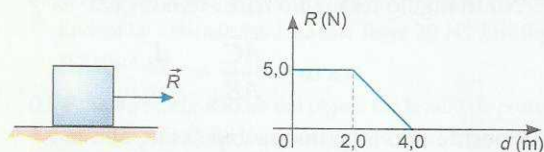
Quando utilizamos uma máquina, podem ocorrer situações em que necessitamos de uma maior força e outras, de velocidades maiores. Como a potência ($P = Fv$) das máquinas é em geral limitada, o produto da força pela velocidade é limitado.

Assim, nas ocasiões em que necessitamos de uma maior força, abrimos mão da velocidade. É o que acontece na partida de um carro, na qual usamos a primeira marcha: pouca velocidade, mas grande intensidade de força. À medida que o carro ganha velocidade, usamos a segunda, terceira, quarta e quinta marchas, reduzindo gradativamente a intensidade da força. Nos aclives, normalmente é necessário uma redução de marcha, com aumento da intensidade da força e conseqüente redução de velocidade.

Para a maioria dos automóveis, esse procedimento de mudança de marchas é manual, mas também pode ser automático.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

4 Sobre um objeto de massa 1,0 kg, inicialmente em repouso, atua uma força resultante, conforme o gráfico abaixo:



a) Como varia a velocidade do objeto?
b) Aplicando o teorema da energia cinética, determine o módulo da velocidade adquirida pelo objeto após percorrer os primeiros 4 m.

5 (Univali-SC) Um fabricante de caminhões no Brasil especifica suas características por meio de um código numérico que representa a capacidade de carga e a potência máxima desenvolvida. Um caminhão de código 1518 (15 toneladas e 180 hp), cuja tara (massa vazio) é 10 toneladas, está carregado até seu limite máximo. Adote 1 hp = 750 W.
Nas afirmações a seguir, assinale certo ou errado:

I. A massa do caminhão carregado é 25 toneladas.
II. Numa subida, obrigatoriamente, o caminhão perde potência.
III. Suponha que o caminhão parte do repouso em uma estrada horizontal e retilínea. Se a velocidade máxima atingida é 108 km/h, então as forças resistivas possuem um módulo de 4.500 N.

6 Uma usina de energia, que utiliza combustível fóssil, consome 380 toneladas de carvão por hora para produzir trabalho útil numa potência de 750 milhões de watts. Sabe-se que 1 kg de carvão libera 28 milhões de joules de energia. Nessas condições, julgue os itens abaixo:

I. Em 10 horas de funcionamento, a usina consome $3{,}8 \cdot 10^6$ kg de carvão.
II. Por hora, a queima do carvão libera $1{,}064 \cdot 10^{13}$ joules de energia.
III. Por hora, o trabalho útil é $2{,}7 \cdot 10^{12}$ joules.
IV. O rendimento da usina é de 50%.

Exercícios complementares: do 10 ao 12.

8. TRABALHO DA FORÇA PESO

Consideremos que um corpo de peso $\vec{P}$ sofra um deslocamento ($\Delta\vec{r}$) entre os pontos A e B, separados por um desnível d (figura 5).

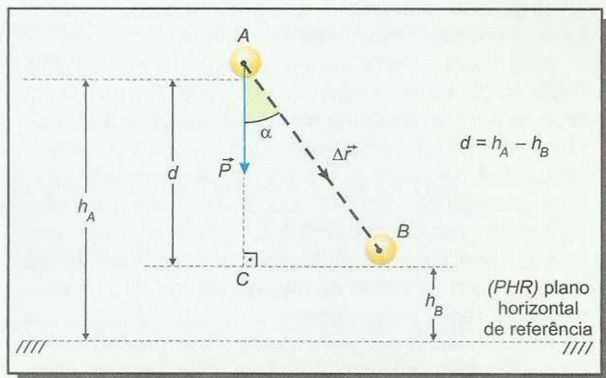


Figura 5 No deslocamento de A para B, a força peso realiza trabalho.

O trabalho da força peso nesse deslocamento é:

$$\tau = P \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha$$

No triângulo retângulo ABC, temos que:

$$\cos \alpha = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{d}{\Delta r}$$

Substituindo na primeira expressão, obtemos:

$$\tau = P \cdot \Delta r \cdot \frac{d}{\Delta r} \rightarrow \boxed{\tau = Pd}$$

O trabalho da força peso não depende do deslocamento $\Delta\vec{r}$ e da inclinação α; depende apenas do desnível (d) entre os dois pontos.

9. FORÇAS CONSERVATIVAS

As forças cujo trabalho não depende da trajetória são chamadas de **forças conservativas**. Dizemos, então, que a força peso é uma força conservativa.

As forças cujo trabalho depende da trajetória são chamadas de **forças não-conservativas**. Como exemplo de força **não-conservativa**, podemos citar a força de atrito: quando um corpo é deslocado entre dois pontos de uma superfície horizontal em que haja atrito, o trabalho realizado pela força de atrito depende da trajetória efetuada pelo corpo entre os dois pontos.

10. ENERGIA POTENCIAL (E_P)

A energia potencial associada a uma força conservativa corresponde numericamente ao trabalho que essa força tem condições de realizar. Uma vez que o trabalho é sempre referido a um determinado deslocamento, a energia potencial corresponde numericamente ao trabalho que a força conservativa realiza nesse deslocamento.

Energia potencial gravitacional

Quando um corpo de massa m se encontra a uma altura h, medida em relação a um plano de referência arbitrário, a força peso tem condições de realizar trabalho (figura 6).

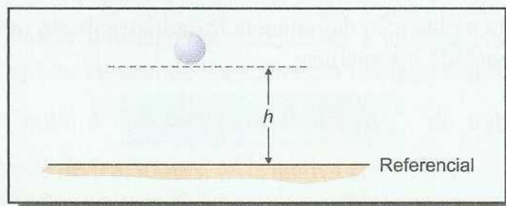


Figura 6 Um corpo de massa m, a uma altura h acima do solo, possui energia potencial gravitacional.

O trabalho da força peso no deslocamento da posição mostrada na figura até a posição de referência é:

$$\tau = Ph$$

O desnível entre a posição inicial e a posição final é a própria altura h.

A expressão acima corresponde à energia potencial gravitacional do corpo na posição indicada em relação ao solo (referencial). Sendo $P = mg$, temos:

$$E_p = mgh$$

Energia potencial elástica

A força elástica também é uma força conservativa. Para a força elástica, temos (figura 7):

$$\vec{F}_{el.} = \begin{cases} \text{Direção do eixo da mola} \\ \text{Sentido contrário ao da deformação} \\ \text{Intensidade } F = k|x| \end{cases}$$

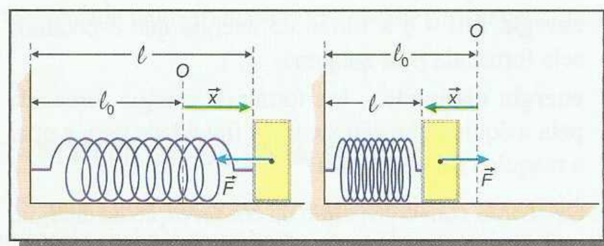
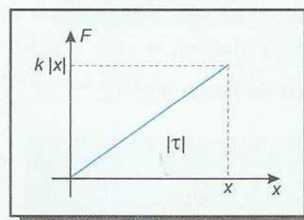


Figura 7 ℓ_0 é o comprimento natural da mola (sem deformação). O vetor deformação e o vetor força elástica têm sempre sentidos opostos.

Colocando-se como referência para o cálculo da energia potencial o ponto em que a deformação da mola é nula (ponto O), podemos supor que temos um corpo deslocando-se de uma posição qualquer, cuja deformação, até o ponto de referência, é x.



Nesse deslocamento, o módulo do trabalho pode ser obtido pela área mostrada no gráfico anterior:

$$|\tau| = \text{Área} = \frac{(k|x|) \cdot |x|}{2}$$

Uma vez que esse trabalho é motor ($\tau > 0$), esteja o corpo à direita ou à esquerda da posição de referência, temos que:

$$\tau_{e(x \to 0)} = \frac{kx^2}{2}$$

Portanto, a energia potencial elástica é dada por:

$$E_p = \frac{kx^2}{2}$$

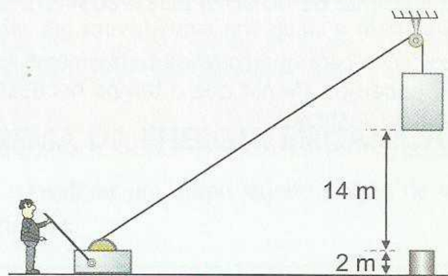


EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

7 (UFR-RJ) Uma pessoa caminha sobre um plano horizontal. O trabalho realizado pelo peso dessa pessoa é:

a) sempre positivo.
b) sempre negativo.
c) sempre igual a zero.
d) positivo se o sentido do deslocamento for da esquerda para a direita.
e) negativo se o sentido do deslocamento for da direita para a esquerda.

8 (U. F. Viçosa-MG) Um bate-estacas sustenta um bloco de 200 kg, a uma altura de 16 m do solo, sobre uma estaca situada 14 m abaixo.



Desprezando as forças dissipativas e considerando $g = 10\ m/s^2$, determine:

a) a intensidade da força que o cabo exerce sobre o bloco.
b) a energia potencial do bloco em relação ao solo.
c) a energia potencial do bloco em relação ao topo da estaca.

9 (UnB-DF) Utilizando um estilingue, um garoto lança uma pedra verticalmente para cima. De acordo com o texto, julgue os itens seguintes:

I. A pedra tem o mesmo sentido que a aceleração da gravidade, portanto não tem peso.
II. A energia potencial máxima da pedra é a altura máxima que ela pode atingir.
III. A força elástica do estilingue realiza trabalho sobre a pedra.
IV. O trabalho realizado pela força elástica é positivo.

Exercícios complementares: 13 e 14.



EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

10 Um bloco de massa 20 kg, inicialmente em repouso sobre uma superfície horizontal, é puxado por uma força F constante, também horizontal, de intensidade 50 N. Durante todo o deslocamento do bloco age uma força de atrito de intensidade 20 N. Considerando um deslocamento de 10 m, julgue os itens abaixo:

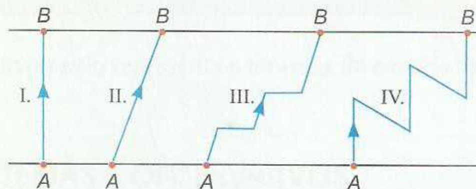
I. O trabalho realizado pela força F é 500 J.
II. O trabalho realizado pela força de atrito é −200 J.
III. O trabalho realizado pela força peso é 2.000 J.
IV. A força normal da superfície no bloco não realiza trabalho, pois é perpendicular ao deslocamento.
V. O trabalho resultante no bloco é 300 J.

11 (Unicamp-SP) Um carregador em um depósito empurra uma caixa de 20 kg, que inicialmente estava em repouso. Para colocar a caixa em movimento, é necessária uma força horizontal de 30 N. Uma vez iniciado o deslizamento, são necessários 20 N para manter a caixa movendo-se com velocidade constante.

a) Determine os coeficientes de atrito estático e cinético entre a caixa e o solo.
b) Determine o trabalho realizado pelo carregador ao arrastar a caixa por 5 m.
c) Qual seria o trabalho realizado pelo carregador se a força horizontal aplicada inicialmente fosse 20 N? Justifique sua resposta.

12 (U. F. Santa Maria-RS) Se um objeto for levado da posição A para a posição B, ao longo das quatro trajetórias mostradas na figura abaixo, o trabalho realizado contra a força gravitacional constante, que aponta na mesma direção e no sentido do eixo y, será:

a) o mesmo em todas as trajetórias.
b) o mesmo somente nas trajetórias I e IV.
c) maior na trajetória I.
d) menor na trajetória II.
e) menor na trajetória IV.



13 (UnB-DF) O motor de um carro Gol 1.8 tem potência de 80 cv. Utiliza-se um motor desses na potência máxima para erguer um piano de 200 kg até 30 m de altura em relação ao solo. Nessas condições, determine: ($g = 10\ m/s^2$ e $1\ cv = 750\ W$)

a) a potência do motor em watts;
b) a variação de energia potencial gravitacional do piano;
c) o intervalo de tempo "gasto" pelo motor para elevar o piano.

14 (FCMSC-SP) Uma mola de constante elástica 10,0 N/m não está submetida a forças nem de distensão nem de compressão. Para efetuar uma compressão de 10 cm é necessário realizar um trabalho, em joules, de:

a) 0,010
b) 0,020
c) 0,050
d) 0,10
e) 0,50



ATIVIDADE ESPECIAL: Energia cinética de um carro

A tabela apresenta a energia cinética (em kJ) de um carro de massa 1.000 kg em função da velocidade, desde 0 até 120 km/h.

Velocidade	Energia cinética (kJ)
0	0
20 km/h = 5,6 m/s	15
40 km/h = 11,1 m/s	62
60 km/h = 16,7 m/s	139
80 km/h = 22,2 m/s	247
100 km/h = 27,8 m/s	386
120 km/h = 33,3 m/s	556

Observações

- 1 kJ (quilojoule) corresponde a 1.000 J.
- Os valores da energia cinética, calculados pela equação $E_c = \frac{mv^2}{2}$, foram arredondados.

1. Construa o gráfico da energia cinética, em kJ, em função da velocidade, em km/h.

2. A partir do gráfico, determine a energia cinética do carro, em kJ, para uma velocidade igual a:
a) 30 km/h
b) 70 km/h
c) 110 km/h

3. Qual é, aproximadamente, a velocidade do carro se a energia cinética é 400 kJ?

4. A energia cinética também dobra quando dobramos a velocidade do carro, por exemplo, de 40 km/h para 80 km/h? Justifique.

5. Determine o módulo do trabalho necessário para reduzir a velocidade do carro:
a) de 120 km/h para 60 km/h.
b) de 60 km/h até o repouso.
Por que os resultados não são iguais? Justifique.

6. Qual é o aumento de energia cinética quando a velocidade aumenta de 40 km/h para 100 km/h? Qual é o trabalho correspondente?

7. Suponha que, estando o carro a 100 km/h, são necessários 5,0 s para que o trabalho das forças frenantes consiga reduzir a zero a energia cinética. Nessas condições, podemos afirmar que o tempo necessário para levar o carro ao repouso, estando ele a 50 km/h, seria de 2,5 s? Justifique.

Capítulo 9

SISTEMAS CONSERVATIVOS E NÃO-CONSERVATIVOS

O pêndulo amortecia a própria velocidade numa extremidade do plano de oscilação, para recair indolente em direção ao centro.

Umberto Eco

Sabemos que energia não se perde, energia não se cria. A energia apenas se transforma ou é transferida de um sistema para outro. Uma outra forma de se considerar esse mesmo princípio é dizer que nenhuma máquina pode ter rendimento superior a 100%.

Nos sistemas conservativos, a energia mecânica permanece constante. Em nosso cotidiano, essa não é uma observação comum. Quando, por exemplo, deslocamos um pêndulo de sua posição de equilíbrio e o soltamos, ele não permanece oscilando indefinidamente. Há o que chamamos de dissipação de energia mecânica, pela ação da resistência do ar e do atrito no ponto de suspensão do pêndulo.

Mas, se pensarmos no movimento da Terra ao redor do Sol, da Lua ao redor da Terra e dos satélites artificiais, veremos que a aplicação desse princípio é de extrema importância: são movimentos nos quais a dissipação de energia mecânica é muito pequena.

1. TEOREMA DA ENERGIA MECÂNICA

Vamos considerar um corpo sujeito à ação de várias forças (figura 1).

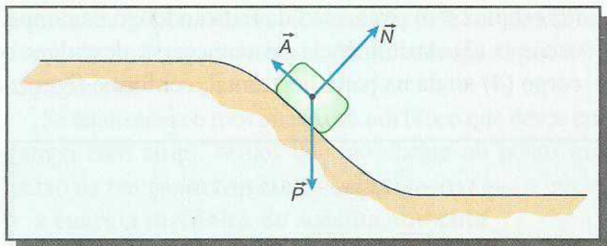


Figura 1 Quando um corpo muda de posição, as forças que agem nele podem realizar trabalho.

Para um deslocamento do corpo, o teorema da energia cinética nos fornece:

$$\tau_r = E_{c(\text{final})} - E_{c(\text{inicial})}$$

As forças que agem no corpo podem ser conservativas ou não. Na figura 1, a força peso é conservativa e as forças normal e de atrito não são conservativas. Podemos, assim, dividir o trabalho total (resultante) em duas parcelas:

$$\tau_r = \tau_{\text{conservativas}} + \tau_{\text{não-conservativas}}$$

Sendo $\tau_{\text{cons.}} = E_{p(\text{inicial})} - E_{p(\text{final})}$, o trabalho resultante é dado por:

$$\tau_r = E_{p(\text{inicial})} - E_{p(\text{final})} + \tau_{\text{não-conservativas}}$$

Aplicando esse resultado no teorema da energia cinética, temos:

$$\tau_r = E_{p(i)} - E_{p(f)} + \tau_{\text{não-conservativas}} = E_{c(f)} - E_{c(i)}$$

Agrupando os termos com os valores iniciais à esquerda e os valores finais à direita:

$$E_{c(i)} + E_{p(i)} + \tau_{\text{não-conservativas}} = E_{c(f)} + E_{p(f)}$$

Finalmente, escrevemos:

$$E_{m(\text{inicial})} + \tau_{\text{não-conservativas}} = E_{m(\text{final})}$$

Essa expressão representa o teorema da energia mecânica.

2. SISTEMAS CONSERVATIVOS

Um sistema é chamado conservativo se sua energia mecânica (cinética + potencial) permanece constante. Caso contrário, o sistema é dito simplesmente não-conservativo.

Sistema conservativo $\Leftrightarrow E_{m(i)} = E_{m(f)} = \text{constante}$

Nos sistemas conservativos, a redução no valor da energia cinética é acompanhada de um aumento na energia potencial e vice-versa; porém, a soma desses dois valores permanece constante. A energia apenas mudou de cinética para potencial ou de potencial para cinética.

Vejamos o critério para determinar se um sistema é ou não é conservativo. De acordo com o teorema da energia mecânica, para que um sistema seja conservativo, devemos ter a energia mecânica final igual à energia mecânica inicial, ou seja, o trabalho das forças não-conservativas deve ser igual a zero:

Sistema conservativo $\Leftrightarrow E_{m(i)} = E_{m(f)} =$ constante

$\therefore \tau_{\text{não-conservativas}} = 0$

Assim, em um sistema conservativo, podem estar ocorrendo duas situações:

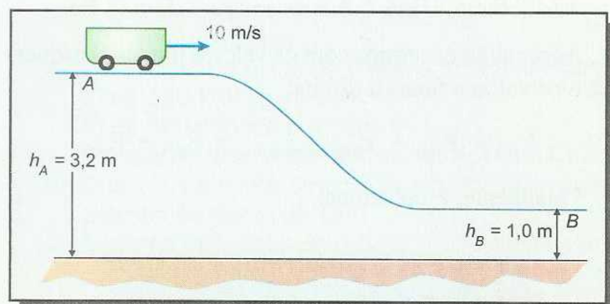
- no sistema só agem forças conservativas e, portanto, $\tau_{\text{não-conservativa}} = 0$;
- no sistema agem forças não-conservativas, mas o trabalho realizado por elas é nulo.

Exercícios resolvidos

1. Um carrinho de massa 300 kg passa pelo ponto A de uma montanha-russa com velocidade de 10 m/s, conforme figura. Considere desprezível a força de atrito e a resistência do ar. Adote $g = 10$ m/s^2.

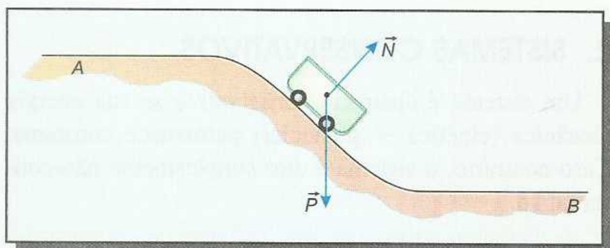
a) O sistema carrinho-Terra é conservativo?

b) Qual é a velocidade do carrinho ao passar pelo ponto B?



Resolução

a) No carrinho agem as forças normal e peso.



A força peso é conservativa e a força normal não é conservativa, mas o trabalho realizado por ela é nulo, pois, instante a instante, a força normal é sempre perpendicular ao deslocamento. Portanto, o sistema é conservativo.

b) Como o sistema é conservativo, temos que a energia mecânica inicial (ponto A) é igual à energia mecânica final (ponto B):

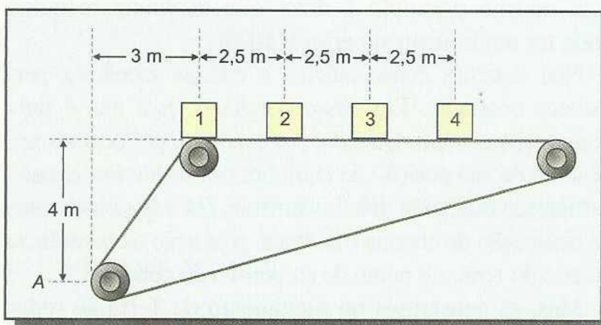
$$E_{m(A)} = E_{m(B)}$$

$$\frac{mv_A^2}{2} + mgh_A = \frac{mv_B^2}{2} + mgh_B$$

Cancelando as massas e substituindo valores numéricos, temos:

$$\frac{10^2}{2} + 10 \cdot 3{,}2 = \frac{v_B^2}{2} + 10 \cdot 1 \rightarrow \boxed{v_B = 12 \text{ m/s}}$$

2. Quatro corpos iguais, considerados como pontos materiais de massas m, estão sobre uma esteira transportadora que se encontra parada e travada na posição indicada na figura. O corpo (1) está no início do trecho inclinado da esteira, e as massas desta e dos roletes podem ser consideradas desprezíveis quando comparadas com a massa dos quatro corpos. Num determinado instante, destrava-se o sistema e a esteira começa a movimentar-se transportando os corpos sem escorregamento. Calcule a velocidade do corpo (1) quando este deixar a esteira em A. Adote $g = 10$ m/s^2.

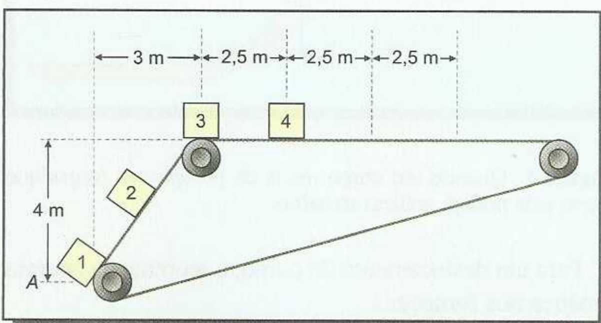


Resolução

Como os corpos se movimentam sem escorregar em relação à esteira, a distância entre eles permanece constante. O comprimento da rampa pode ser obtido pelo teorema de Pitágoras:

$$d^2 = 3^2 + 4^2 \rightarrow d = 5 \text{ m}$$

Assim, quando o corpo (1) chegar ao ponto A, o corpo (2) estará 2,5 m atrás, medida feita ao longo da rampa, o corpo (3) na iminência de começar a descida e o corpo (4) ainda na parte horizontal, conforme figura.



Considerando que os quatro blocos e a esteira constituem um sistema, o trabalho das forças não-conserva-

tivas sobre esse sistema é nulo; logo, o sistema é conservativo. Tomando como referência o plano horizontal que contém o ponto A, as alturas dos blocos na situação final são: $h_1 = 0$; $h_2 = 2$ m; $h_3 = 4$ m e $h_4 = 4$ m.

Como o sistema é conservativo, escrevemos:

$$E_{c(\text{final})} + E_{p(\text{final})} = E_{c(\text{inicial})} + E_{p(\text{inicial})}$$

$$\frac{\cancel{4}m\,2v^2}{\cancel{2}} + mgh_1 + mgh_2 + mgh_3 + mgh_4 = (4m)gh_{\text{inicial}}$$

Cancelando as massas e efetuando as substituições, temos:

$$2v^2 + 10 \cdot 0 + 10 \cdot 2 + 10 \cdot 4 + 10 \cdot 4 = 4 \cdot 10 \cdot 4$$

$$\boxed{v \cong 5{,}5 \text{ m/s}}$$

3. SISTEMAS NÃO-CONSERVATIVOS

Em alguns sistemas, a energia mecânica não permanece constante. Esses são os sistemas não-conservativos. O teorema da energia mecânica continua sendo uma ferramenta importante na resolução dos problemas, permitindo calcular a energia mecânica ganha ou dissipada, dependendo do tipo de situação.

Considerando o teorema da energia mecânica, temos:

$$E_{m(i)} + \tau_{\text{não-conservativas}} = E_{m(f)}$$

Mas como $E_{m(i)} \neq E_{m(f)}$, então:

$$\tau_{\text{não-conservativas}} \neq 0$$

Vamos considerar dois casos:

- **a energia mecânica do sistema diminui**

$$\tau_{\text{não-conservativas}} < 0$$

As forças não-conservativas que agem no sistema são dissipativas e uma parcela da energia mecânica é transformada em outras modalidades de energia (térmica, sonora etc.). Como exemplo desse tipo de força, temos a força de atrito, a resistência do ar, a força viscosa nos líquidos etc.

Se analisamos o movimento de um bloco que desce uma rampa com atrito, vemos que, ao chegar ao ponto mais baixo da rampa, a energia mecânica é menor que a inicial.

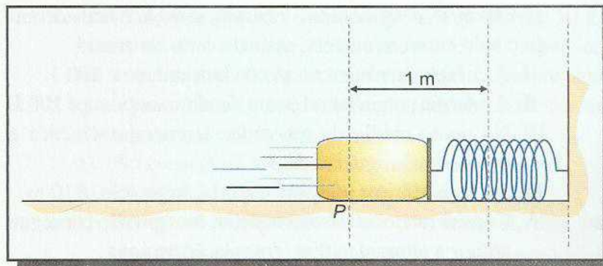
- **a energia mecânica do sistema aumenta**

$$\tau_{\text{não-conservativas}} > 0$$

As forças não-conservativas que agem no sistema realizam trabalho motor, e a energia mecânica do sistema sofre então um acréscimo. Como exemplo, podemos pensar em um carro que arranca em uma pista plana e horizontal. A força que impulsiona o veículo é a força de atrito entre os pneus e o solo. Essa força realiza trabalho e o carro vai ganhando energia cinética sem variar a sua energia potencial.

Exercício resolvido

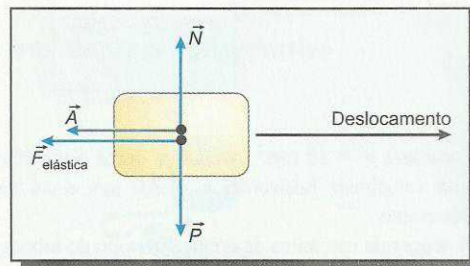
Um bloco de massa 1 kg se desloca com velocidade de 10 m/s num plano horizontal sem atrito. A partir do ponto P, o bloco atinge uma região em que há atrito, suposto constante, e uma mola de constante elástica $k = 50$ N/m. O bloco deforma a mola em 1 m, até parar, conforme ilustra a figura.



Qual foi o trabalho realizado pela força de atrito no deslocamento final de 1 m?

Resolução

Sobre o bloco agem as forças peso, elástica, normal e atrito. As forças peso e normal não realizam trabalho, pois são perpendiculares ao deslocamento sofrido pelo bloco.



Assim, podemos escrever:

$$E_{m(i)} + \tau_{\text{atrito}} = E_{m(f)}$$

$$\frac{mv^2}{2} + \tau_{\text{atrito}} = \frac{kx^2}{2}$$

$$\frac{1 \cdot 10^2}{2} + \tau_{\text{atrito}} = \frac{50 \cdot 1^2}{2} \rightarrow \boxed{\tau_{\text{atrito}} = -25 \text{ J}}$$



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 Nas atividades do cotidiano, gastam-se energias de diversas modalidades: mecânica, térmica, elétrica, química etc. Essas formas de energia transformam-se entre si, obedecendo ao princípio geral da conservação de energia.

De acordo com o texto, e com conhecimentos de energia, julgue os itens a seguir:

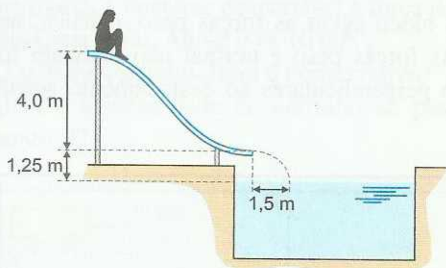
I. À medida que sobe, uma pedra lançada verticalmente para cima perde energia mecânica, contrariando o princípio geral da conservação de energia.

II. Ao subir uma escada, uma pessoa ganha energia mecânica à custa de energia química.

III. Um ferro elétrico transforma energia elétrica em energia mecânica.
IV. Se um sistema é conservativo, à medida que diminui a energia cinética, aumenta a energia potencial, na mesma quantidade.
V. Num sistema dissipativo há aparecimento de energia térmica.

2 Um corpo de 1,0 kg é lançado do solo, verticalmente para cima, com uma energia cinética de 100 J. Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, desprezando a resistência do ar e considerando o solo como referência, assinale certo ou errado.
I. A energia mecânica no ato do lançamento é 100 J.
II. A energia potencial no ponto de altura máxima é 100 J.
III. No ponto médio da trajetória, as energias cinética e potencial são iguais a 50 J.
IV. A altura máxima atingida, em relação ao solo, é 10 m.
V. Considerando a resistência do ar, o corpo não consegue atingir a altura de 10 m, em relação ao solo.

3 (UFF-RJ modificada) Um toboágua de 4,0 m de altura é colocado à beira de uma piscina com sua extremidade mais baixa a 1,25 m acima do nível da água. Uma criança, de massa 50 kg, escorrega do topo do toboágua a partir do repouso, conforme indicado na figura.



Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$. A criança deixa o toboágua com uma velocidade horizontal $v = 3{,}0$ m/s e cai na água. Determine:
a) a energia mecânica da criança no topo do toboágua, em relação à base do toboágua;
b) a perda de energia mecânica da criança durante a descida no toboágua;
c) a energia cinética da criança ao penetrar na água.

4 (PUC-SP) Num bate-estaca, um bloco de ferro de massa superior a 500 kg cai de uma certa altura sobre a estaca, atingindo o repouso, logo após a queda. São desprezadas as dissipações de energia nas engrenagens do motor. A respeito da situação descrita são feitas as seguintes afirmações:
I. Houve transformação de energia potencial gravitacional do bloco de ferro em energia cinética, que será máxima no instante imediatamente anterior ao choque com a estaca.
II. Como o bloco parou após o choque com a estaca, toda a energia do sistema desapareceu.
III. A potência do motor do bate-estaca será tanto maior quanto menor for o tempo gasto para erguer o bloco de ferro até a altura ocupada por ele antes de cair.

É(São) verdadeira(s):
a) somente I.
b) somente II.
c) somente I e II.
d) somente I e III.
e) todas as afirmações.

Exercícios complementares: do 5 ao 11.

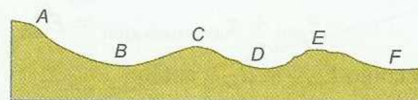


EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

5 (UnB-DF) "O conceito de energia emergiu durante meados do século XIX, quando se percebeu que corpos em movimento podiam deslocar-se contra forças resistivas, realizando, assim, trabalho. Corpos colocados em uma determinada altura exibem um potencial para realizar trabalho quando caem."
Relacionando esse texto com conhecimentos relativos à energia, julgue os itens abaixo:
I. A energia total de um sistema permanece constante.
II. Corpos em queda transformam energia potencial em energia cinética.
III. Se um corpo cai em queda livre, a quantidade de energia potencial perdida corresponde à quantidade de energia cinética ganha.
IV. Para transformar energia de uma modalidade a outra é necessária a realização de um trabalho.

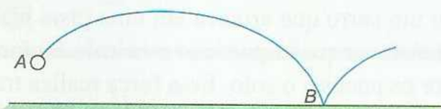
6 (PUC-MG) No filme *Kenoma*, da cineasta Eliane Caffé, uma das personagens, Lineu, é um artesão que sonha construir um motor que não precisa de energia para funcionar. Se esse projeto tivesse sucesso, estaria necessariamente violada a:
a) primeira lei de Newton.
b) lei da conservação de energia.
c) lei da conservação da quantidade de movimento.
d) primeira lei de Kirchhoff.
e) lei de Snell-Descartes.

7 (Univali-SC) Em uma ferrovia que passa por uma região montanhosa do sul do país, com o perfil topográfico mostrado na figura, devem ser construídas três estações de parada de trens.



Do ponto de vista estritamente de economia de energia, é preferível construir as estações nos pontos *A*, *C* e *E* ou *B*, *D* e *F*?
a) Não havendo atrito, é indiferente, pois a energia mecânica se conserva.
b) Mesmo com atrito, é indiferente, porque as perdas são constantes.
c) É preferível nos pontos *A*, *C* e *E*, porque a variação da energia cinética é igual à variação da energia potencial.
d) É preferível nos pontos *A*, *C* e *E*, porque parte da energia é suprida pelo campo gravitacional.
e) É preferível nos pontos *B*, *D* e *F*, porque parte da energia é suprida pelo campo gravitacional.

8 (U. E. Maringá-PR) O goleiro de um time de futebol bate um tiro de meta e a bola percorre a trajetória esquematizada abaixo. Despreze a resistência do ar. Assinale certo ou errado em cada afirmativa abaixo: (O ponto *B* corresponde ao instante em que a bola atinge o solo.)
01 No ponto *A* a resultante das forças que atuam sobre a bola é para a direita e para cima.
02 No ponto *B* a energia cinética da bola é nula.
04 No ponto *A* a bola possui energia cinética menor que a energia potencial.
08 No ponto *B* a energia mecânica da bola é mínima.
16 No ponto *A* a energia total da bola é igual à do ponto *B*.

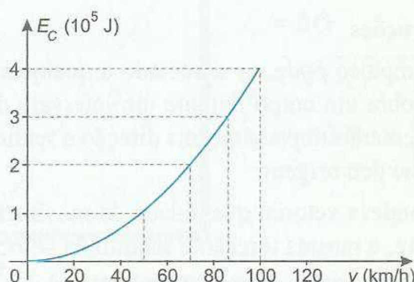


Dê como resposta a soma das afirmativas corretas.

9 O brinquedo conhecido como "caixa de surpresas" consta, eventualmente, de um boneco ou palhaço comprimindo uma mola dentro de um compartimento. Deseja-se montar algo desse tipo, que consiga atingir uma altura de 1,0 m, com uma mola de constante elástica 100 N/m, cuja compressão será de 10 cm dentro da caixa.

a) Qual é a energia potencial armazenada na mola?
b) Supondo que toda a energia da mola é transferida para o boneco, qual é a energia cinética que ele adquire?
c) Qual é o peso do boneco usado no brinquedo?

10 De acordo com a publicação da Fiat para a escola, *Fórmulas no Trânsito*, um carro a 100 km/h precisa de pelo menos 5 s para que o trabalho das forças frenantes consiga baixar até zero a energia cinética. O gráfico mostra como varia a energia cinética com a velocidade do carro.



a) Para qual velocidade a energia cinética é a metade da energia cinética inicial?
b) Supondo que o carro pare em 5 s, qual será o valor da aceleração de breque?
c) Usando o resultado do item anterior e aplicando a equação de Torricelli, qual é a distância de frenagem?
d) Utilizando o teorema da energia cinética, determine a intensidade da força de atrito.

11 (Vunesp) Para tentar vencer um desnível de 0,5 m entre duas calçadas planas e horizontais, um garoto de 50 kg, brincando com um *skate*, de massa desprezível, impulsiona até adquirir uma energia cinética de 300 J. Desprezando quaisquer atritos e considerando $g = 10$ m/s^2, pode-se concluir que, com essa energia:

a) não conseguirá vencer sequer metade do desnível.
b) conseguirá vencer somente metade do desnível.
c) conseguirá ultrapassar metade do desnível, mas não conseguirá vencê-lo totalmente.
d) não só conseguirá vencer o desnível como ainda lhe sobrarão pouco menos de 30 J de energia cinética.
e) não só conseguirá vencer o desnível como ainda lhe sobrarão mais de 30 J de energia cinética.





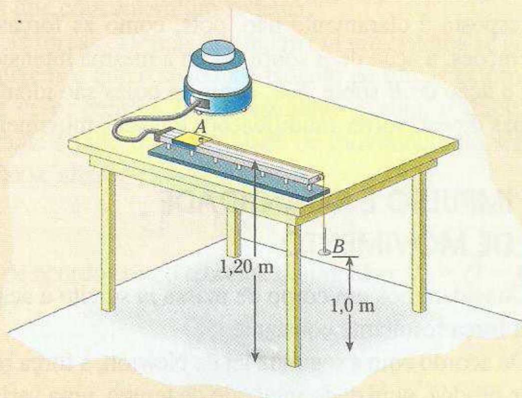
ATIVIDADE ESPECIAL: "Trilho de ar": um sistema conservativo

A figura mostra um "trilho de ar", no qual o corpo *A* se movimenta sem atrito puxado pelo corpo *B*. O "trilho de ar" consta, essencialmente, de uma unidade geradora de ar que, por meio de uma mangueira, injeta ar numa barra oca. Esta contém, na face superior onde o corpo *A* se movimenta, pequenos furos por onde sai o ar. Assim, forma-se uma camada uniforme de ar que, agindo sobre o corpo *A*, torna o atrito praticamente desprezível.

Esse dispositivo nos permite o estudo de um sistema conservativo, verificando o princípio de conservação de energia mecânica.

Considere os seguintes dados: $m_A = 400$ g (0,4 kg); $m_B = 100$ g (0,1 kg) e $g = 10$ m/s^2.

Responda às seguintes questões:



1. De acordo com esses dados, é possível o corpo *B* puxar o corpo *A*, mais pesado? Justifique.
2. Com os corpos em repouso, qual(is) é(são) a(s) forma(s) de energia mecânica que o sistema (corpos *A* e *B*) apresenta?
3. Com os corpos em movimento, o que acontece com a energia mecânica de cada corpo e com a energia mecânica do sistema, desprezando-se todas as formas de atrito?
4. No instante em que o corpo *B* se choca com o solo, qual é a forma de energia que ele possui? O que acontece com essa energia após o choque?
5. Após o choque do corpo *B* com o solo, o que acontece com a energia do corpo *A*?
6. Calcule a energia mecânica dos corpos *A* e *B* na posição inicial (repouso dos corpos).
7. Admitindo ser um sistema conservativo, qual é a energia mecânica do sistema no instante do choque de *B* com o solo?
8. No instante em que o corpo *B* se choca com o solo, qual é a velocidade de cada um dos corpos?

Capítulo 10

IMPULSO E QUANTIDADE DE MOVIMENTO

Uma inteligência que pudesse conhecer todas as forças pelas quais a natureza é animada e o estado, num instante, de todos os objetos que a compõem; ... para essa inteligência nada poderia ser incerto, e o futuro, tal como o passado, estaria presente aos seus olhos.

Laplace

Imagine duas bolas de bilhar idênticas colidindo. Durante quanto tempo elas permanecem em contato trocando forças e qual é a intensidade dessas forças? Bem, essa não é uma medida fácil de quantificar, mas por fotografias rápidas, em intervalos regulares, podemos avaliar as velocidades das bolas antes e depois da colisão.

A colisão dá origem a um ruído. A partir daí, sabemos que não houve conservação da energia mecânica, pois pelo menos uma parte dessa energia se transformou em energia sonora.

Especulando um pouco mais, perguntamos: é possível haver alteração de velocidade em apenas uma das bolas? A resposta é claramente não, pois, como as forças são interações, a ação de *A* sobre *B* tem a mesma intensidade que a ação de *B* sobre *A*, e, como as bolas são idênticas, ambas devem sofrer modificações em seus movimentos.

1. IMPULSO E QUANTIDADE DE MOVIMENTO

Consideremos um corpo de massa m sujeito à ação de uma força resultante constante.

De acordo com a segunda lei de Newton, a força resultante produz, num dado intervalo de tempo, uma variação na velocidade vetorial do corpo:

$$\vec{R} = m\vec{a} = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Sendo $\Delta\vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0$ e passando Δt para o primeiro membro da expressão, temos:

$$\vec{R} \cdot \Delta t = m(\vec{v} - \vec{v}_0)$$

$$\vec{R} \cdot \Delta t = m\vec{v} - m\vec{v}_0$$

Nessa expressão, o 1º membro da igualdade recebe o nome de **impulso da força resultante**, durante um intervalo de tempo Δt:

$$\vec{I}_r = \vec{R} \cdot \Delta t$$

No segundo membro da igualdade, o produto $m\vec{v}$ recebe o nome de **quantidade de movimento ($\vec{Q}$)**:

$$\vec{Q} = m\vec{v}$$

Observações

- Um impulso pode ser associado a qualquer força que age sobre um corpo durante um intervalo de tempo e apresentará sempre a mesma direção e sentido da força que lhe deu origem.
- A grandeza vetorial quantidade de movimento possui, sempre, a mesma direção e sentido da velocidade $\vec{v}$.

Com base nessas definições, a expressão $\vec{R}\Delta t = m\vec{v} - m\vec{v}_0$ pode ser escrita como:

$$\vec{I}_r = \vec{Q} - \vec{Q}_0 = \Delta\vec{Q}$$

Essa expressão representa o teorema do impulso:

O impulso resultante de um sistema de forças sobre um corpo é igual à variação da quantidade de movimento do corpo.

No Sistema Internacional de Unidades (S.I.) utilizamos:

- força em newton (**N**)
- massa em quilograma (**kg**)
- tempo em segundo (**s**)
- velocidade em metro por segundo (**m/s**)
- impulso em newton · segundo (**N · s**)
- quantidade de movimento em quilograma · metro por segundo (**kg · m/s**)

Exercício resolvido

Uma partícula de massa 4,0 kg movimenta-se horizontalmente para a direita com velocidade de 3,0 m/s. Uma força $\vec{F}$ é aplicada à partícula durante 10 s e ela passa a mover-se com velocidade de 4,0 m/s verticalmente para baixo. Determine:

a) as quantidades de movimento inicial e final da partícula;

b) o impulso produzido pela força $\vec{F}$;

c) a intensidade da força $\vec{F}$, supondo-a constante.

Resolução

a) As quantidades de movimento inicial e final da partícula são dadas por:

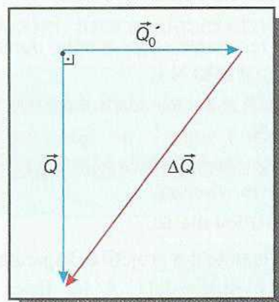
$Q_0 = mv_0$

$Q_0 = 4{,}0 \cdot 3{,}0 \rightarrow Q_0 = 12$ kg · m/s, horizontal para a direita

$Q = mv$

$Q = 4{,}0 \cdot 4{,}0 \rightarrow Q = 16$ kg · m/s, vertical para baixo

b) O impulso produzido pela força $\vec{F}$ é dado pela variação da quantidade de movimento (teorema do impulso). A figura abaixo representa os vetores $\vec{Q}_0$ e $\vec{Q}$ e a variação na quantidade de movimento, $\Delta\vec{Q}$:



$$I_r = \Delta Q$$

$$I_r = \sqrt{(12)^2 + (16)^2}$$

$$\boxed{I_r = 20 \text{ N} \cdot \text{s}}$$

c) Sendo $\vec{F}$ a força resultante, temos:

$$I_r = F \cdot \Delta t$$

$$20 = F \cdot 10 \rightarrow \boxed{F = 2{,}0 \text{ N}}$$

2. IMPULSO DE FORÇA VARIÁVEL

Se a intensidade da força resultante varia com o tempo, então o módulo do impulso é obtido, no gráfico $R \times t$, conforme mostrado na figura 1.

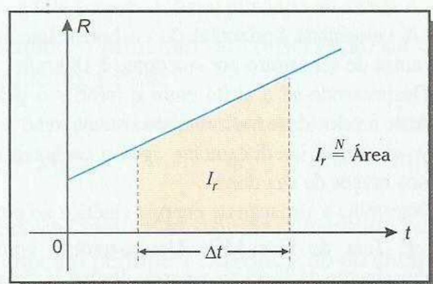


Figura 1 Gráfico da intensidade de uma força resultante em função do tempo: a área assinalada corresponde, numericamente, ao impulso da força resultante no intervalo de tempo considerado.

3. FORÇAS INTERNAS E EXTERNAS

Um conjunto de corpos ou pontos materiais constitui um **sistema**. Os outros corpos que não pertencem a esse sistema constituem o **meio externo**. Em um sistema podem agir forças internas e externas. A interação entre duas partes de um sistema é classificada como **força interna** e as interações do sistema com o meio externo são classificadas como **forças externas**.

Vamos supor que um sistema seja constituído de dois blocos, *A* e *B*, encostados um no outro e apoiados em uma superfície rugosa. Um agente externo interage com o sistema por meio da força $\vec{F}$ (figura 2).

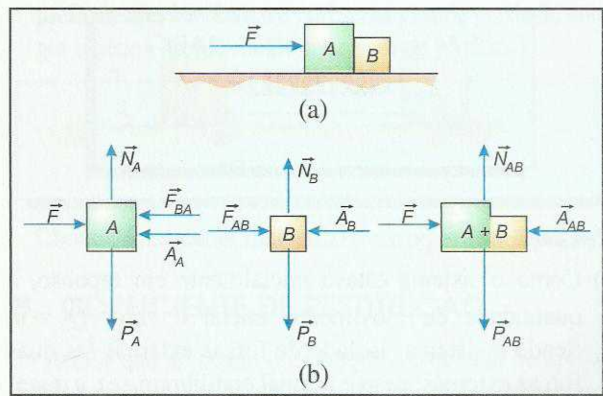


Figura 2 (*a*) Uma força *F* empurra os blocos *A* e *B*. (*b*) A figura representa o diagrama de forças para cada bloco.

As forças peso (ação da Terra sobre cada bloco), normal e atrito (ações da superfície de apoio sobre os blocos) e a força $\vec{F}$ (ação do agente externo) são forças externas ao sistema constituído pelos dois blocos. As forças internas são $\vec{F}_{AB}$ (ação de *A* sobre *B*) e $\vec{F}_{BA}$ (reação de *B* sobre *A*).

4. SISTEMA ISOLADO

As forças internas se equilibram quando juntamos as partes que constituem um sistema.

Se as forças externas que agem em um sistema se anulam, dizemos que o sistema é isolado de forças externas. Nesse caso, como a força resultante é nula, o impulso resultante é nulo e a quantidade de movimento do sistema não se altera:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{I}_r = \vec{0}$$

E, de acordo com o teorema do impulso: $\vec{I}_r = \vec{Q} - \vec{Q}_0$, temos:

$$\vec{Q} = \vec{Q}_0$$

Observações

- Em um sistema isolado de forças externas, a quantidade de movimento do sistema se conserva.
- A quantidade de movimento de um sistema constituído por *n* elementos é dada pela soma vetorial das quantidades de movimento de cada elemento:

$$\vec{Q}_{sist.} = \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 + \ldots + \vec{Q}_n$$

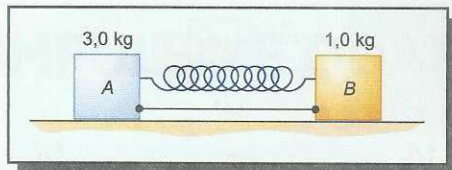
Exercício resolvido

A figura a seguir representa um sistema, inicialmente em repouso, constituído por dois blocos, *A* e *B*, ligados por um fio e uma mola, de massa desprezível, comprimida entre eles. Cortando-se o fio, a mola empurra os blo-

cos, que entram em movimento. Despreze atritos. Se o bloco A adquire velocidade de 2,0 m/s, determine:

a) a velocidade adquirida pelo bloco B;

b) a energia que estava armazenada na mola.



Resolução

a) Como o sistema estava inicialmente em repouso, a quantidade de movimento inicial é zero: $\vec{Q}_0 = \vec{0}$. Sendo o sistema isolado de forças externas (as duas forças externas: peso e normal equilibram-se), a quantidade de movimento do sistema se conserva. Então:

$$\vec{Q}_{sist.} = \vec{0} \Rightarrow \vec{Q}_A + \vec{Q}_B = \vec{0}$$

de onde concluímos que:

$$\vec{Q}_A = -\vec{Q}_B$$

o que significa dizer que os blocos recebem, por parte da mola, forças opostas, de mesmo módulo, e adquirem quantidades de movimento iguais, em módulo, mas de sentidos contrários. Como o bloco A movimenta-se para a esquerda, o bloco B movimenta-se para a direita com uma velocidade que, em módulo, é dada por:

$Q_B = Q_A$

$m_B v_B = m_A v_A$

$1{,}0 \cdot v_B = 3{,}0 \cdot 2{,}0 \rightarrow \boxed{v_B = 6{,}0 \text{ m/s}}$

b) Ao cortarmos o fio, a energia potencial elástica armazenada na mola é transferida para os blocos na forma de energia cinética. Como desprezamos os atritos, o sistema (mola + blocos) é conservativo. Assim, a energia mecânica do sistema é a mesma antes e após o corte do fio:

$$E_{m(\text{antes})} = E_{m(\text{após})}$$

$$E_P = E_{c(A)} + E_{c(B)}$$

$$E_P = \frac{m_A v_A^2}{2} + \frac{m_B v_B^2}{2}$$

$$E_P = \frac{3{,}0(2{,}0)^2}{2} + \frac{1{,}0(6{,}0)^2}{2} \rightarrow \boxed{E_P = 24 \text{ J}}$$



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 (PAS/UnB-DF) Durante uma partida de futebol, um torcedor atento às diversas jogadas resolveu utilizar os seus conhecimentos de Física para explicar alguns lances. Julgue os itens abaixo:

I. Na cobrança de um pênalti, o jogador altera a quantidade de movimento da bola, que, por sua vez, é novamente alterada quando o goleiro faz a defesa.

II. A força que o jogador exerce sobre a bola, ao chutá-la, é maior do que a força que a bola exerce sobre o pé do jogador.

III. Se, em um determinado lance da partida, a bola cai verticalmente de uma altura razoável, a força com que ela interage com o chão será igual ao seu peso.

a) Somente I é correta.
b) Somente II é correta.
c) Somente III é correta.
d) Somente I e II são corretas.
e) Somente I e III são corretas.

2 (UnB-DF) Uma bola de tênis de 100 g foi jogada contra uma parede, atingindo-a com velocidade horizontal de 4 m/s. Imediatamente após o choque, a bola retornou com velocidade de 3 m/s, na mesma direção.

Com base nessas afirmações, julgue os itens abaixo assinalando certo ou errado:

I. O impulso da força resultante sobre a bola, durante o choque, tem valor igual a 30 N.s.

II. Se o choque durou 0,04 s, a intensidade média da força aplicada foi de 17,5 N.

III. O impulso da força resultante na bola é igual à variação de sua quantidade de movimento.

IV. Ao retornar, a bola perdeu massa.

3 (U. F. Santa Maria-RS) Quando um projétil é disparado por uma arma, observa-se o recuo dela. A lei física que descreve esse fenômeno é conhecida como:

a) lei da inércia.
b) segunda lei de Newton.
c) lei da conservação da quantidade de movimento.
d) lei da conservação de Hooke.
e) lei da conservação de energia.

4 (Unicamp-SP) Imagine a seguinte situação: um dálmata corre e pula para dentro de um pequeno trenó, até então parado, caindo nos braços de sua dona. Em conseqüência, o trenó começa a se movimentar.

Considere os seguintes dados:

I. A massa do cachorro é 10 kg.

II. A massa do conjunto trenó + moça é 90 kg.

III. A velocidade horizontal do cachorro, imediatamente antes de ser seguro por sua dona, é 18 km/h.

a) Desprezando-se o atrito entre o trenó e o gelo, determine a velocidade horizontal do sistema trenó + moça + + cachorro, imediatamente após o cachorro ter caído nos braços de sua dona.

b) Determine a variação de energia cinética no processo.

5 (U. F. Juiz de Fora-MG) Um asteróide aproxima-se perigosamente da Terra ameaçando destruí-la. Sua massa é de 10 toneladas e sua velocidade de aproximação, em relação à Terra, é de 100 km/h. O Super-Homem é, então, convocado para salvar o planeta. A massa do Super-Homem é de 50 kg.

Julgue os itens abaixo, assinalando certo ou errado:

I. A quantidade de movimento do asteróide é de 10^6 kg · km/h.

II. A velocidade, em relação à Terra, com que o Super-Homem deve atingir frontalmente o asteróide para que os dois fiquem parados, em relação à Terra, após a colisão, é de 20.000 km/h.

III. Não existe possibilidade de o Super-Homem alterar a quantidade de movimento do asteróide, que fatalmente atingirá a Terra.

Exercícios complementares: do 9 ao 11.

5. CHOQUES

Durante um choque, que normalmente ocorre num intervalo de tempo muito pequeno, os corpos trocam forças muito intensas que provocam deformações nos dois corpos. Essas forças recebem o nome de forças impulsivas e são classificadas como forças internas em relação ao sistema constituído pelos corpos que realizaram o choque.

Mesmo quando existem forças externas agindo durante um choque, os impulsos produzidos por elas são desprezíveis porque o intervalo de tempo é extremamente pequeno. Portanto, podemos considerar um choque como um sistema isolado de forças externas, apresentando conservação da quantidade de movimento do sistema composto pelos corpos que colidem.

Assim, para qualquer choque, temos que:

O somatório da quantidade de movimento do sistema antes do choque é igual ao somatório da quantidade de movimento do sistema após o choque.

$$\Sigma\vec{Q}_{\text{antes}} = \Sigma\vec{Q}_{\text{após}}$$

Consideremos um choque entre dois corpos de massas m_1 e m_2 e velocidades $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$, respectivamente (figura 3):

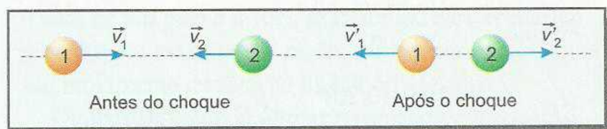


Figura 3 $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ representam as velocidades dos corpos antes do choque e $\vec{v}'_1$ e $\vec{v}'_2$, as velocidades dos corpos após o choque.

Aplicando o princípio da conservação da quantidade de movimento, temos:

$$\Sigma\vec{Q}_{\text{antes}} = \Sigma\vec{Q}_{\text{após}} \rightarrow \underbrace{m_1v_1 - m_2v_2}_{\text{Antes do choque}} = \underbrace{m_2v'_2 - m_1v'_1}_{\text{Após o choque}}$$

A energia cinética do sistema constituído pelos corpos que se chocam permite a classificação do choque. Assim, temos:

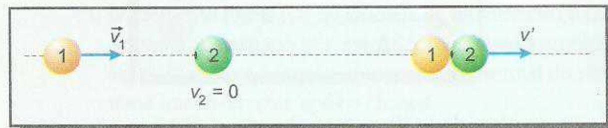
- choque elástico — a energia cinética do sistema antes do choque é igual à energia cinética do sistema após o choque
- choque inelástico — não ocorre a conservação da energia cinética

choque elástico $\rightarrow \Sigma E_{c(\text{antes})} = \Sigma E_{c(\text{após})}$ e $\Sigma\vec{Q}_{(\text{antes})} = \Sigma\vec{Q}_{(\text{após})}$

choque inelástico $\rightarrow \Sigma E_{c(\text{após})} < \Sigma E_{c(\text{antes})}$ e $\Sigma\vec{Q}_{(\text{antes})} = \Sigma\vec{Q}_{(\text{após})}$

Observações

- Na prática, a maioria dos choques são inelásticos.
- Às vezes, os corpos permanecem unidos após o choque. Nesses casos, o choque é denominado **totalmente (completamente) inelástico** e apresenta grande perda de energia cinética (perda máxima de energia cinética).



Choque totalmente inelástico $\rightarrow m_1v_1 = (m_1 + m_2)v'$

6. COEFICIENTE DE RESTITUIÇÃO

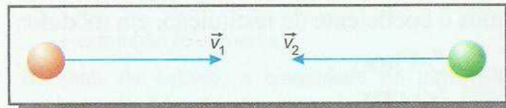
A fase que antecede um choque é chamada de aproximação e a que sucede, de afastamento. Uma maneira prática de classificar um choque é feita com base na velocidade relativa de afastamento (após) e na velocidade relativa de aproximação (antes).

A relação entre os módulos das velocidades relativas de afastamento e de aproximação é chamada de **coeficiente de restituição (*e*)**:

$$e = \frac{v_{\text{rel. afast.}}}{v_{\text{rel. aprox.}}}$$

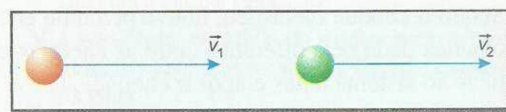
Para o cálculo dos módulos das velocidades relativas, obedecemos ao seguinte critério:

- **velocidades em sentidos contrários**



$$v_R = v_1 + v_2$$

- **velocidades no mesmo sentido**



$$v_R = v_1 - v_2 \text{ (se } v_1 > v_2\text{)}$$
$$v_R = v_2 - v_1 \text{ (se } v_2 > v_1\text{)}$$

Observações

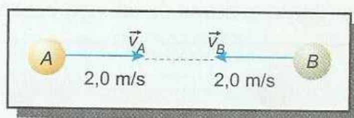
- Nos choques elásticos: $e = 1$
- Nos choques inelásticos: $e < 1$
- Nos choques totalmente inelásticos: $e = 0$

Coeficiente de restituição, energia cinética e quantidade de movimento nos choques.

	Elástico	Inelástico	Perf. inelástico
Coef. de restit.	$e = 1$	$0 < e < 1$	$e = 0$
Energia cinética	conservação	dissipação	máxima dissipação
Quant. de mov.	conservação	conservação	conservação

Exercícios resolvidos

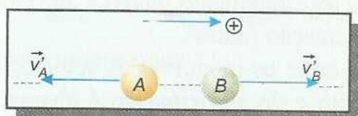
1. Duas esferas, A e B, de massas 5,0 kg e 4,0 kg, respectivamente, realizam um choque frontal, conforme figura. Após o choque, a esfera A retorna com velocidade de 0,80 m/s. Determine:



a) a velocidade da esfera B após o choque.
b) o tipo de choque.
c) a perda de energia cinética, se existir.

Resolução

a) Adotando a orientação "positivo e para a direita" e considerando que, após o choque, a esfera B retorna com velocidade v'_B, temos:



$$m_A v_A - m_B v_B = m_B v'_B - m_A v'_A$$

$$5{,}0 \cdot 2{,}0 - 4{,}0 \cdot 2{,}0 = 4{,}0 \cdot v'_B - 5{,}0 \cdot 0{,}80$$

$$10 - 8{,}0 + 4{,}0 = 4{,}0 \cdot v'_B \rightarrow \boxed{v'_B = 1{,}5 \text{ m/s}}$$

b) Para a determinação do tipo de choque, utilizaremos o coeficiente de restituição, em módulo:

$$e = \frac{v_{\text{rel. afast.}}}{v_{\text{rel. aprox.}}}$$

$$e = \frac{1{,}5 + 0{,}80}{2{,}0 + 2{,}0} \rightarrow \boxed{e = 0{,}575 \text{ (inelástico)}}$$

c) Sendo o choque inelástico, houve perda de energia cinética dada pela diferença entre as energias cinéticas do sistema antes e após o choque:

$$\Sigma E_{c(\text{antes})} = \frac{m_A v_A^2}{2} + \frac{m_B v_B^2}{2}$$

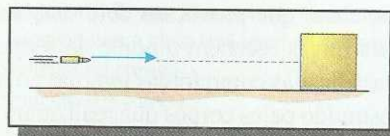
$$\Sigma E_{c(\text{antes})} = \frac{5{,}0(2{,}0)^2}{2} + \frac{4{,}0(2{,}0)^2}{2} \rightarrow \Sigma E_{c(\text{antes})} = 18 \text{ J}$$

$$\Sigma E_{c(\text{após})} = \frac{m_A v'^2_A}{2} + \frac{m_B v'^2_B}{2}$$

$$\Sigma E_{c(\text{após})} = \frac{5{,}0(0{,}8)^2}{2} + \frac{4{,}0(1{,}5)^2}{2} \rightarrow \Sigma E_{c(\text{após})} = 6{,}1 \text{ J}$$

Portanto, a perda de energia cinética durante o choque foi de 11,9 J (18 − 6,1).

2. Um bloco de madeira de massa 10 kg, que se encontra em repouso sobre uma superfície horizontal sem atrito, é atingido por um projétil de 10 g e velocidade de 200 m/s. No impacto, o projétil aloja-se no bloco. Determine o tipo de choque, a velocidade do bloco após o impacto e a perda de energia cinética durante o choque.



Resolução

Como o projétil aloja-se no bloco, o choque é totalmente inelástico. A velocidade do bloco após o choque é dada pela conservação da quantidade de movimento do sistema:

$$m_P v_P = (m_B + m_P)v'$$

$$0{,}010 \cdot 200 = (10 + 0{,}010) \cdot v' \rightarrow \boxed{v' = 0{,}20 \text{ m/s}}$$

A perda de energia cinética é dada pela diferença entre as energias cinéticas do sistema antes e após o choque:

$$\Sigma E_{c(\text{antes})} = \frac{m_P v_P^2}{2}$$

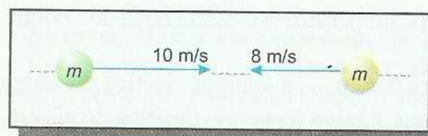
$$\Sigma E_{c(\text{antes})} = \frac{0{,}010(200)^2}{2} \rightarrow \Sigma E_{c(\text{antes})} = 200 \text{ J}$$

$$\Sigma E_{c(\text{após})} = \frac{(m_B + m_P)v_2'}{2}$$

$$\Sigma E_{c(\text{após})} = \frac{10{,}01(0{,}20)^2}{2} \rightarrow \Sigma E_{c(\text{após})} = 0{,}20 \text{ J}$$

Nesse caso, a perda de 199,8 J (correspondente a 99,95%) pode ser considerada como perda total de energia cinética.

3. Duas partículas de mesma massa colidem elasticamente. Antes do choque, suas velocidades eram de 10 m/s e 8 m/s, conforme figura. Determine as velocidades das partículas após o choque.



Resolução

Aplicando a conservação da quantidade de movimento do sistema,

$$\Sigma \vec{Q}_{\text{antes}} = \Sigma \vec{Q}_{\text{após}}$$

$$mv_1 - mv_2 = mv'_2 - mv'_1$$

$$10 - 8{,}0 = v'_2 - v'_1$$

$$v'_2 - v'_1 = 2{,}0$$

Como o choque é elástico, o coeficiente de restituição é igual a 1, temos:

$$e = \frac{v_{\text{rel. afast.}}}{v_{\text{rel. aprox.}}}$$

$$1 = \frac{v_1' + v_2'}{10 + 8{,}0}$$

$$v_2' + v_1' = 18$$

Resolvendo o sistema de duas equações com duas incógnitas, obtemos:

$$\boxed{v_2' = 10 \text{ m/s e } v_1' = 8{,}0 \text{ m/s}}$$

Observação

- Em um choque elástico, se as partículas possuem massas iguais, trocam de velocidade.

A inércia e os corpos em rotação

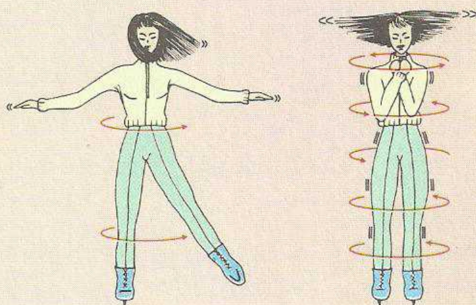
Um corpo em movimento de rotação tende a continuar girando. Esse fato pode ser observado em brinquedos simples como os piões, ou numa roda suspensa de bicicleta.

É devido a essa tendência que, quando desligamos máquinas rotativas, como as furadeiras por exemplo, elas permanecem girando por algum tempo, só parando em virtude do atrito. Quanto menor for o atrito entre o bico de um pião e o solo, mais tempo ele permanece girando; por essa mesma razão, a Terra permanece em seu movimento de rotação há bilhões de anos.

Quando se trata de alterar a rotação de um corpo, observamos que um fator decisivo é a distribuição de massa em relação ao eixo de rotação: a inércia rotacional ou momento de inércia. Quanto maior o momento de inércia de um corpo, maior o esforço para alterar sua rotação.

Para os sistemas rotacionais em geral, livres da ação de forças externas, o momento angular (produto do momento de inércia pela velocidade angular) é constante. Esse fato é traduzido pela lei da conservação do momento angular.

Pode-se observar a conservação do momento angular, por exemplo, quando uma patinadora em rotação encolhe os braços, diminuindo seu momento de inércia; pela conservação do momento angular, ela aumenta sua velocidade de rotação.





EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

6 (PUC-PR) Considere um vagão ferroviário inicialmente em repouso. Uma locomotiva se aproxima do vagão a 20 km/h. Após o choque dos dois corpos, um sistema de engate faz com que fiquem unidos. Assinale verdadeiro ou falso.

I. O momento linear (ou quantidade de movimento) total do sistema formado pelos dois corpos imediatamente antes do choque é igual ao momento linear total do sistema imediatamente após o choque.

II. A energia cinética total do sistema formado pelos dois corpos imediatamente antes do choque é igual à energia cinética total do sistema imediatamente após o choque.

III. O momento linear do vagão não sofre variação devido ao choque.

IV. O momento linear da locomotiva sofre variação devido ao choque.

V. A energia cinética da locomotiva diminui devido ao choque.

7 (UFMS) Um automóvel de massa 1.500 kg, que se desloca com velocidade de 80 km/h em uma estrada, colide com a traseira de um caminhão de massa 10.000 kg e que se desloca com velocidade de 60 km/h na mesma direção e sentido do automóvel. Após a colisão, o automóvel continua em movimento, mas fica preso ao caminhão. Nessas condições, podemos afirmar que:

I. nessa colisão, não houve conservação da quantidade de movimento do caminhão e, também, do automóvel.

II. a quantidade de movimento do sistema automóvel + + caminhão se conserva.

III. antes da colisão, a quantidade de movimento do automóvel é maior do que a quantidade de movimento do caminhão.

IV. após a colisão, automóvel e caminhão possuem a mesma quantidade de movimento, pois se movimentam com a mesma velocidade.

V. a velocidade, em km/h, do sistema carro + caminhão imediatamente após a colisão é de, aproximadamente, 63 km/h.

Quais das afirmativas acima estão corretas?

8 (Cefet-PR) Uma bola de bilhar que se movimenta para a direita com velocidade de 2,0 m/s colide frontal e elasticamente com uma segunda, exatamente igual à primeira e em posição inicial de repouso. Após a colisão é viável prever que:

a) a primeira irá parar e a segunda mover-se-á a 2,0 m/s para a direita.

b) as duas bolas permanecerão paradas.

c) as duas bolas irão se movimentar unidas com velocidade de 1,0 m/s.

d) a primeira retrocederá a 2,0 m/s e a segunda permanecerá parada.

e) a primeira reduzirá sua velocidade para 0,50 m/s e a segunda mover-se-á para a direita a 0,50 m/s.

Exercícios complementares: 12 e 13.



EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

9 Um carrinho de massa igual a 2,0 kg está em movimento retilíneo com velocidade de 5,0 m/s quando passa a agir sobre ele uma força resultante de intensidade 4,0 N, no mesmo sentido do movimento. Ao final de 6,0 s da atuação da força, determine:

a) o impulso produzido pela força resultante no carrinho.
b) a velocidade do carrinho.

10 (U. F. Santa Maria-RS) Um projétil de 5,0 g é disparado, com uma velocidade de 200 m/s, por um rifle de 5,0 kg inicialmente em repouso. A velocidade de recuo do rifle, em m/s, logo após o disparo, é de:

a) 0,1 b) 0,2 c) 10 d) 20 e) 200

11 Um menino encontra-se sobre um carrinho em repouso. A massa do conjunto menino + carrinho é 60 kg. Quando o menino salta do carrinho, com velocidade horizontal de 2 m/s, o carrinho vai para trás com velocidade de 3 m/s, ambas em relação ao solo. Desse modo, podemos afirmar que:

I. a massa do menino é maior do que a massa do carrinho.
II. imediatamente após o salto, a quantidade de movimento do menino, em módulo, é igual à quantidade de movimento do carrinho.
III. a massa do menino é 36 kg e a massa do carrinho, 24 kg.

a) Todas as afirmativas estão corretas.
b) Somente I e II estão corretas.
c) Somente II e III estão corretas.
d) Somente III está correta.
e) Somente I está correta.

12 Um projétil de massa igual a 20 g, a uma velocidade horizontal de 500 m/s, colide com um bloco de madeira de 480 g, inicialmente em repouso sobre uma superfície horizontal sem atrito. O projétil aloja-se no bloco de madeira. Com base nessas informações, assinale certo ou errado em cada afirmativa a seguir:

I. Antes da colisão, a quantidade de movimento do sistema projétil + bloco é de 10 kg · m/s.
II. Após a colisão, a quantidade de movimento do sistema é menor que 10 kg · m/s.
III. Após a colisão, a velocidade do bloco é de 20 m/s.
IV. A energia cinética do sistema permanece constante na colisão.
V. A energia mecânica permanece constante na colisão.

13 (Udesc) Um vagão de estrada de ferro de 10.000 kg está parado no topo de uma colina. Ao ser solto, ele desce a colina para um ponto a 7,2 m abaixo da posição inicial. Na parte mais baixa da ladeira, ele engata com um outro vagão, de 5.000 kg, que está em repouso nos trilhos. Nessas condições:

a) determine a velocidade do vagão que desce a ladeira, imediatamente antes do engate.
b) determine a velocidade comum a ambos os vagões, imediatamente após o engate.
c) classifique a colisão ocorrida.



ATIVIDADE ESPECIAL: Estudo das leis da conservação num choque

Esta atividade visa, por meio de um experimento, explorar tanto a conservação da quantidade de movimento quanto a conservação de energia mecânica de um sistema constituído por duas esferas de massas iguais a 100 g.

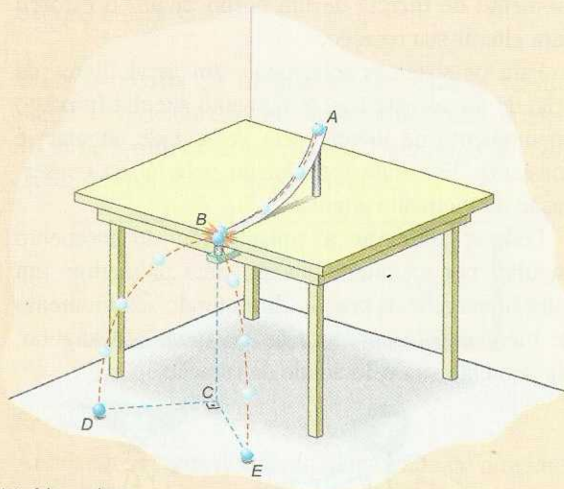
Uma das esferas é solta, a partir do repouso do ponto A, rola por uma calha e se choca obliquamente com uma outra esfera que se encontra em repouso no ponto B. O choque ocorre a uma altura h acima do solo, e as esferas A e B atingem o solo nos pontos D e E, respectivamente, conforme mostra a figura abaixo.

Durante a medição obtiveram-se os seguintes resultados:

$$BC = h = 80 \text{ cm} = 0{,}80 \text{ m}$$

$$CD = 64 \text{ cm} = 0{,}64 \text{ m}$$

$$CE = 48 \text{ cm} = 0{,}48 \text{ m}$$



Para responder às questões, considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

1. Qual das esferas atinge o solo em primeiro lugar?
2. Utilizando a equação, $t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}}$, determine o tempo de queda de cada esfera.
3. Qual é a velocidade horizontal de cada esfera após o choque?
4. Calcule a quantidade de movimento de cada esfera imediatamente após o choque.
5. Qual é a quantidade de movimento total do sistema constituído pelas duas esferas imediatamente após o choque?
6. Aplicando a conservação da quantidade de movimento no choque, determine a velocidade da esfera que partiu do ponto A, imediatamente antes do choque.
7. Calcule a energia cinética de cada esfera imediatamente antes do choque.
8. Se o ponto A se encontra a 20 cm acima da mesa, verifique se houve ou não a conservação da energia mecânica da primeira esfera desde o ponto A até o ponto B.

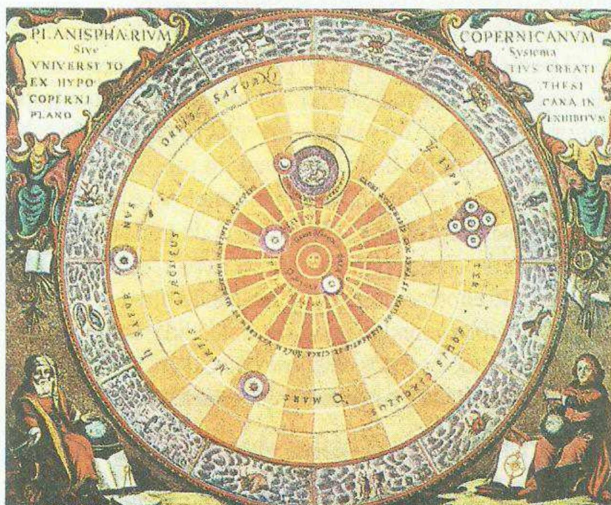
Capítulo 11

GRAVITAÇÃO UNIVERSAL

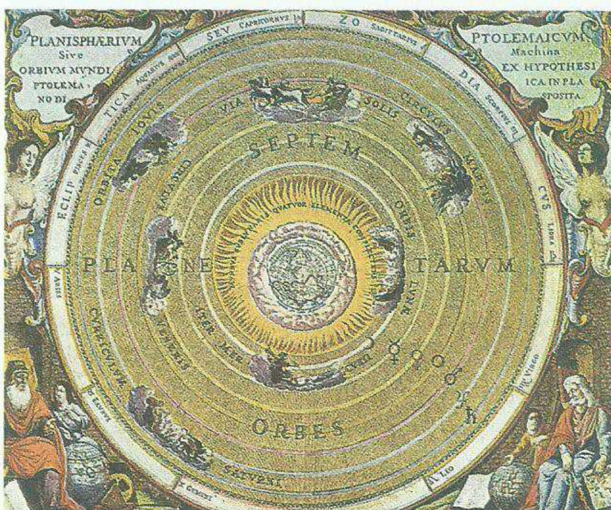
E para nós é suficiente que a gravidade realmente exista, aja de acordo com as leis que explicamos e que sirva abundantemente para considerar todos os movimentos dos corpos celestiais e de nosso mar.

Isaac Newton

O passageiro de um avião ouve uma comunicação do piloto dizendo que, naquele instante, eles estão voando a 900 km/h. Ele olha para o passageiro ao seu lado, para o café em sua própria mão, para a poltrona logo a sua frente e comenta: "Como ele pode dizer que estamos a 900 km/h, se olho para os objetos ao meu redor e vejo que estão em repouso?".



Modelo geocêntrico do Sistema Solar.



Modelo heliocêntrico do Sistema Solar.

Realmente, em relação a esse passageiro os objetos descritos estão em repouso, pois possuem, em relação à Terra, exatamente o mesmo movimento que realiza o passageiro. Temos a tendência de considerar os arredores locais — no caso, uma coleção de objetos unidos ao avião e, portanto, em repouso em relação aos outros — como o sistema de referência natural em relação ao qual vamos medir as mudanças de posições de um movimento.

Da mesma forma, se estamos em uma esquina e olhamos para os objetos que nos cercam, não percebemos o movimento da Terra ao redor do Sol. Por essa razão, a Terra foi considerada durante muito tempo como sendo o corpo que estava em repouso absoluto e em torno do qual os outros astros gravitavam. Esse era o modelo geocêntrico.

Mas essa visão não explicava claramente o movimento dos planetas. Foi preciso que mentes como as de Copérnico, Galileu e Kepler se imaginassem fora de nosso planeta, para aí, sim, poder observar o seu movimento. Usando como referência o Sol — modelo heliocêntrico —, esses homens verificaram que as trajetórias dos planetas se tornavam simples e bem-explicadas.

A compreensão de que todos os movimentos são relativos deve ser o primeiro passo para entender a gravitação.

1. OS MODELOS PLANETÁRIOS

- **Sistema geocêntrico** — Nesse modelo, aceito até o final do século XV, a Terra ocupava o centro do Universo. Todos os outros astros giravam ao redor dela. Os principais defensores desse sistema foram Aristóteles, que viveu no século IV a.C., e Cláudio Ptolomeu, que viveu no século II de nossa era, considerado o mais importante astrônomo da Antiguidade.
- **Sistema heliocêntrico** — Esse modelo propõe o Sol como centro do sistema planetário (figura 1). Aristarco (310 a.C. — 230 a.C.) chegou a propô-lo na Grécia Antiga, baseado em cálculos que mostravam ser o Sol muito maior que a Terra, e que, portanto, deveria ser o corpo central. Nicolau Copérnico (1473-1543), em sua obra publicada pouco antes de sua morte, defendia a idéia de que os movimentos dos corpos no céu deveriam ser explicados de um modo simples. Para Copérnico, todos os planetas, incluindo a Terra, giravam em torno do Sol em órbitas circulares. Na mesma época, Martinho Lutero (1483-1546), teólogo alemão e pai da Reforma Protestante, chegou a afirmar que admitir a Terra girando ao redor do Sol era como admitir que não é a carroça que vai para a frente, mas sim os burros que fazem a Terra ir para trás.

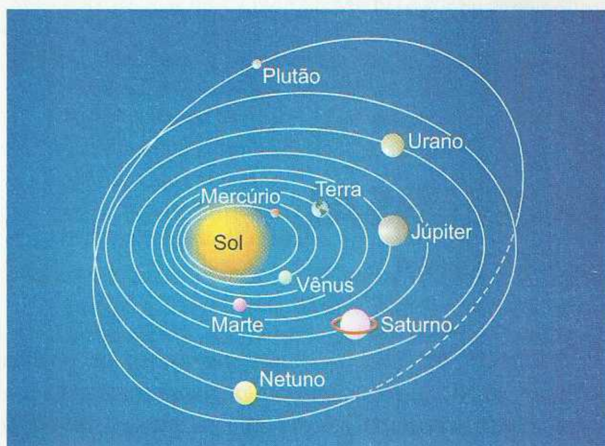


Figura 1 Os planetas do sistema solar giram ao redor do Sol.

Galileu Galilei (1564-1642), em sua obra *Diálogo sobre duas novas ciências*, mostrou que todo movimento é relativo e que não era possível, para um observador que se encontra na Terra, perceber o movimento do planeta sem observações exteriores ao sistema. O problema não era simplesmente escolher qual corpo ficava imóvel no centro, mas sim explicar as trajetórias esquisitas que alguns planetas descreviam. As trajetórias ficavam explicadas e simples tomando-se o Sol como referência (figura 2).

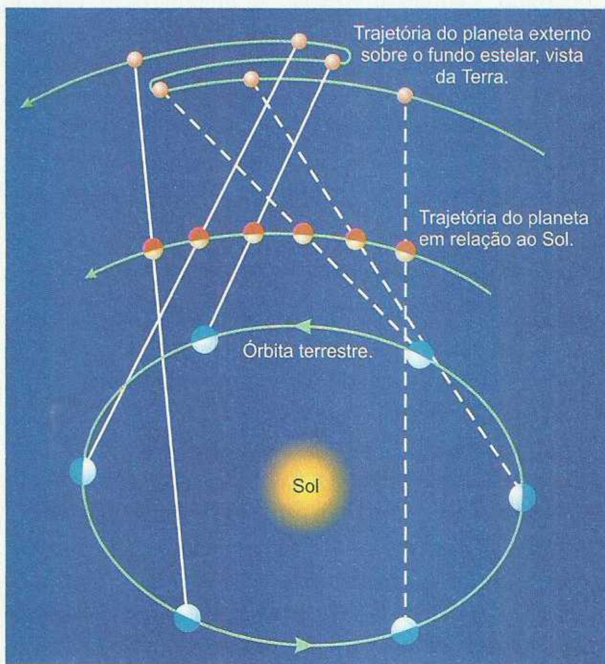


Figura 2 Trajetória de Marte vista da Terra e vista do Sol.

2. AS LEIS DE KEPLER

O astrônomo alemão Johannes Kepler (1571-1630), utilizando as medidas feitas por Ticho Brahe (1546-1601), aperfeiçoou o modelo de Copérnico e elaborou três leis que explicavam o movimento dos planetas no sistema solar.

Primeira lei de Kepler: lei das órbitas

Todos os planetas, incluindo a Terra, giram em torno do Sol em órbitas elípticas, sendo que o Sol ocupa um dos focos da elipse.

Os nove planetas conhecidos do sistema solar (Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano, Netuno e Plutão) giram ao redor do Sol em órbitas elípticas. Como o Sol ocupa um dos focos da elipse, cada planeta, em seu movimento, passa pelos pontos denominados periélio (A) e afélio (B), conforme a figura 3.

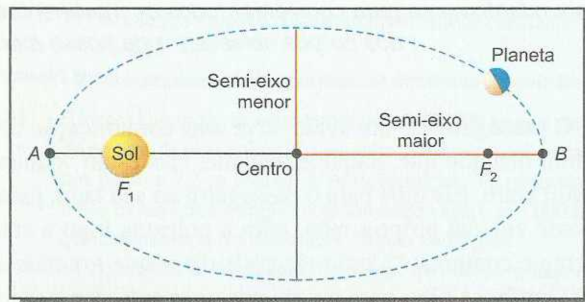


Figura 3 Trajetória elíptica de um planeta em torno do Sol. O ponto A representa o periélio e o ponto B o afélio.

O **periélio** corresponde ao ponto de maior proximidade do planeta em relação ao Sol e o **afélio**, o ponto de maior afastamento do planeta em relação ao Sol. No caso da Terra, o periélio ocorre no final do mês de dezembro e encontra-se a 147 milhões de quilômetros, e o afélio, no final do mês de junho, a 152 milhões de quilômetros.

De acordo com a primeira lei de Kepler, as órbitas dos planetas são elípticas, com o Sol ocupando um dos focos da elipse. A órbita circular pode ser entendida como o caso extremo em que os focos da elipse coincidem, e, nesse caso, o Sol ocupa o centro da circunferência descrita pelo planeta.

Segunda lei de Kepler: lei das áreas

A segunda lei de Kepler diz respeito à velocidade de um planeta girando em torno do Sol (figuras 4 e 5).

Um planeta, em sua órbita em torno do Sol, se move de tal forma que o vetor posição, com origem no centro do Sol e extremidade no centro do planeta, varre áreas iguais em intervalos de tempo iguais.

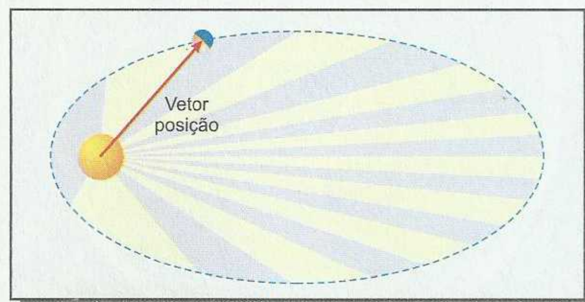


Figura 4 Todas as áreas (amarelas e roxas) são iguais e correspondem ao mesmo intervalo de tempo no percurso do planeta.

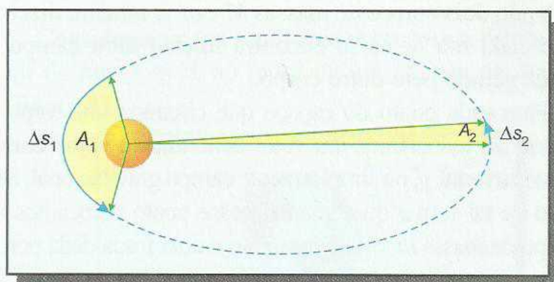


Figura 5 Áreas iguais em intervalos de tempo iguais: $A_1 = A_2 \Leftrightarrow \Delta t_1 = \Delta t_2$. A velocidade areolar do planeta é constante.

Um planeta qualquer do sistema solar movimenta-se ao redor do Sol com velocidade variável, apresentando um valor máximo no periélio e um valor mínimo no afélio. No caso específico da Terra, a velocidade no periélio é cerca de 30,3 km/s e no afélio, cerca de 29,3 km/s.

De acordo com a figura 5, escrevemos:

$$v_1 = \frac{\Delta s_1}{\Delta t_1} \quad \text{e} \quad v_2 = \frac{\Delta s_2}{\Delta t_2}$$

Como $\Delta t_1 = \Delta t_2$ e $\Delta s_1 > \Delta s_2$, concluímos que $v_1 > v_2$.

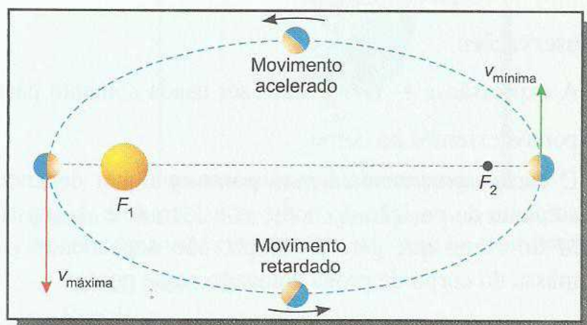


Figura 6 A velocidade de translação de um planeta em torno do Sol é variável.

Terceira lei de Kepler: lei dos períodos

Essa lei relaciona o intervalo de tempo gasto por um planeta numa volta completa ao redor do Sol (período) com a distância média do planeta ao Sol (raio médio da órbita).

> O quadrado do período de revolução é diretamente proporcional ao cubo do raio médio da órbita.

Para órbitas circulares, o raio médio é o próprio raio da órbita. Para órbitas elípticas, o raio médio é a medida do semi-eixo maior da elipse. Sendo R_a a distância do planeta até o Sol no afélio e R_p a distância no periélio, temos (figura 7):

$$R = \frac{R_a + R_p}{2}$$

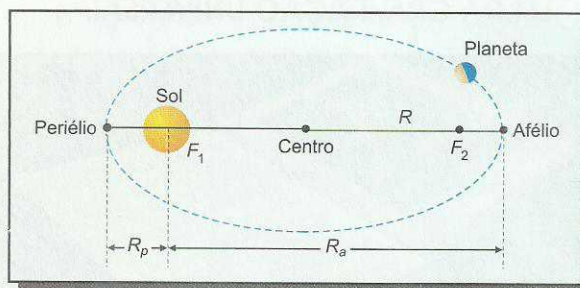


Figura 7 Quanto mais distante do Sol estiver o planeta, maior o tempo gasto por ele para completar uma volta em torno do Sol.

Sendo T o período de revolução de um planeta ao redor do Sol e R o raio médio da órbita descrita pelo planeta, escrevemos:

$$\frac{T^2}{R^3} = \text{constante } (k)$$

Observações

- A constante k não depende da massa do corpo que está orbitando, e sim da massa do corpo central.
- As leis de Kepler valem também para o movimento de satélites ao redor dos planetas. Nesses casos, o corpo central é o próprio planeta.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 (Fafi/BH-MG) Segundo as leis de Kepler do movimento planetário, a órbita de um planeta em torno do Sol é elíptica, e a reta que une o Sol ao planeta varre áreas iguais em tempos iguais.

As afirmativas abaixo referem-se ao estudo da gravitação universal.

I. A energia cinética de um planeta permanece constante.
II. A velocidade de um planeta é maior perto do Sol.
III. Do periélio ao afélio, o movimento de um planeta é retardado.
IV. Eventualmente, a órbita de um planeta pode ser circular.

Estão corretas somente:

a) I, II e III b) II, III e IV c) I, III e IV d) I, II e IV

2 (Univali-SC) Recentemente, foram descobertas duas novas luas do planeta Urano, que, de tão pequenas, podem ser consideradas miniluas (seus diâmetros são de 80 km e 160 km). Suas órbitas possuem um raio de $6 \cdot 10^6$ km e $8 \cdot 10^6$ km, respectivamente. Supondo que seus movimentos sejam circulares e que a menor lua tenha período T em torno de Urano, a lua maior terá período:



Urano e suas luas.

a) $\frac{T}{2}$ b) $\frac{3T}{4}$ c) $\frac{T3\sqrt{3}}{8}$ d) $\frac{T3\sqrt{3}}{4}$ e) $\frac{T8\sqrt{3}}{9}$

Exercício complementar: 6.

3. LEI DA GRAVITAÇÃO UNIVERSAL



Philosophiae Naturalis Principia Mathematica (*Princípios matemáticos da filosofia natural*): obra máxima de Newton, concluída em 1686 e publicada em 1687.

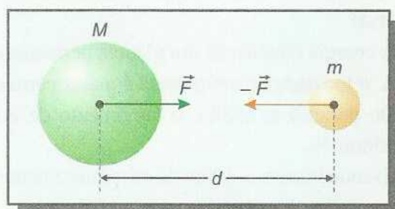
As leis de Kepler descrevem corretamente o movimento dos planetas, mas não explicam o porquê dessas trajetórias.

Em 1687, com a publicação do *Princípios matemáticos da filosofia natural*, Isaac Newton (1642-1727) lançou as bases da Física Clássica, propondo a lei da atração gravitacional para explicar os movimentos dos planetas em torno do Sol. Os planetas são mantidos em órbita em torno do Sol devido a uma interação mútua, ou seja, devido à força de atração entre o Sol e os planetas.

A lei da gravitação universal estabelece que:

> Matéria atrai matéria na razão direta do produto de suas massas e na razão inversa do quadrado da distância entre elas.

Matematicamente, escrevemos: $F = G\,\dfrac{Mm}{d^2}$



Nessa expressão, F é a intensidade da força de atração entre dois corpos de massas M e m separados por uma distância d, e G é denominada constante de gravitação universal. No S.I.:

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{Nm}^2/\text{kg}^2$$

Observação

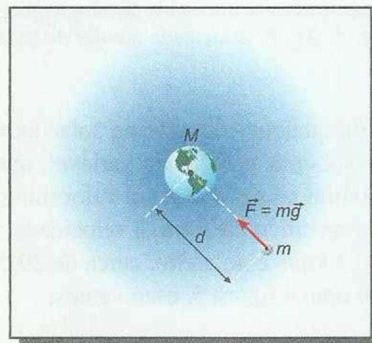
- A força de atração gravitacional se aplica a quaisquer dois corpos de massas M e m, mas somente se torna perceptível quando pelo menos um dos corpos possui uma massa extremamente grande, como no caso dos planetas.

4. CAMPO GRAVITACIONAL

A força gravitacional é uma força de campo, ou seja, existe sem a necessidade de contato entre os corpos. Quando dois corpos de massas M e m se atraem, dizemos que cada um deles se encontra imerso num campo de força gerado pelo outro corpo.

Para cada ponto do espaço que circunda um corpo de massa M, associamos um vetor denominado **vetor campo gravitacional** $\vec{g}$, ou simplesmente campo gravitacional, definido de tal forma que, quando nesse ponto colocamos um corpo de massa m, este fica sujeito a uma força dada por:

$$\vec{F}_{\text{grav.}} = m\vec{g}$$



Como $F = G\,\dfrac{Mm}{d^2}$ e $F = mg$, temos: $g = G\,\dfrac{M}{d^2}$

Nessa expressão, d representa a distância do ponto ao centro do corpo de massa M.

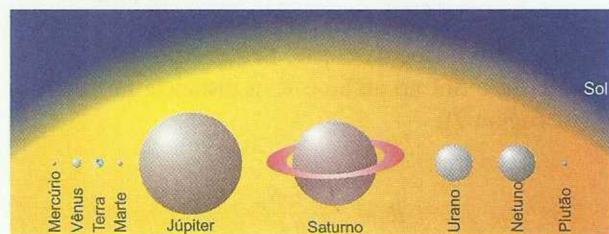
Observações

- A expressão $g = G\,\dfrac{M}{d^2}$ deve ser usada somente para pontos externos ao corpo.
- O campo gravitacional num ponto qualquer depende somente da posição do ponto considerado e da massa M do corpo que gera o campo, não dependendo da massa do corpo de prova colocado nesse ponto.

Massa, raio e campo gravitacional na superfície do Sol, dos planetas do sistema solar e da Lua.

Astro	Massa (kg)	Raio (m)	g (m/s²)
Sol	$2{,}0 \cdot 10^{30}$	$7{,}0 \cdot 10^{8}$	$2{,}7 \cdot 10^{2}$
Mercúrio	$3{,}3 \cdot 10^{23}$	$2{,}6 \cdot 10^{6}$	3,9
Vênus	$4{,}8 \cdot 10^{24}$	$6{,}3 \cdot 10^{6}$	8,8
Terra	$6{,}0 \cdot 10^{24}$	$6{,}4 \cdot 10^{6}$	9,8
Marte	$6{,}4 \cdot 10^{23}$	$3{,}4 \cdot 10^{6}$	3,9
Júpiter	$1{,}9 \cdot 10^{27}$	$7{,}2 \cdot 10^{7}$	26
Saturno	$5{,}6 \cdot 10^{26}$	$6{,}0 \cdot 10^{7}$	12
Urano	$8{,}6 \cdot 10^{25}$	$2{,}7 \cdot 10^{7}$	9,8
Netuno	$1{,}0 \cdot 10^{26}$	$2{,}5 \cdot 10^{7}$	9,8
Plutão*	$6{,}0 \cdot 10^{23}$	$3{,}0 \cdot 10^{6}$	4,4
Lua	$7{,}3 \cdot 10^{22}$	$1{,}7 \cdot 10^{6}$	1,7

Fonte: *Handbook of Chemistry and Physics*, da Chemical R. Publishing.
* Os dados de Plutão são estimados.



5. CORPOS EM ÓRBITAS CIRCULARES

Consideremos um satélite de massa m em órbita circular de raio $r = d$, ao redor de um planeta de massa M (figura 8).

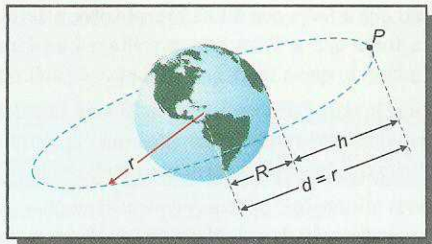


Figura 8 Satélite (P), de massa m em órbita circular ao redor de um planeta de massa M.

Normalmente, nas regiões onde os satélites são colocados em órbita reina praticamente o vácuo. Nessas condições, a única força que age no satélite é a força peso, resultado da interação do satélite com o planeta. Portanto, a força peso é a força resultante no satélite e, sendo sempre perpendicular à velocidade, ela age como resultante centrípeta (figura 9).

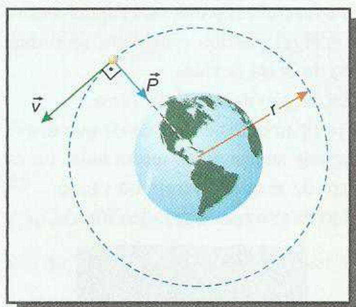


Figura 9 A força peso ($\vec{P}$) é a resultante centrípeta. O satélite descreve um movimento circular e uniforme em torno do planeta.

Assim, escrevemos:

$R = P$

$\cancel{m}a_c = \cancel{m}g$

$$\frac{v^2}{r} = g \rightarrow \quad v = \sqrt{gr}$$

A intensidade do campo gravitacional de um planeta, em um ponto de altura h acima de sua superfície, é:

$$g = G\frac{M}{r^2} \quad (r = d = R + h),$$

Então a velocidade de órbita circular de um satélite é:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r^2}r} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Órbita rasante

Dizemos que um corpo encontra-se em órbita rasante de um planeta quando o raio da órbita descrita por ele é praticamente igual ao raio do planeta ($r \cong R$). Como exemplo, vamos determinar a velocidade necessária para um corpo permanecer em órbita rasante da Terra (figura 10):

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \qquad r \cong R_T$$

$$v = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6{,}0 \cdot 10^{24}}{6{,}4 \cdot 10^6}}$$

$$v \cong 8{,}2 \cdot 10^3 \text{ m/s} = 8{,}2 \text{ km/s}$$



Figura 10 Corpo em órbita rasante da Terra.

6. VELOCIDADE DE ESCAPE

Quando lançamos um corpo verticalmente para cima, ele sobe até um determinado ponto denominado altura máxima e, em seguida, retorna ao ponto de partida. Mas, se aumentarmos cada vez mais a velocidade de lançamento, atingiremos um valor, denominado **velocidade de escape**, para o qual o corpo não mais retorna, escapando da atração gravitacional da Terra.

A velocidade de escape do planeta Terra é 11.200 m/s = 11,2 km/s.

Hubble capta planeta fora do sistema solar

"O telescópio espacial Hubble captou a primeira imagem real de um planeta localizado fora do sistema solar", informou a Nasa. Astrônomos da agência espacial americana declararam que a descoberta pode comprovar as teorias sobre a criação e evolução dos planetas.

Esse planeta tem entre duas e três vezes a massa de Júpiter — o maior planeta do sistema solar — e está localizado num sistema estelar binário, recém-formado, na constelação de Touro, a aproximadamente 450 anos-luz da Terra.

De acordo com a Nasa, até essa descoberta todos os planetas detectados orbitavam estrelas de meia-idade: "a observação do Hubble é a primeira visão que temos de um planeta jovem". [...] A observação faz voltar para trás o relógio da formação planetária e oferece novos e valiosos indícios sobre a origem do sistema solar.

Susan Terebey, um dos membros da equipe que usou o telescópio Hubble na descoberta, acredita que o planeta descoberto pode ter sido lançado por uma espécie de "estilingue" gravitacional das estrelas das quais foi originado. Em observações futuras serão necessárias mais imagens para detalhar o movimento do planeta no espaço, o que vai determinar se realmente é um planeta ou uma estrela anã.

Fonte: *O Estado de S. Paulo*, 29 maio 1998.

Para obter outros textos publicados pelo jornal **O Estado de S. Paulo**, ou propostas de atividades, consulte o *site* **Estadão na escola** (www.estadao-escola.com.br).



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

3 (PAS/UnB-DF) Isaac Newton, sabendo que algo tinha de atrair a Lua para que ela permanecesse em órbita ao redor da Terra, usou a expressão "força centrípeta" para designar qualquer força que aponte para o centro de uma órbita, no sentido do centro do movimento. Partindo desse conceito, considere que um satélite de 6,7 toneladas esteja em órbita circular ao redor da Terra, a uma altura vertical de 300 km da superfície. Admitindo a constante de gravitação universal $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}$ Nm²/kg², o raio da Terra igual a $6{,}4 \cdot 10^6$ m e a massa da Terra $M = 6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg, calcule a força centrípeta que atua sobre o satélite.

4 (PAS/UnB-DF) Já se passaram mais de 300 anos desde que Isaac Newton, estudando a gravitação, propôs explicações para fenômenos tanto terrestres quanto celestes. Julgue os itens seguintes:

I. Se, em comparação com a Terra, um certo planeta apresenta o dobro do diâmetro e massa seis vezes maior, o campo gravitacional na superfície desse planeta é três vezes maior que o da superfície terrestre.
II. Se um astronauta localizado dentro de um satélite que gira em torno da Terra tentasse determinar o peso de um objeto com uma balança, obteria resultado nulo porque a própria balança possui a mesma aceleração do objeto e do satélite.
III. Todo planeta cujo raio da órbita em torno do Sol é maior do que o da Terra necessariamente tem um período orbital menor do que o terrestre.
IV. Uma pessoa de 80 kg de massa pesa 80 kgf.
V. Sem desprezar a resistência do ar, é correto afirmar que um corpo em queda próximo da superfície da Terra cai com uma aceleração sempre menor do que a aceleração da gravidade (g).

5 "Um cosmonauta em órbita da Terra não escapa inteiramente da gravidade da Terra que, rigorosamente, não cessa em nenhum ponto do Universo. O que acontece é que ela varia com o quadrado da distância. Assim, quanto mais longe da Terra, ou de um outro corpo celeste qualquer, menor a atração exercida pela gravidade desses corpos. Em órbita, um cosmonauta tem a sensação de ausência de peso, a imponderabilidade, como se estivesse no interior de um elevador em queda livre. A gravidade da Terra, porém, não cessa, caso contrário ele seria lançado no espaço como uma pedra presa a girar na ponta de um barbante que se parte." (Ulisses Capozoli, *A conquista do espaço. Ciência e Tecnologia em Debate*. Editora Moderna.)

Com base nesse texto, responda:

a) O que significa dizer que a gravidade varia com o quadrado da distância?
b) A sensação de ausência de peso (a imponderabilidade) significa, obrigatoriamente, que o corpo está livre da ação da força peso?
c) Que forças agem em uma pedra que gira presa na ponta de um barbante?

Exercícios complementares: do 7 ao 10.



EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

6 Assinale certo ou errado em cada afirmativa a seguir:

I. A trajetória de cada planeta ao redor do Sol é uma elipse, e o Sol ocupa o centro da elipse.
II. Quanto mais próximo do Sol, mais rápido se move um planeta em sua órbita.
III. O período de revolução de um planeta ao redor do Sol é diretamente proporcional à sua distância do Sol.
IV. A primeira lei de Kepler não exclui a possibilidade de órbitas circulares.
V. A segunda lei de Kepler diz respeito ao tempo que um planeta "gasta" em seu movimento ao redor do Sol.
VI. A primeira lei de Kepler não é válida para o sistema Terra + Lua.

7 (U. São Judas Tadeu-SP) Sendo a massa da Terra cerca de 81,3 vezes a massa da Lua, pode-se concluir que:

a) a Terra atrai a Lua com uma força 81,3 vezes maior do que a força com que a Lua atrai a Terra.
b) a Terra atrai a Lua com uma força 81,3 vezes menor do que a força com que a Lua atrai a Terra.
c) a Terra atrai a Lua com uma força que é igual, em módulo, à força com que a Lua atrai a Terra.
d) a força que a Terra exerce sobre a Lua é três vezes maior do que a força que a Lua exerce sobre a Terra.
e) a força que a Terra exerce sobre a Lua é nove vezes maior do que a força que a Lua exerce sobre a Terra.

8 (UnB-DF) Um astronauta viaja da Terra à Lua. Lá, ele consegue dar saltos muito mais altos que na Terra e observa também que os objetos caem mais lentamente.

Dessas afirmações, podemos concluir que:

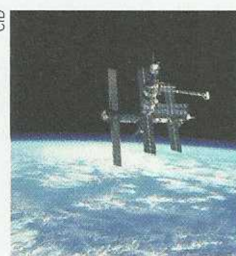
I. a aceleração da gravidade da Lua é maior do que a da Terra.
II. a massa do astronauta na Lua é menor do que na Terra. Isso justifica os saltos mais altos.
III. na Lua os objetos são mais leves porque a gravidade da Lua é menor do que a da Terra.


CID

a) Somente I é correta.
b) Somente II é correta.
c) Somente III é correta.
d) Somente I e II são corretas.
e) Todas são corretas.

9 (Univali-SC) Os tripulantes da estação espacial *Mir* saem dela para fazerem reparos nos captadores solares de geração de energia elétrica e mantêm-se flutuando em órbita em torno da Terra devido:

a) à atração gravitacional da Terra.
b) aos equipamentos especiais de que dispõem.
c) ao fato de suas massas serem nulas no espaço.
d) ao fato de se encontrarem no vácuo.
e) ao fato de estarem a grande altitude.


CID

Estação espacial *Mir*.

10 (FEI-SP) Analise as afirmações:

I. Um satélite estacionário, tipo *Intelsat*, apesar de estar, aparentemente, parado em relação a um observador na Terra, apresenta um movimento circular uniforme, no plano do equador terrestre, com período de 24 horas.
II. Imagine um satélite, situado à mesma altura do *Intelsat* (cerca de 36.000 km), em movimento circular uniforme, com o plano de sua órbita passando pelos pólos. Um esquimó verá esse satélite a cada 24 horas.
III. Para que a trajetória de um satélite seja uma órbita circular em torno da Terra, sua velocidade deverá ser $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, em que M é a massa da Terra, r é a distância do satélite até o centro da Terra e G é a constante de gravitação universal.

Podemos afirmar que:

a) apenas I é correta.
b) apenas I e II são corretas.
c) apenas II e III são corretas.
d) apenas I e III são corretas.
e) I, II e III são corretas.



ATIVIDADE ESPECIAL: Satélites artificiais

A tabela apresenta dados sobre vários satélites lançados pelo homem, desde o primeiro deles, o *Sputnik-I*, lançado em 4 de outubro de 1957. Muitos desses satélites já não se encontram em órbita. A tabela inclui, também, a Lua, o satélite natural da Terra.

Observe que, na tabela, faltam alguns dados que deverão ser preenchidos.

Nome do satélite	Ano de lançamento	Massa (kg)	Perigeu/Apogeu (km)	Raio médio (km)	Período (min)	$\frac{R^3}{T^2}$ km³/min²	Acel. (m/s²)
Sputnik-I	1957	83,6	215/939	6.947	96	$3{,}6 \cdot 10^7$	8,3
Explorer	1958	13,6	356/2.548	7.822	114	$3{,}7 \cdot 10^7$	6,6
D-1D	1967	22,6	592/1.886	7.609		$3{,}6 \cdot 10^7$	6,9
Denpa	1972	75,0	250/6.750	9.870	162		4,1
Explorer	1973	81,0	94.697/238.989	173.213	11.930 (199 h)	$3{,}6 \cdot 10^7$	0,013
Taiyo	1975	86,0	255/3.135	8.065	120		6,1
GLOMR	1985	68,0	326/326	6.696	91	$3{,}6 \cdot 10^7$	
STRV	1994	52,0	284/ 35.831	42.485	1.449 (24 h)	$3{,}6 \cdot 10^7$	0,22
Astrid	1998	30,0	978/1.013	7.365	105	$3{,}6 \cdot 10^7$	7,3
UOSAT	1999	325	638/654	7.016	97		8,2
Lua	–	$7 \cdot 10^{22}$	–	384.000	39.900 (27,3 d)	$3{,}6 \cdot 10^7$	0,0027

Observações

- A aceleração (centrípeta) de cada satélite foi determinada pela relação $a = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$.
- O raio médio da órbita foi calculado pela soma da média aritmética entre o perigeu e o apogeu com o raio da Terra (6.370 km).

Responda às questões abaixo:

1. De acordo com a terceira lei de Kepler, a razão $\frac{R^3}{T^2}$ é constante para todos os satélites. Preencha as lacunas relativas aos satélites *Taiyo* e *UOSAT*.
2. Qual é o período, em minutos, do satélite *D-1D*?
3. Como varia o período com o raio médio da órbita?
4. Como varia a aceleração centrípeta com o raio médio da órbita?
5. Um satélite é denominado geoestacionário quando seu período é igual ao de rotação da Terra. Há algum satélite geoestacionário na tabela? Justifique.
6. Supondo que a única força em cada um dos satélites seja a força gravitacional, qual será o peso, em newtons, do satélite *Denpa*?
7. Construa o gráfico da aceleração, em m/s², em função do raio médio da órbita, em km, usando os dados aproximados da tabela abaixo:

Nome do satélite	Raio médio (km)	Aceleração (m/s²)
Denpa	9.870	4,1
Taiyo	8.065	6,1
Explorer	7.822	6,6
D-1D	7.609	6,9
Astrid	7.365	7,3
UOSAT	7.016	8,2
Sputinik-I	6.947	8,3
GLOMR	6.696	8,9

8. Com base no gráfico, determine, aproximadamente, a aceleração para um raio médio de 6.370 km (raio da Terra). Qual é o significado desse resultado?

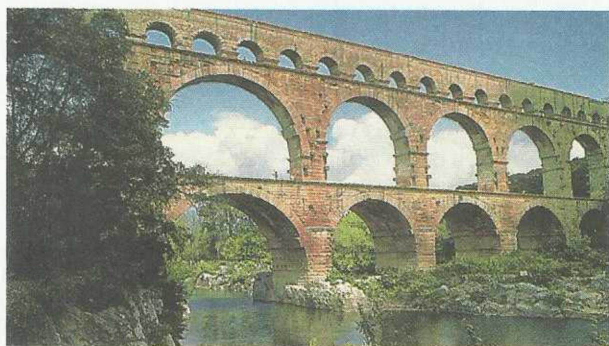
Capítulo 12

EQUILÍBRIO DE CORPOS

O Uno respirava sem ar, sustinha-se sem apoio.
Só havia o Uno e não havia ninguém

Trecho do Rigveda

O estudo das condições de equilíbrio de um corpo é certamente um dos mais antigos da Física. Habitações, pontes, templos e embarcações são estruturas equilibradas. O conhecimento dos povos antigos em relação às condições de equilíbrio pode ser percebido pelas muitas construções que resistiram ao tempo, mantendo-se intactas até hoje. Todavia, nem todas permaneceram, pois as estruturas podem também estar sujeitas a esforços dinâmicos de grande intensidade como é o caso de um navio em mar agitado, de uma edificação num terremoto ou mesmo de um automóvel em estrada malconservada.



Aqueduto construído em Nêmes, na França, no ano 22 de nossa era.

1. EQUILÍBRIO ESTÁTICO E DINÂMICO

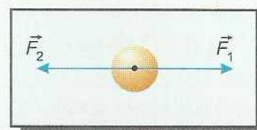
Um automóvel parado em uma estrada encontra-se em **equilíbrio estático** e um automóvel em movimento, com velocidade vetorial constante em uma pista horizontal, encontra-se em **equilíbrio dinâmico**. Em qualquer um deles, as forças estão equilibradas, o que significa dizer que **a força resultante é nula**.

Neste módulo, estudaremos as situações nas quais os corpos podem ser representados por um único ponto. Esse ponto é o centro de massa do corpo e nele podemos imaginar que esteja concentrada toda a massa do corpo. Nessas condições, esse ponto recebe o nome de **ponto material**.

Um ponto material está em equilíbrio se a soma das forças que agem sobre ele é nula.

$$\Sigma\vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{R} = \vec{0}$$

A figura 1 representa uma partícula em equilíbrio sob a ação de duas forças $\vec{F_1}$ e $\vec{F_2}$. Nesse caso, para que haja equilíbrio, é obrigatório que as forças possuam o mesmo módulo, a mesma direção e sentidos contrários:



$\vec{F_1} = -\vec{F_2}$ (vetores opostos)
$F_1 = F_2$ (em módulo)

Figura 1 Equilíbrio de uma partícula sob a ação de duas forças.

2. MÉTODO DA LINHA POLIGONAL

Se um ponto material se encontra em equilíbrio, a linha poligonal das forças que agem sobre ele é fechada (figura 2).

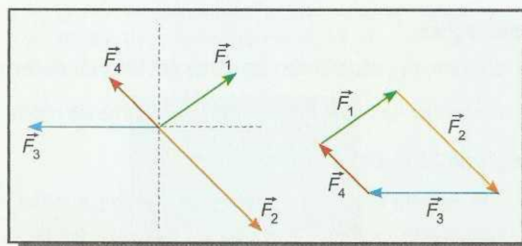


Figura 2 Ponto material em equilíbrio sob a ação de quatro forças: a linha poligonal das forças é fechada.

Um caso especial

No caso específico de equilíbrio de um ponto material sob a ação de três forças, a linha poligonal determina um triângulo (figura 3).

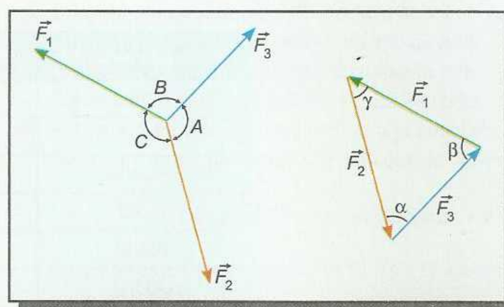
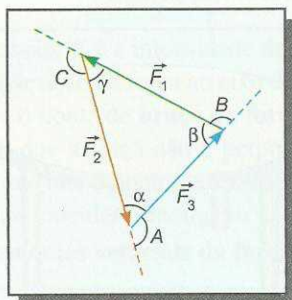


Figura 3 Ponto material em equilíbrio sob a ação de três forças.

Como as três forças representam os lados de um triângulo, as relações entre as suas intensidades obedecem às propriedades dos triângulos.

Aplicando a lei dos senos, temos:

$$\frac{F_1}{\text{sen } \alpha} = \frac{F_2}{\text{sen } \beta} = \frac{F_3}{\text{sen } \gamma}$$



Como $\alpha + A = 180°$, temos $\text{sen } \alpha = \text{sen } A$; $\beta + B = 180°$, temos $\text{sen } \beta = \text{sen } B$; $\gamma + C = 180°$, temos $\text{sen } \gamma = \text{sen } C$, a expressão acima pode ser escrita desta forma:

$$\frac{F_1}{\text{sen } A} = \frac{F_2}{\text{sen } B} = \frac{F_3}{\text{sen } C}$$

3. MÉTODO DOS COMPONENTES VETORIAIS

Consideremos um ponto material em equilíbrio sob a ação de três forças, $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ (figura 4).

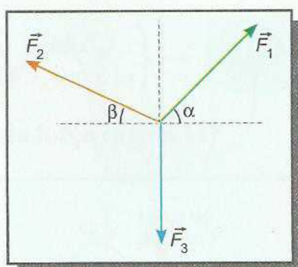


Figura 4 Ponto material em equilíbrio sob a ação de três forças.

Para estabelecer as relações entre as intensidades dessas três forças, utilizando o método dos componentes vetoriais, devemos inicialmente obter as componentes vetoriais de cada força nos eixos retangulares x e y (figura 5):

$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos \alpha \qquad F_{2x} = F_2 \cdot \cos \beta \qquad F_{3x} = 0$$
$$F_{1y} = F_1 \cdot \text{sen } \alpha \qquad F_{2y} = F_2 \cdot \text{sen } \beta \qquad F_{3y} = F_3$$

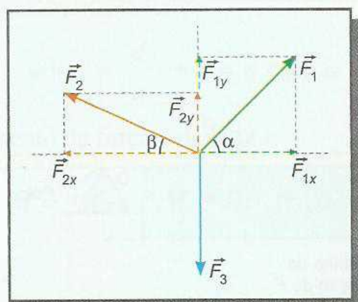


Figura 5 Componentes retangulares das forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$.

Se o ponto material está em equilíbrio, então, obrigatoriamente, devemos ter equilíbrio tanto na direção horizontal (eixo x) quanto na direção vertical (eixo y). Assim:

$$\Sigma \vec{F}x = \vec{0} \rightarrow F_1 \cdot \cos \alpha - F_2 \cdot \cos \beta = 0$$
$$\Sigma \vec{F}y = \vec{0} \rightarrow F_1 \cdot \text{sen } \alpha + F_2 \cdot \text{sen } \beta - F_3 = 0$$

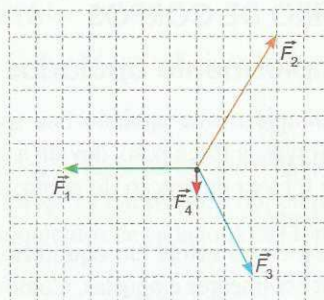
Observações

- O método dos componentes vetoriais pode ser aplicado a qualquer número de forças.
- O componente vertical de uma força horizontal é nulo.
- O componente horizontal de uma força vertical é nulo.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 Um objeto colocado no ponto A está sujeito à ação de quatro forças, conforme a figura. Usando o método da linha poligonal, verifique se o objeto está em equilíbrio.

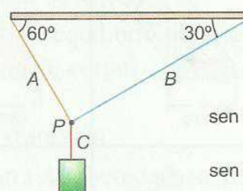


2 As cordas A, B e C da figura têm massa desprezível e são inextensíveis. As cordas A e B estão presas ao teto e se unem à corda C no ponto P. A corda C tem preso à sua extremidade um objeto de massa igual a 10 kg. Considerando o sistema em equilíbrio:

a) quais são as forças, em módulo, direção e sentido, que agem no objeto de massa 10 kg?

b) faça o diagrama de forças que atuam no ponto P.

c) determine as trações nos fios A e B. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



$\text{sen } 60° = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\text{sen } 30° = \cos 60° = \frac{1}{2}$

Exercício complementar: 6.

4. TIPOS DE EQUILÍBRIO

Com relação ao tipo de equilíbrio em que o corpo se encontra, podemos ter três situações:

- **equilíbrio estável** — um corpo encontra-se em equilíbrio estável se, para qualquer pequeno deslocamento (angular ou linear) sofrido pelo corpo, resulta em tendência de retorno à posição de equilíbrio inicial;

- **equilíbrio instável** — um corpo encontra-se em equilíbrio instável se, para qualquer pequeno deslocamento (angular ou linear), resulta em tendência de continuar se afastando dessa posição;
- **indiferente** — nesse caso, para qualquer pequeno deslocamento da posição de equilíbrio, resulta em uma nova situação também de equilíbrio.

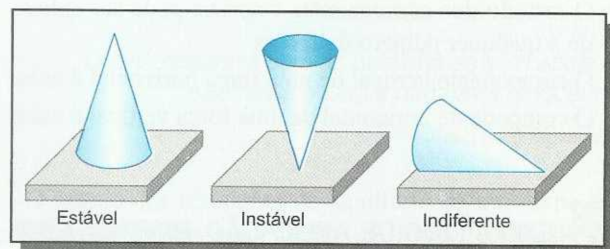


Figura 6 Tipos de equilíbrio.

5. EQUILÍBRIO DE CORPOS

Corpos simplesmente apoiados

Um corpo simplesmente apoiado fica sob a ação de somente duas forças: a força peso, devido a sua interação com a Terra, e a força de reação do apoio, devido a sua interação com o apoio.

Para que esse corpo esteja em equilíbrio, essas duas forças devem ser colineares e opostas. Como a força aplicada pelo apoio se localiza na base do corpo e deve ser colinear com a força peso, a reta vertical que passa pelo centro de gravidade do corpo também deve passar pela base de apoio para que o corpo não esteja tombando (figura 7).

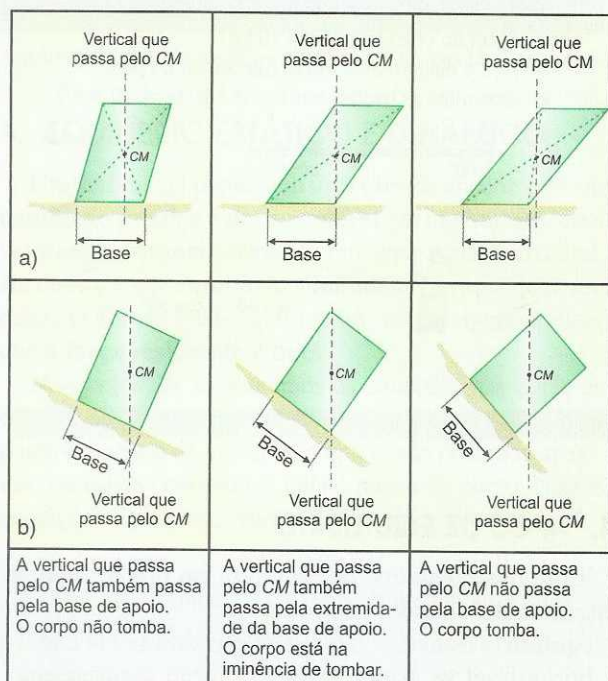
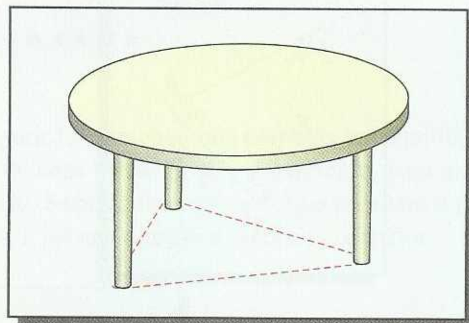


Figura 7 Corpo simplesmente apoiado em (*a*) uma superfície horizontal e em (*b*) uma superfície inclinada.

Observação

- Se o corpo possui mais de uma região de apoio, consideramos como base a menor superfície convexa que contenha todas essas regiões. É o caso, por exemplo, de uma mesa com três pernas.



Corpos suspensos por um único ponto

Um corpo suspenso por um único ponto fica sob a ação exclusiva de duas forças: a força peso e a força trocada com o ponto de suspensão. Como no caso do corpo simplesmente apoiado, essas forças também devem ser colineares (figura 8).

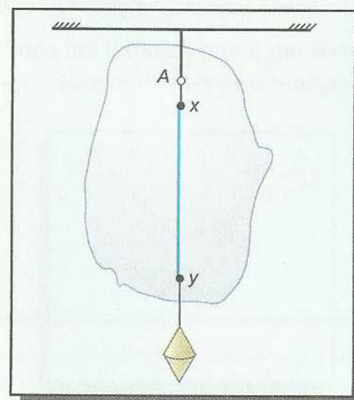


Figura 8 Chapa homogênea, de formato irregular, suspensa pelo ponto *A* e em equilíbrio. O centro de massa (*CM*) pertence ao segmento de reta *xy*, demarcado por um fio de prumo.

6. MOMENTO DE UMA FORÇA

Consideremos uma força de intensidade *F*, aplicada no ponto *A* de uma barra que pode girar livremente em torno do ponto *O*, chamado de pólo (figura 9).

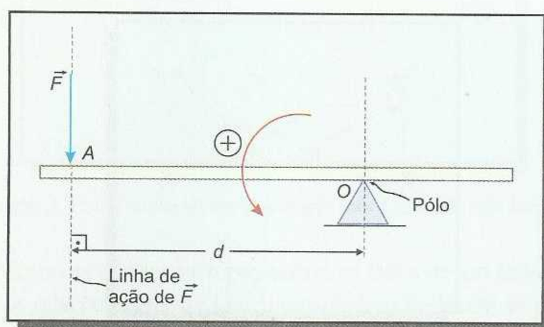


Figura 9 Momento de uma força em relação a um ponto.

O momento da força $\vec{F}$ em relação ao ponto O, ou a tendência de rotação que a força $\vec{F}$ produz na barra em relação a esse ponto, é dado por:

$$M = Fd$$

Nessa expressão, F é a intensidade da força e d a distância da linha de ação da força ao eixo de rotação. A distância d recebe o nome de **braço da força**.

No caso em que a força não é perpendicular ao segmento de reta que une o ponto de aplicação da força com o pólo, podemos calcular o momento de duas maneiras:

- **pelos componentes vetoriais da força** (figura 10)

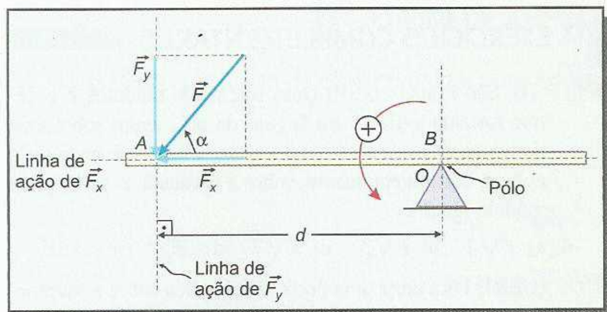


Figura 10 Momento dos componentes vetoriais de uma força.

$$\begin{cases} F_x = F \cdot \cos\alpha \\ F_y = F \cdot \text{sen}\,\alpha \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} M = M(F_x) + M(F_y) \\ M = 0 + (F \cdot \text{sen}\,\alpha)a \end{array}\right\} \rightarrow \quad M = Fa \cdot \text{sen}\,\alpha$$

- **pelo braço da força** (figura 11)

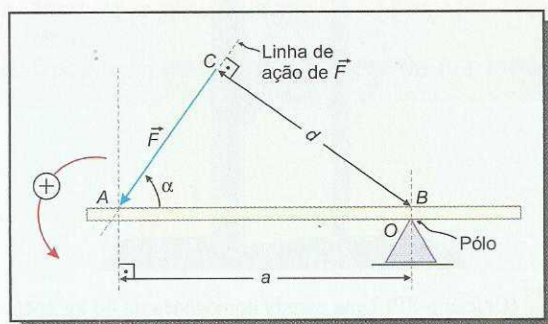


Figura 11 O segmento BC representa o braço da força F em relação ao ponto O.

No triângulo ABC, obtemos:

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{d}{a} \rightarrow d = a \cdot \text{sen}\,\alpha$$

E o momento da força é dado por:

$$M = Fd \rightarrow \quad M = Fa \cdot \text{sen}\,\alpha$$

Observação

- O momento de uma força em relação a um ponto é uma grandeza vetorial, possuindo módulo, direção e sentido. Mas, como utilizaremos somente forças coplanares, basta adotar uma convenção de sinais para os sentidos dos momentos (figura 12).

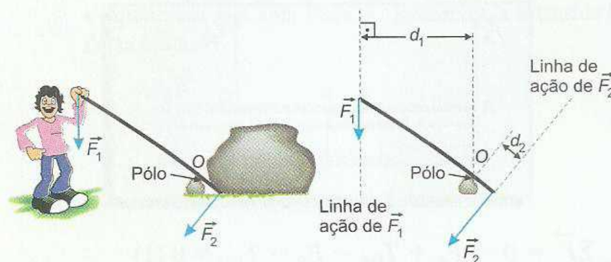


Figura 12 Momento das forças F_1 e F_2 em relação ao pólo O.

Em relação ao pólo O, a força $\vec{F_1}$ tende a girar a barra no sentido anti-horário:

$$M_1 = F_1d_1 > 0$$

Em relação ao pólo O, a força $\vec{F_2}$ tende a girar a barra no sentido horário:

$$M_2 = -F_2d_2 > 0$$

Observações

- O momento resultante de um sistema de forças coplanares, em relação a um ponto, é obtido pela soma algébrica dos momentos de cada uma das forças em relação ao ponto:

$$M_r = \Sigma M$$

- O momento de uma força recebe também o nome de **torque da força**.

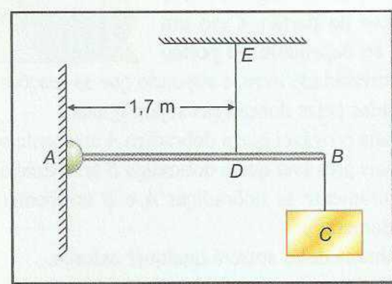
Equilíbrio de um corpo rígido

Quando um corpo rígido, sujeito à ação simultânea de várias forças coplanares, encontra-se em equilíbrio, temos:

- $\Sigma\vec{F} = \vec{0}$ → equilíbrio de translação (centro de massa em repouso ou *MRU*)
- $\Sigma\vec{M} = \vec{0}$ → equilíbrio de rotação (em relação a qualquer ponto do corpo)

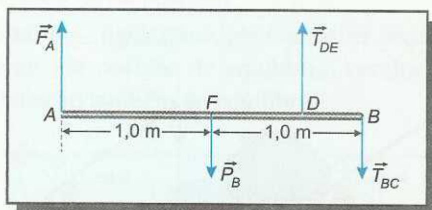
Exercício resolvido

Uma barra AB, homogênea, de 2 m de comprimento e peso 100 N encontra-se em equilíbrio, conforme a figura. Sendo 200 N o peso do bloco C, determine a tração no fio DE e a força na barra no ponto A.



Resolução

A figura abaixo representa o diagrama de forças na barra AB. Como ela está em equilíbrio, escrevemos:



$\Sigma\vec{F} = 0 \rightarrow F_A + T_{DE} - P_B - T_{BC} = 0$ (1)

$\Sigma M_A = 0$ (o ponto A foi escolhido como pólo)

$-T_{BC} \cdot d_{AB} - P_B \cdot d_{AF} + T_{DE} \cdot d_{AD} = 0$ (2)

Sendo $T_{BC} = P_C = 200$ N e substituindo os valores na equação (2), obtemos:

$-200 \cdot 2 - 100 \cdot 1 + T_{DE} \cdot 1{,}7 = 0 \rightarrow \boxed{T_{DE} = 294 \text{ N}}$

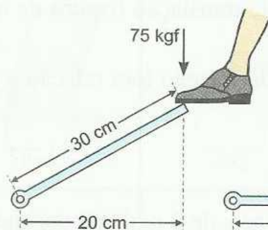
Substituindo os valores na equação (1), obtemos:

$F_A + 294 - 100 - 200 = 0 \rightarrow \boxed{F_A = 6 \text{ N}}$

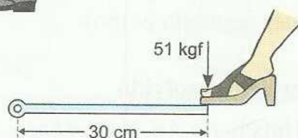


EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

3 (UFRJ) Um jovem e sua namorada passeiam de carro por uma estrada e são surpreendidos por um furo num dos pneus. O jovem, que pesa 75 kgf, pisa a extremidade de uma chave de roda, inclinada em relação à horizontal, como mostra a figura 1, mas só consegue soltar o parafuso quando exerce sobre a chave uma força igual a seu peso. A namorada do jovem, que pesa 51 kgf, encaixa a mesma chave, mas na horizontal, em outro parafuso, e pisa a extremidade da chave, exercendo sobre ela uma força igual a seu peso, como mostra a figura 2. Supondo que este segundo parafuso esteja tão apertado quanto o primeiro, e levando em conta as distâncias indicadas nas figuras, verifique se a moça consegue soltar esse segundo parafuso. Justifique sua resposta.

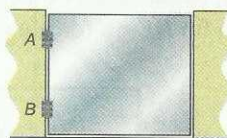


(fig. 1)



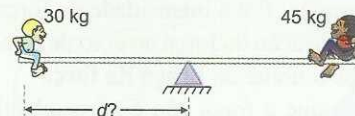
(fig. 2)

4 (Enem) Um portão está fixo em um muro por duas dobradiças, A e B, conforme figura, sendo P o peso do portão. Caso um garoto se dependure no portão pela extremidade livre, e supondo que as reações máximas suportadas pelas dobradiças sejam iguais:



a) é mais provável que a dobradiça A arrebente antes de B.
b) é mais provável que a dobradiça B arrebente antes de A.
c) seguramente as dobradiças A e B arrebentarão simultaneamente;
d) nenhuma delas sofrerá qualquer esforço.
e) o portão quebraria ao meio, ou nada sofreria.

5 (UFSC) Duas crianças de massas 45 kg e 30 kg usam uma tábua de 2,5 m de comprimento como gangorra. Desprezando a massa da tábua, determine a que distância da criança de 30 kg de massa deve ser colocado o ponto de apoio, para que elas fiquem em equilíbrio, na horizontal, quando sentadas em cada uma das extremidades da tábua.



Exercícios complementares: do 7 ao 11.



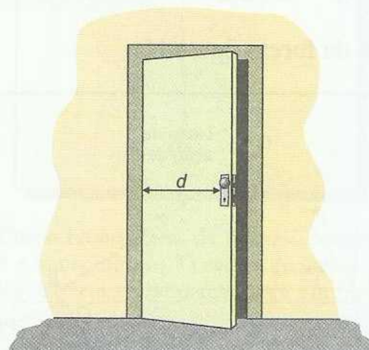
EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

6 (U. São Francisco-SP) Duas forças, de módulos F e $2F$, que formam entre si um ângulo de 60°, agem sobre uma partícula. Para anular a ação dessas forças é necessário aplicar, convenientemente, sobre a partícula, uma força de módulo igual a:

a) $F\sqrt{2}$ b) $F\sqrt{3}$ c) $F\sqrt{7}$ d) $3F$ e) $3{,}5F$

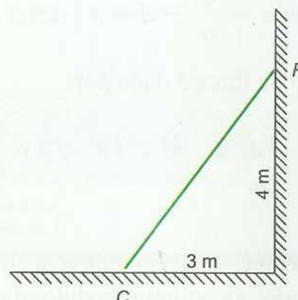
7 (UERJ) Para abrir uma porta, você aplica sobre a maçaneta, colocada a uma distância d da dobradiça, conforme a figura abaixo, uma força de módulo F perpendicular à porta. Para obter o mesmo efeito, o módulo da força que você deve aplicar em uma maçaneta colocada a uma distância $\frac{d}{2}$ da dobradiça dessa mesma porta, é:

a) $\frac{F}{2}$ b) F c) $2F$ d) $4F$

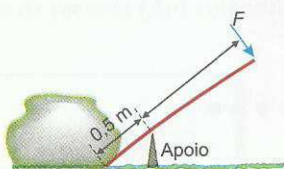


8 (Unicamp-SP) Uma escada homogênea de 40 kg apóia-se sobre uma parede, no ponto P, e sobre o chão, no ponto C. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

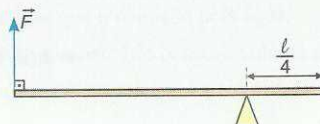
a) Desenhe as setas representativas das forças peso, normal e de atrito em seus pontos de aplicação.
b) É possível manter a escada estacionária não havendo atrito em P?



9 (FEI-SP) Um garoto deseja mover uma pedra de massa 500 kg. Ele dispõe de uma barra com 3 m de comprimento, apoiada conforme a figura. Aproximadamente que força F terá de fazer para mexer a pedra se apoiar a barra a 0,5 m da pedra?



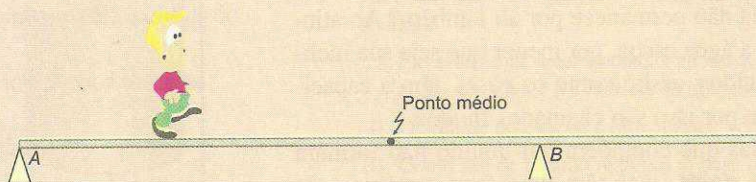
10 (U. F. Santa Maria-RS) A figura mostra uma barra homogênea de comprimento ℓ e peso 12 N, apoiada em um ponto situado a uma distância $\frac{\ell}{4}$ de uma das extremidades e equilibrada por uma força F. Determine a intensidade dessa força.





ATIVIDADE ESPECIAL: Equilíbrio de uma prancha

Uma tábua de 10,0 m de comprimento e peso 20 kgf encontra-se apoiada em dois suportes, A e B, conforme a figura.



Uma pessoa de peso 80 kgf caminha sobre a tábua, de A para B. Com base nessas informações, responda às questões propostas. Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

1. Faça um esquema mostrando as forças que atuam na barra, considerando a pessoa colocada:
   a) no ponto A.
   b) no ponto médio da barra.
   c) no ponto B.

2. Aplicando as condições de equilíbrio de translação e de rotação, determine as reações nos apoios para cada caso da questão 1.

3. A pessoa consegue chegar até a extremidade direita da tábua? Se negativo, até onde ela chega?

4. Trace, no mesmo diagrama, as intensidades das reações nos apoios A e B, em função das posições da pessoa na tábua.

5. É possível, pelo gráfico, determinar o ponto máximo que a pessoa consegue atingir na tábua, sem que esta gire?

Capítulo 13

FLUIDOS

O vento vai pra onde quer.
O rio corre para o mar,
Nuvem alta em mão de vento
É um jeito da água voltar

Paulo Vanzolini

Quando olhamos para um telhado e vemos algumas folhas ou galhos que por ali pararam, perguntamo-nos: Por que a água não permanece por ali também? Ao atingir o telhado, a água escoa, por menor que seja sua inclinação. Os líquidos, assim como os gases, têm a capacidade de fluir e por isso são chamados fluidos.

As partículas que compõem um líquido não formam uma estrutura rígida, mas têm uma forte tendência de permanecer ligadas. Por essa razão, os líquidos se acomodam à forma do recipiente que os contém, mas apresentam uma superfície livre bem-definida.

Já os gases apresentam partículas praticamente independentes, que se distribuem por todo o volume do recipiente que os contém.

Diante disso, concluímos que os fluidos, quando em equilíbrio em relação ao recipiente que os contém, não apresentam esforços na direção tangente às superfícies com as quais mantêm contato, pois, sob a menor tendência de deslizamento, eles fluem.

Essas particularidades justificam uma análise especial da Mecânica para as substâncias em seus estados fluidos.

1. MASSA ESPECÍFICA E DENSIDADE

A massa específica (μ) de uma substância é a razão entre a massa (m) de uma quantidade da substância e o correspondente volume (V) ocupado por essa quantidade:

$$\mu = \frac{m}{V}$$

Uma unidade muito usual para a massa específica é g/cm^3. No S.I. utiliza-se kg/m^3. A relação entre essas duas unidades é:

$$1\ \frac{g}{cm^3} = \frac{10^{-3}\ kg}{10^{-6}\ m^3} = 10^3\ \frac{kg}{m^3}$$

A densidade (d) de um corpo (porção limitada da matéria) é a razão entre a massa (m) do corpo e o correspondente volume (V):

$$d = \frac{m}{V}$$

2. PRESSÃO

Consideremos uma força $\vec{F}$ aplicada perpendicularmente a uma superfície de área A (figura 1).

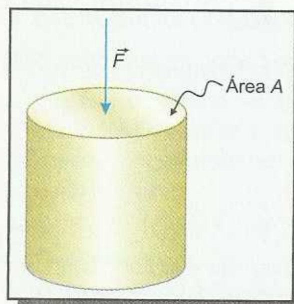


Figura 1 Pressão normal: força por unidade de área (força perpendicular à área).

A relação entre o módulo da força (F) aplicada e a área (A) da superfície é denominada pressão (p):

$$p = \frac{F}{A}$$

No S.I., a unidade de pressão é o newton por metro quadrado (N/m^2), também conhecida como pascal (**Pa**).

Tabela 1 Unidades de pressão e suas relações com a unidade do S.I.

Unidades de pressão	Relação com Pa (N/m^2)
dyn/cm^2 (bária)	$1\ dyn/cm^2 = 0{,}1\ Pa$
kgf/cm^2	$1\ kgf/cm^2 \simeq 10^5\ Pa$
atmosfera (atm)	$1\ atm = 1{,}013 \cdot 10^5\ Pa$
lb/pol^2	$1\ lb/pol^2 = 6{,}9 \cdot 10^3\ Pa$

3. LEI DE STEVIN

Consideremos um líquido em equilíbrio dentro de um recipiente (figura 2).

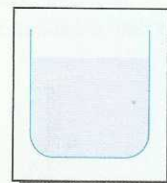
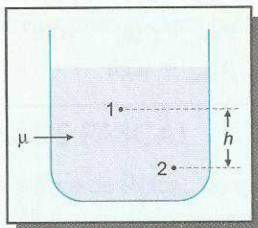


Figura 2 Líquido em equilíbrio em um recipiente aberto para a atmosfera.

Como o ar atmosférico exerce uma pressão constante sobre toda a superfície livre do líquido, essa superfície é horizontal. Assim, todos os pontos da superfície livre de um líquido em equilíbrio estão submetidos à mesma pressão: a pressão atmosférica.

À medida que aprofundamos em um líquido, a pressão aumenta. O aumento de pressão, de um ponto 1 para um ponto 2, depende da massa específica (μ) do líquido, da aceleração da gravidade (g) e da altura (h) entre os dois pontos. A variação de pressão (Δp) entre esses dois pontos é dada por:



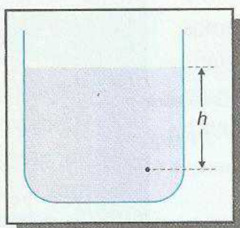
$$\Delta p = \mu g h$$

Essa expressão é denominada **pressão hidrostática** (p_h) e representa a pressão exercida somente pela coluna de líquido de altura h.

Sendo $\Delta p = p_2 - p_1$, a expressão anterior torna-se:

$$p_2 = p_1 + \mu g h$$

Se considerarmos o ponto 1 na superfície livre do líquido, então, $p_1 = p_{atm.}$. Nessas condições, a pressão (p) em um ponto qualquer, a uma profundidade h, é dada por:



$$p = p_{atm.} + \mu g h$$

A pressão p representa a pressão total (pressão do líquido + pressão atmosférica) em um determinado ponto a uma profundidade h dentro de um líquido.

Observações

- Em um líquido, todos os pontos à mesma profundidade apresentam a mesma pressão.
- Ao nível do mar, a pressão atmosférica vale 1,0 atm ($1{,}0 \cdot 10^5$ N/m^2).

Os gráficos mostrados nas figuras 3(a) e 3(b) representam os comportamentos das pressões hidrostática e total com a profundidade.

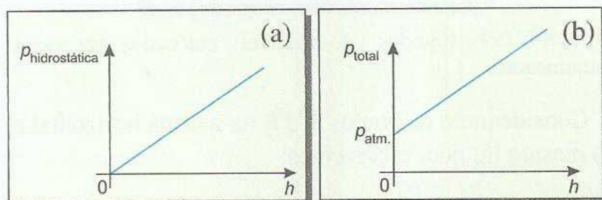


Figura 3 (a) Pressão hidrostática em função da profundidade. (b) Pressão total em função da profundidade.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 A densidade do mercúrio é de 13,6 g/cm^3 e a da água é de 1 g/cm^3. Quais das afirmações abaixo estão corretas?

I. $1{,}36 \cdot 10^4$ kg de mercúrio ocupam o volume de 1 m^3.

II. Para massas iguais, o volume ocupado pelo mercúrio é maior do que o ocupado pela água.

III. 13,6 kg de mercúrio ocupam volume maior do que 1 ℓ.

IV. A massa correspondente a 1.000 ℓ de água é 1.000 kg.

2 (Cefet-PR) Um automóvel percorre 10 km consumindo 1 ℓ de álcool quando se movimenta a 72 km/h. Como 1 ℓ de álcool corresponde a 1 dm^3 e o álcool apresenta uma densidade de 0,8 g/cm^3, a massa, em gramas, consumida pelo veículo, por segundo, é igual a:

a) 0,8 b) 1,6 c) 3,6 d) 4,8 e) 7,2

3 Considere dois cubos regulares, de mesmo material, apoiados sobre uma mesa. O cubo A possui lado ℓ e o cubo B, lado 2ℓ. Nessas condições, julgue os itens abaixo:

I. Em relação às áreas apoiadas na mesa, podemos dizer que a do cubo A é a metade da do cubo B.

II. O volume do cubo B é oito vezes o volume do cubo A.

III. Como são de mesmo material, o peso dos dois cubos é igual.

IV. O peso do cubo B é oito vezes o peso do cubo A.

V. A pressão hidrostática exercida pelo cubo A sobre a mesa é a metade da pressão exercida pelo cubo B.

4 Um submarino encontra-se a uma profundidade de 50 m do nível do mar. Considere a massa específica da água do mar igual a $1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m^3 e a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2. Para que a tripulação sobreviva, um descompressor mantém o seu interior a uma pressão constante igual à pressão atmosférica ao nível do mar. Com base nessas informações, são feitas as seguintes afirmações:

I. A pressão hidrostática no ponto onde se encontra o submarino vale 5,0 atm.

II. A pressão externa total sobre o submarino é de 6,0 atm.

III. A pressão interna total é de 6,0 atm.

VI. A diferença entre as pressões fora e dentro do submarino é de 5,0 atm.

a) Somente I e II são corretas.
b) Somente I, II e III são corretas.
c) Somente I, II e IV são corretas.
d) Somente II, III e IV são corretas.
e) Todas são corretas.

Exercícios complementares: 10 e 11.

4. PRESSÃO ATMOSFÉRICA

A atmosfera terrestre é composta por vários gases e estes exercem uma pressão sobre a superfície da Terra. Essa pressão, denominada pressão atmosférica, depende da altitude do local, pois, à medida que nos afastamos da superfície da Terra, o ar se torna cada vez mais rarefeito, exercendo uma pressão cada vez menor.

O físico italiano Evangelista Torricelli (1608-1647) realizou uma experiência para determinar a pressão atmosférica ao nível do mar (figura 4).

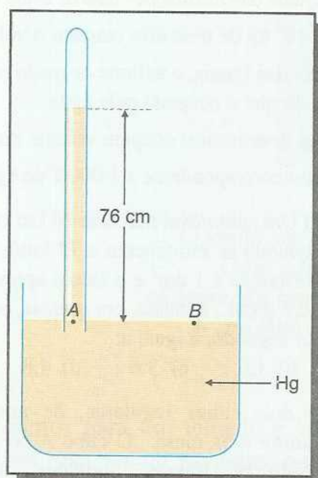


Figura 4 Experiência de Torricelli realizada em 1643: um tubo de aproximadamente 1,0 m de comprimento, cheio de mercúrio e com a extremidade tampada, é colocado dentro de um recipiente que também contém mercúrio. Após destampar o tubo, Torricelli observou que o nível do mercúrio desceu e estabilizou-se na posição correspondente a 76 cm.

As pressões nos pontos *A* e *B* são iguais (pontos na mesma horizontal e no mesmo líquido). Mas a pressão no ponto *A* corresponde à pressão da coluna de mercúrio dentro do tubo e a pressão no ponto *B* corresponde à pressão atmosférica ao nível do mar. Assim:

$$p_B = p_A \rightarrow p_{atm.} = p_{coluna\ (Hg)}$$

Como a coluna de mercúrio que equilibra a pressão atmosférica é de 76 cm, dizemos que a pressão atmosférica, ao nível do mar, equivale à pressão de uma coluna de mercúrio de 76 cm. Lembrando que a pressão de uma coluna de líquido é dada por $\Delta p = \mu g h$, temos, no S.I.:

$$g = 9{,}8 \text{ m/s}^2$$
$$p_{atm.} = 76 \text{ cmHg} = 0{,}76 \text{ mHg}$$
$$\mu_{Hg} = 13.600 \text{ kg/m}^3$$

Fazendo $\Delta p = p_{atm.}$ e substituindo os valores acima, obtemos:

$$p_{atm.} = \mu_{Hg} g h_{Hg}$$

$$p_{atm.} = 13.600 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}76 \rightarrow p_{atm.} = 1{,}01 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

Os manômetros (medidores de pressão) utilizam a pressão atmosférica como referência, medindo a diferença entre a pressão do sistema e a pressão atmosférica. Tais pressões são chamadas de **pressões manométricas**. A pressão manométrica de um sistema pode ser positiva ou negativa, dependendo de estar acima ou abaixo da pressão atmosférica. Quando o manômetro mede uma pressão manométrica negativa, ele é chamado de manômetro de vácuo.

Pela diferença de níveis do líquido nos dois ramos do tubo em U (figura 5), o manômetro mede a pressão manométrica do sistema contido no reservatório.

Em relação aos pontos *A* e *B*, temos:

$$p_A = p_B$$
$$p_{sist.} = p_{atm.} + p_{líq.}$$
$$p_{sist.} - p_{atm.} = \mu g h$$
$$p_{man.} = \mu g h$$

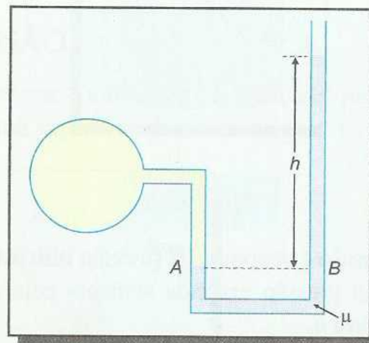


Figura 5 Manômetro (medidor de pressão) de tubo aberto.

5. VASOS COMUNICANTES

Colocando-se dois líquidos que não se misturam, num mesmo recipiente, observamos que o líquido mais denso ocupa a parte de baixo do recipiente (figura 6).

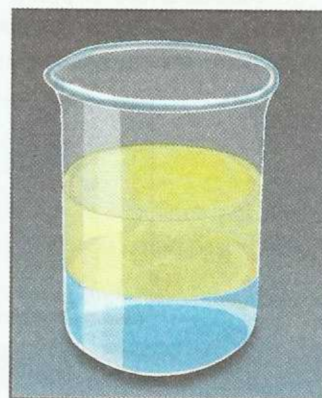


Figura 6 Líquidos não-miscíveis (água e óleo): o mais denso (água) ocupa a parte de baixo.

Consideremos, agora, dois líquidos não-miscíveis colocados em vasos comunicantes (figura 7).

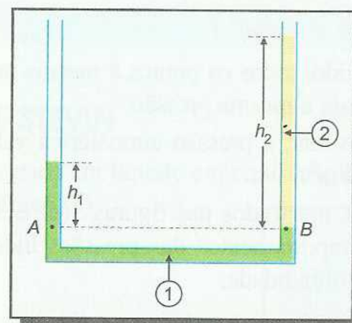


Figura 7 Dois líquidos não-miscíveis colocados em vasos comunicantes.

Considerando os pontos *A* e *B* na mesma horizontal e no mesmo líquido, escrevemos:

$$p_A = p_B$$
$$p_{atm.} + \mu_1 g h_1 = p_{atm.} + \mu_2 g h_2$$
$$\mu_1 h_1 = \mu_2 h_2$$

De acordo com essa expressão, temos:

As alturas medidas a partir do nível de separação dos dois líquidos são inversamente proporcionais às massas específicas dos líquidos.

Podemos utilizar os vasos comunicantes para estabelecer relações entre as massas específicas de dois, três ou mais líquidos.

6. PRINCÍPIO DE PASCAL

Devemos o princípio de Pascal, do qual se utilizam os elevadores hidráulicos, ao físico e matemático francês Blaise Pascal (1623-1662). Seu enunciado nos diz que:

O acréscimo de pressão produzido num líquido em equilíbrio se transmite integralmente a todos os pontos do líquido.

Como exemplo, consideremos um líquido em equilíbrio colocado em um recipiente (figura 8).

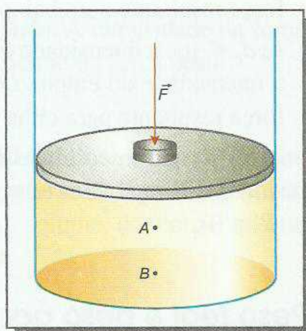


Figura 8 Líquido em equilíbrio em um recipiente.

Vamos supor que as pressões hidrostáticas nos pontos A e B sejam, respectivamente, 0,2 atm e 0,5 atm. Se por meio de um êmbolo comprimirmos o líquido, produzindo um acréscimo de pressão igual a 0,1 atm, todos os pontos do líquido sofrerão esse mesmo acréscimo de pressão.

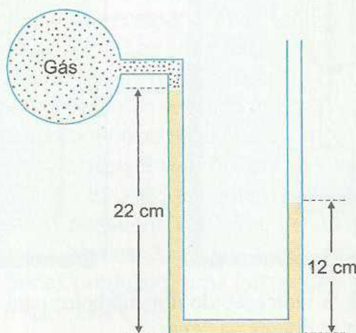
Portanto, os pontos A e B apresentarão pressões de 0,3 atm e 0,6 atm, respectivamente.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

5 (U. São Francisco-SP) A figura ilustra um manômetro de mercúrio aberto à atmosfera. Chama-se pressão manométrica a diferença entre a pressão do gás no reservatório e a pressão atmosférica.

Considere as afirmações a respeito do manômetro representado.

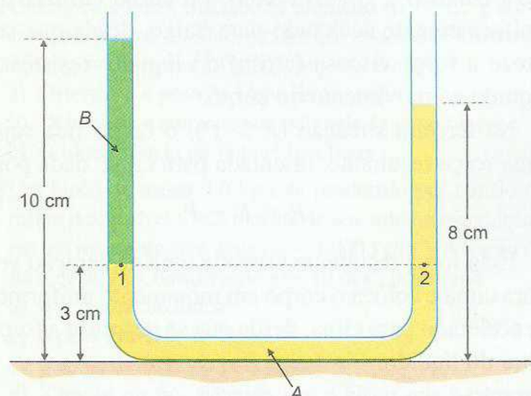


I. A pressão manométrica é negativa.
II. A pressão do gás é negativa.
III. Se a pressão atmosférica for de 66 cmHg, a pressão do gás será de 56 cmHg.

Pode-se afirmar que, apenas:

a) I é correta.
b) II é correta.
c) III é correta.
d) I e II são corretas.
e) I e III são corretas.

6 Num tubo em U foram colocados dois líquidos não-miscíveis, A e B, conforme a figura. A massa específica do líquido A é 0,70 g/cm^3.



Assinale certo ou errado.

I. O líquido A é mais denso que o líquido B.
II. As pressões nos pontos 1 e 2 são iguais.
III. A massa específica do líquido B é 0,50 g/cm^3.

Exercícios complementares: do 12 ao 14.

7. EMPUXO

Quando um corpo é colocado totalmente imerso em um líquido, duas forças agem sobre ele: a força peso ($\vec{P}$), devido à sua interação com a Terra, e a força de empuxo ($\vec{E}$), devido à sua interação com o líquido (figura 9).

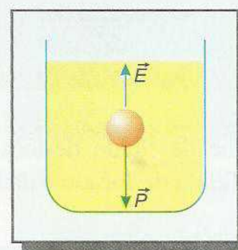


Figura 9 Forças em um corpo colocado totalmente imerso em um líquido.

Nessas condições, podemos observar três situações distintas:

- se ele permanece parado no ponto onde foi colocado, a intensidade da força de empuxo é igual à intensidade da força peso ($E = P$)
- se ele afunda, a intensidade da força de empuxo é menor do que a intensidade da força peso ($E < P$)
- se ele é levado para a superfície, a intensidade da força de empuxo é maior do que a intensidade da força peso ($E > P$) durante a subida

Na primeira situação ($E = P$), o corpo encontra-se em equilíbrio ($\Sigma\vec{F} = 0$). Para que isso aconteça, é necessário que a densidade do corpo seja igual à massa específica do líquido. Observada essa condição, o corpo fica em equilíbrio em qualquer posição dentro do líquido.

Na segunda situação ($E < P$), o corpo fica sujeito a uma força resultante, orientada para baixo, dada por:

$$R = P - E$$

Essa força resultante provoca uma aceleração vertical para baixo ($F_r = ma$) e coloca o corpo em movimento uniformemente acelerado para baixo, desde que se despreze a força viscosa (atrito) do líquido: resistência do líquido ao movimento do corpo.

Na terceira situação ($E > P$), o corpo fica sujeito a uma força resultante, orientada para cima, dada por:

$$R = E - P$$

Essa força resultante provoca uma aceleração vertical para cima e coloca o corpo em movimento uniformemente acelerado para cima, desde que se despreze a força viscosa do líquido.

8. PRINCÍPIO DE ARQUIMEDES

Para prever qual das três situações citadas anteriormente irá ocorrer, devemos conhecer o princípio de Arquimedes. Arquimedes, um grego que viveu no século III a.C., enquanto se banhava, constatou que um corpo imerso na água torna-se mais leve devido a uma força, vertical e para cima, exercida pelo líquido sobre o corpo, que alivia seu peso. A força do líquido sobre o corpo é denominada empuxo ($\vec{E}$).

O princípio de Arquimedes diz que:

> Todo corpo mergulhado num fluido (líquido ou gás) sofre, por parte deste, uma força vertical e para cima, cuja intensidade é igual ao peso do fluido deslocado pelo corpo.

Seja V_f o volume de fluido deslocado pelo corpo. Então, a massa de fluido deslocado é dada por:

$$m_f = \mu_f V_f$$

O empuxo é igual ao peso dessa massa deslocada. Portanto:

$$E = m_f g = \mu_f V_f g$$

9. CORPOS IMERSOS

Para corpos totalmente imersos em um fluido, o volume de fluido deslocado pelo corpo é igual ao próprio volume do corpo (figura 10).

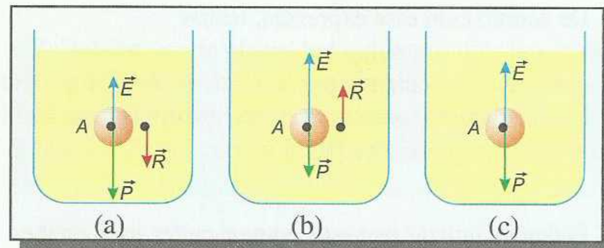


Figura 10 (*a*) O corpo é mais denso do que o líquido; (*b*) o corpo é menos denso do que o líquido e (*c*) o corpo e o líquido são igualmente densos. Nos três casos, o corpo foi colocado em repouso no ponto *A*.

Nesse caso, o peso do corpo e o empuxo sofrido por ele são dados por:

$$P_c = m_c g = d_c V_c g \text{ e } E = m_f g = m_f V_f g$$

Lembrando que $V_c = V_f$ e comparando as duas expressões, observamos que:

- se $d_c > \mu_f$, a intensidade da força peso é maior do que a intensidade do empuxo e o corpo fica sujeito a uma força resultante para baixo ($R = P - E$).
- se $d_c < \mu_f$, a intensidade da força peso é menor do que a intensidade do empuxo e o corpo fica sujeito a uma força resultante para cima ($R = E - P$).
- se $d_c = \mu_f$, a intensidade da força peso é igual à intensidade do empuxo e o corpo encontra-se em equilíbrio ($R = 0$).

Peso real e peso aparente

Vamos imaginar uma experiência. Suponha que um bloco cúbico, maciço, de alumínio ($\mu = 2{,}7$ g/cm^3), imerso no ar, seja pendurado em um dinamômetro (medidor de forças) que indica um valor P para o peso do bloco. Em seguida, o bloco é imerso em um líquido, por exemplo a água, e uma nova leitura é feita. Seja P_a a indicação do dinamômetro para o peso do bloco (figura 11).

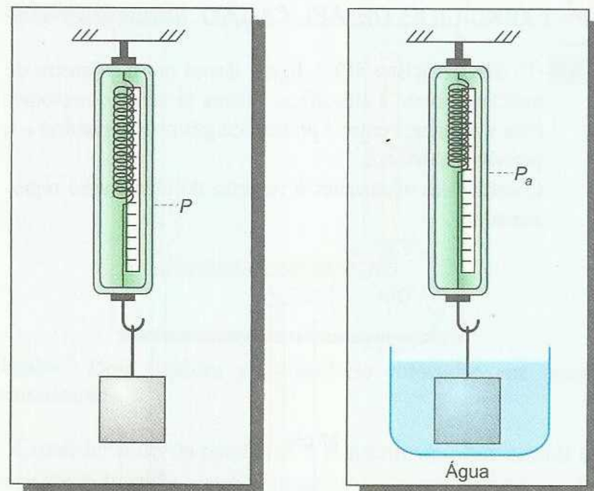


Figura 11 A indicação do dinamômetro para o peso do bloco é maior no ar do que na água.

Desprezando o empuxo do ar, o valor P (peso do objeto) é o peso real e o valor P_a recebe o nome de peso aparente. Constata-se que:

$$P > P_a$$

A diferença entre o peso real e o peso aparente corresponde ao empuxo exercido pelo líquido:

$$E = P_{\text{real}} - P_{\text{aparente}}$$
$$E = P - P_a$$

10. FLUTUAÇÃO

Quando um corpo flutua em um líquido, as seguintes condições são obedecidas (figura 12):

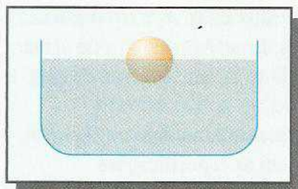


Figura 12 Corpo flutuando em um líquido: o peso aparente do corpo é nulo.

- **ele encontra-se em equilíbrio.** A intensidade da força de empuxo é igual à intensidade da força peso:

$$E = P$$

- **o volume de líquido que ele desloca é menor do que o seu próprio volume.** O volume de líquido deslocado corresponde à parcela do volume do corpo que se encontra dentro do líquido:

$$V_{\text{líquido deslocado}} < V_{\text{corpo}}$$

- **a densidade do corpo é menor do que a massa específica do líquido:**

$$d_c < \mu_{\text{líq.}}$$

- **o peso aparente do objeto é nulo:**

$$P_a = P - E$$

Sendo:

$$E = P \rightarrow P_a = 0$$

A relação entre o volume imerso no líquido e o volume total do corpo é dada por:

$$E = P$$

$$\mu_{\text{líq.}} V_i\, g = d_c V_c\, g \rightarrow \frac{V_i}{V_c} = \frac{d_c}{\mu_{\text{líq.}}}$$



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

7 Um bloco cúbico, maciço, de alumínio ($\mu = 2{,}7$ g/cm^3), com aresta igual a 1,0 m, é colocado totalmente imerso na água ($\mu = 1{,}0$ g/cm^3). Considere $g = 10$ m/s^2.

a) Determine o peso do bloco de alumínio.
b) Determine o empuxo exercido pela água no bloco.
c) O bloco afunda ou flutua? Justifique.

8 Um bloco de massa 4,0 kg está pendurado por um fio de massa desprezível e tem metade de seu volume mergulhado em um recipiente com água ($\mu = 1.000$ kg/m^3). A tração no fio é de 30 N. Considerando $g = 10$ m/s^2, determine:

a) o peso real do bloco.
b) o peso aparente do bloco.
c) o empuxo exercido pela água.
d) a tração no fio, supondo que o bloco seja totalmente imerso na água.

9 Uma tora de madeira ($\mu = 0{,}70$ g/cm^3) é transportada entre dois pontos pela correnteza de um rio. Considerando $\mu_{\text{água}} = 1{,}0$ g/cm^3, julgue os itens a seguir:

I. O peso aparente da tora de madeira é nulo.
II. A tora flutua com metade de seu volume imerso.
III. Se o volume da tora é de 2,0 m^3, então, o volume da tora que fica fora da água é de 0,60 m^3.



CID

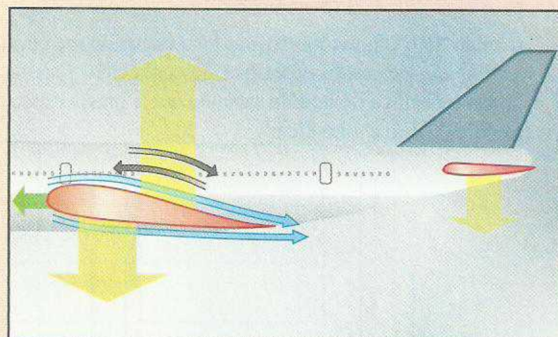
Exercícios complementares: do 15 ao 18.

Um vôo tranqüilo

O requisito básico para um vôo é conseguir uma força de sustentação capaz de equilibrar o peso do objeto voador.

Tanto as aves quanto os aviões utilizam o ar para gerar a força de sustentação necessária. Para isso, as asas são ajustadas de modo a produzir uma força, proveniente da diferença de pressão nas asas, de baixo para cima.

Um outro ponto a ser considerado é: como eles conseguem a força motora necessária que os impele para a frente, vencendo a resistência do ar? No caso dos aviões, as hélices ou turbinas executam esse papel. No caso das aves, elas possuem, nas asas, penas que executam o papel das hélices: à medida que a asa sobe e desce, essas penas produzem uma força que as impele para a frente e não para cima.



Com as forças equilibrando-se, o vôo se realiza em perfeito equilíbrio, com o avião mantendo a altitude e a velocidade constantes.



EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

10 (UFR-RJ) Vazio, um frasco tem massa igual a 30 g. Cheio de água, sua massa altera-se para 110 g. Cheio de outro líquido, o mesmo frasco passa a ter massa igual a 150 g. Assinale as afirmativas corretas.

a) A água é mais densa que o outro líquido.

b) Se a densidade da água é 1,0 g/cm^3, a densidade do outro líquido é 1,50 g/cm^3.

c) O frasco com água até a metade apresenta uma massa de 55 g.

11 (PAS/UnB-DF) A densidade de um material é definida como a razão entre a sua massa e o seu volume. Com base nessa informação, julgue os itens a seguir:

I. Quanto maior a massa de um objeto, maior a sua densidade.

II. Quanto maior o volume de um corpo, maior a sua densidade.

III. A densidade do ouro é maior que a densidade da prata, pois, para volumes iguais de ouro e prata, a massa do ouro é menor do que a massa da prata.

IV. Se a massa de um corpo é maior do que a massa de outro corpo, então a densidade do primeiro corpo será, obrigatoriamente, maior que a densidade do segundo corpo.

12 (PUC/Campinas-SP) Ao nível do mar, um barômetro de mercúrio indica 76 cm, equivalente à pressão de $1{,}0 \cdot 10^5$ Pa. À medida que subimos do nível do mar para o alto da serra, ocorre uma queda gradual de 1 cmHg da pressão atmosférica para cada 100 m de subida, aproximadamente. Pode-se concluir que a pressão atmosférica numa cidade a 900 m de altitude em relação ao nível do mar vale, em Pa:

a) 88.000 b) 82.000 c) 67.000 d) 6.700 e) 670

13 (Univali-SC) Em campanha contra o tabagismo, os alunos de uma escola decidiram promover uma demonstração de impacto para evidenciar alguns dos malefícios do fumo. Constituíram um grupo de fumantes e outro de não-fumantes e os desafiaram a tomar refrigerante, aspirando por um longo canudo de refresco, da maior altura possível, a partir dos andares mais altos da escola. O resultado foi conclusivo: os não-fumantes conseguiram, em média, tomar o refrigerante de alturas bem maiores. Entretanto, a partir de determinada altura nenhum estudante conseguiu tomar o refrigerante através do longo canudinho. A razão desse insucesso deveu-se:

a) à pressão atmosférica.

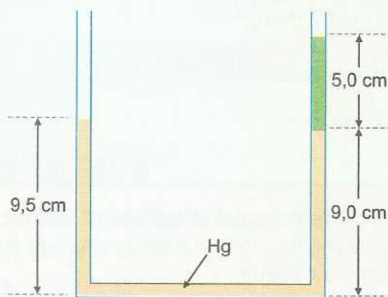
b) ao valor da aceleração da gravidade.

c) ao despreparo físico geral dos grupos.

d) ao fato de o refrigerante não ser constituído apenas por água.

e) à capilaridade do canudinho.

14 (Unitau-SP) A figura mostra um tubo contendo mercúrio e um líquido de massa específica desconhecida. Calcule a massa específica do líquido sabendo que a massa específica do mercúrio é 13,6 g/cm^3.



15 (UFPR) Com base nas propriedades dos líquidos, é correto afirmar:

I. Se um corpo parcialmente submerso num fluido está em equilíbrio hidrostático, o empuxo sobre ele é nulo.

II. O volume de um corpo maciço de forma irregular pode ser determinado mergulhando-o completamente num recipiente cheio de água e medindo-se o volume de água extravasado.

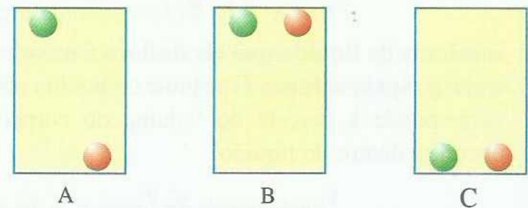
III. Se uma pessoa que está fora de uma piscina entrar num barco que nela flutua, o nível da água da piscina subirá.

16 (Vunesp) Geralmente, acoplado às bombas de abastecimento existe um indicador da densidade do álcool combustível, constituído de duas esferas, de densidades ligeiramente diferentes (d_1 e d_2), mantidas no interior de uma câmara cilíndrica de vidro em posição vertical e sempre repleta de álcool. O álcool está dentro das especificações quando sua densidade d se situa entre d_1 e d_2. Analisando três possíveis configurações das esferas dentro da câmara, mostradas nas figuras A, B e C, um usuário chegou às seguintes conclusões:

I. Quando as esferas se apresentam como na figura A, o álcool está de acordo com as especificações.

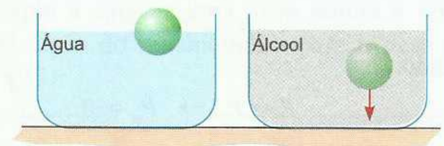
II. Quando as esferas se apresentam como na figura B, o álcool tem densidade menor do que a especificada.

III. Quando as esferas se apresentam como na figura C, o álcool tem densidade maior do que a especificada.



Dentre as conclusões apresentadas, quais estão corretas?

17 (PUC-MG) A figura mostra dois blocos maciços idênticos de um mesmo material. No primeiro recipiente, vê-se que ele flutua em equilíbrio na água ($d = 1{,}0$ g/cm^3) e, no segundo, nota-se que o bloco está afundando no álcool ($d = 0{,}80$ g/cm^3), com movimento dotado de aceleração.



Com base nessas informações, é correto afirmar que a densidade do material que constitui os blocos é:

a) maior que 1,0 g/cm^3.

b) menor que 0,80 g/cm^3.

c) igual a 1,0 g/cm^3.

d) igual a 0,80 g/cm^3.

e) um valor maior que 0,80 g/cm^3 e menor que 1,0 g/cm^3.

18 (PAS/UnB-DF) O rei Heron, que viveu por volta do ano 250 a.C., entregou 1,0 kg de ouro para que um dos ourives confeccionasse uma coroa, mas, como diz a história, ele suspeitou que o esperto ourives tivesse adicionado certa quantidade de prata à coroa. Saber se isso de fato ocorreu ou não ficou conhecido como o problema do rei Heron, resolvido por Arquimedes. Hoje, esse problema pode ser resolvido usando-se um dinamômetro (um aparelho semelhante à balança dos vendedores de peixe), juntamente com a utilização de propriedades dos líquidos, especificamente

o empuxo. Considerando as densidades do ouro, da prata e da água iguais a 20 g/cm³, 10 g/cm³ e 1 g/cm³, respectivamente, e $g = 10$ m/s², julgue os itens seguintes.

I. O peso aparente de qualquer corpo imerso em um fluido é igual ao seu peso fora do fluido subtraído do empuxo.

II. O princípio físico a ser evocado para a solução do problema do rei Heron é o princípio de Pascal, o qual estabelece que a pressão na parte superior de um corpo totalmente imerso é maior do que a pressão na parte inferior.

III. O peso aparente de 1,0 kg de ouro imerso em água é de 9,5 N enquanto o de 1,0 kg de prata é de 9,0 N.

IV. Se o ourives tivesse adicionado uma parte de prata para cada parte de ouro, então o peso aparente da coroa imersa na água seria inferior a 9 N.



ATIVIDADE ESPECIAL: Princípio de Arquimedes

Esta atividade tem como objetivo apresentar um método experimental para a verificação do princípio de Arquimedes. Para isso, vamos utilizar um bloco, de qualquer formato, com densidade maior do que a massa específica da água, um dinamômetro e um recipiente cilíndrico com água.

Inicialmente, com o dinamômetro efetuamos duas pesagens do bloco. A primeira, com o bloco no ar, e a segunda, com o bloco totalmente imerso na água. A primeira medida representa o peso real do bloco e a segunda, o peso aparente. A diferença entre esses dois resultados representa o empuxo exercido pela água no bloco: $E = P_{real} - P_{aparente}$.

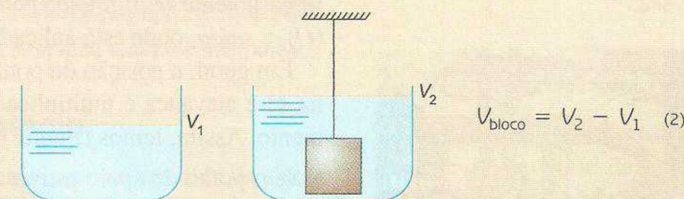
Lembrando que o empuxo é o peso do líquido (água) deslocado pelo bloco, e como o bloco está totalmente imerso, o volume de líquido deslocado é igual ao volume do bloco. Assim:

$$E = \mu_{água} \cdot g \cdot V_{bloco}$$

Portanto:

$$V_{bloco} = \frac{E}{\mu_{água} \cdot g} = \frac{P_{real} - P_{aparente}}{\mu_{água} \cdot g} \quad (1)$$

Por outro lado, podemos medir o volume do bloco pela quantidade de água que ele desloca:



$$V_{bloco} = V_2 - V_1 \quad (2)$$

Comparando os dois resultados obtidos para o volume do bloco, podemos comprovar a validade do princípio de Arquimedes.

Com base nessas informações, responda às questões.

1. Por que o peso aparente do bloco é menor que o peso real? Justifique.

2. O que aconteceria se a densidade do bloco fosse menor do que a massa específica da água?

3. Nessas condições, quais seriam os valores do peso aparente e do peso real?

4. Ainda nas condições acima, seria possível comprovar o princípio de Arquimedes?

5. Considere que, num experimento, foram obtidos os seguintes resultados:

$$P_{real} = 2{,}5\ \text{N} \qquad P_{aparente} = 2{,}0\ \text{N} \qquad V_1 = 150\ \text{m}\ell \qquad V_2 = 200\ \text{m}\ell$$

Com esses dados, calcule o volume do bloco pelas equações (1) e (2). Os resultados são iguais?

Considere $\mu_{água} = 1{,}0$ g/cm³.

6. Suponha que, em vez de água, o experimento utilize óleo. Sendo a massa específica do óleo menor do que a massa específica da água, complete o quadro, indicando se os valores obtidos seriam maiores, menores ou iguais àqueles obtidos com a água.

Peso real	
Peso aparente	
Empuxo	
Volume do bloco	
Volume de óleo deslocado	

Capítulo 14

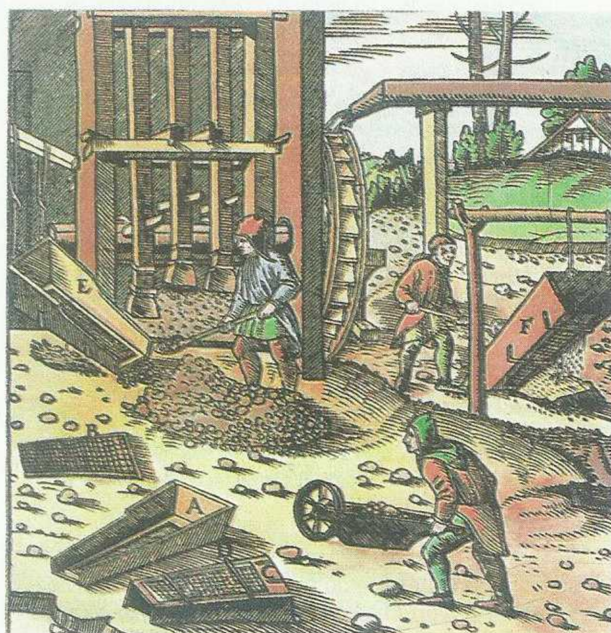
MÁQUINAS SIMPLES

Dai-me uma alavanca e um ponto de apoio e eu levantarei o mundo!

Arquimedes (287-212 a.C.)

Desde o aparecimento do homem até os dias atuais é marcante a presença de ferramentas, o que significa dizer que há uma busca incessante do homem na tentativa de obter instrumentos auxiliares para a realização de suas tarefas.

De um ponto de vista bem abrangente, qualquer objeto que nos auxilie na realização de uma determinada tarefa pode ser considerado uma máquina. Nesse aspecto, nossos braços ou nossas pernas também são máquinas. Indo mais além, o corpo humano por inteiro é uma máquina em que ocorre uma contínua transformação de energia.



No simples dia-a-dia, olhando ao nosso redor, encontramo-nos rodeados de máquinas. Ônibus, elevadores, lâmpadas, bicicletas, alicates, chaves de fenda, furadeiras, prensas, fornos, tesouras, abridores, bússola, relógio. São máquinas de transporte, máquinas de cozinhar, máquinas de calcular, máquinas de lavar, máquinas de soldar e até máquinas de fazer máquinas. No funcionamento de todas elas estão presentes as leis da Física. Em particular, as que envolvem os princípios básicos da Mecânica são chamadas de **máquinas simples**.

De um modo geral, as máquinas simples podem ser classificadas em dois grandes grupos: as multiplicadoras de força e as multiplicadoras de movimento. As primeiras são as máquinas que amplificam a força recebida, ou seja, obtém-se por meio da máquina uma força maior do que a aplicada, e as últimas são aquelas que amplificam o movimento, ou seja, o movimento de saída é maior do que o da entrada.

1. ALAVANCAS

A alavanca é uma das máquinas simples mais antigas. Trata-se de um dispositivo constituído por uma barra rígida que pode girar em torno de um ponto fixo. A alavanca apresenta três pontos básicos: *entrada*, onde é aplicada a força potente ($\vec{F}_p$); *apoio* (ponto fixo), chamado de pivô (O), e *saída*, onde está aplicada a força resistente ($\vec{F}_r$).

Em geral, a posição do ponto de apoio (pivô) determina se a alavanca é multiplicadora de força ou de movimento. Assim, temos (figura 1):

- Se o ponto de apoio estiver mais próximo do ponto de entrada do que do ponto de saída, a alavanca é multiplicadora de movimento.
- Se o ponto de apoio estiver mais próximo do ponto de saída do que do ponto de entrada, a alavanca é multiplicadora de força.

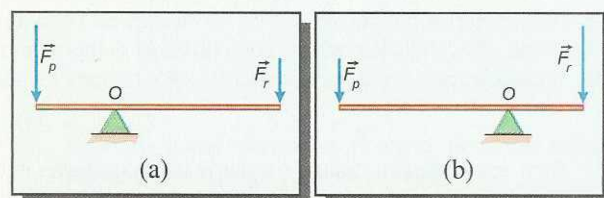
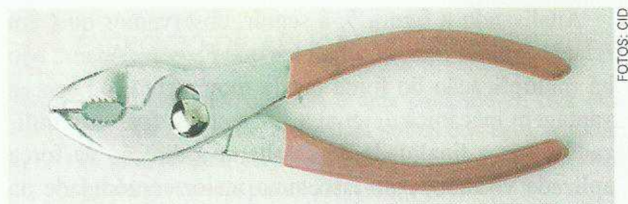


Figura 1 (*a*) Alavanca multiplicadora de movimento e (*b*) alavanca multiplicadora de força.

A classificação das alavancas é feita em função das posições relativas dos pontos de entrada, pivô e saída. Assim, temos três grupos:

Alavanca interfixa

Nesse tipo de alavanca, que pode ser multiplicadora de força ou de movimento, o pivô (ponto fixo) localiza-se entre os pontos de entrada e de saída. Como exemplo, podemos citar o alicate, que é multiplicador de força (figura 2).



FOTOS: CID

Figura 2 O alicate funciona como uma alavanca interfixa, multiplicadora de força.

Alavanca interpotente

A alavanca interpotente apresenta o ponto de entrada entre o pivô e o ponto de saída. Esse tipo de alavanca é sempre multiplicadora de movimento, pois, em relação ao pivô, o ponto de entrada está sempre mais próximo do que o ponto de saída. Como exemplo, temos a pinça (figura 3).

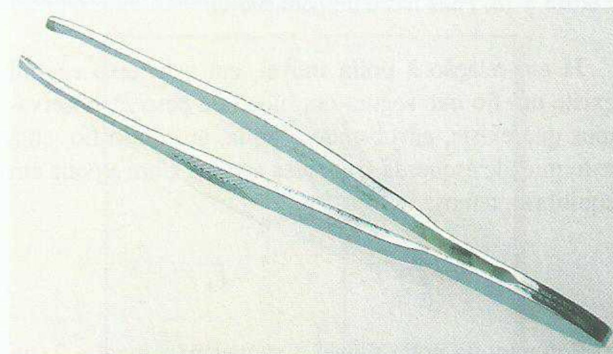
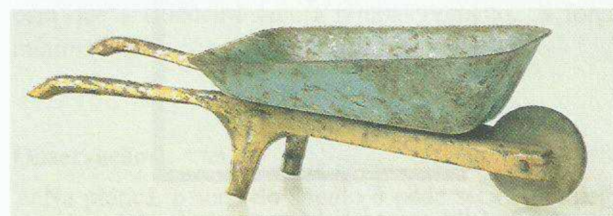


Figura 3 A pinça funciona como uma alavanca interpotente, multiplicadora de movimento.

Alavanca inter-resistente

Na alavanca inter-resistente, o ponto de saída localiza-se entre o pivô e o ponto de entrada. São alavancas multiplicadoras de força, pois, em relação ao pivô, o ponto de saída está sempre mais próximo do que o ponto de entrada. O quebra-nozes e o carrinho de mão são exemplos desse tipo de alavanca (figura 4).



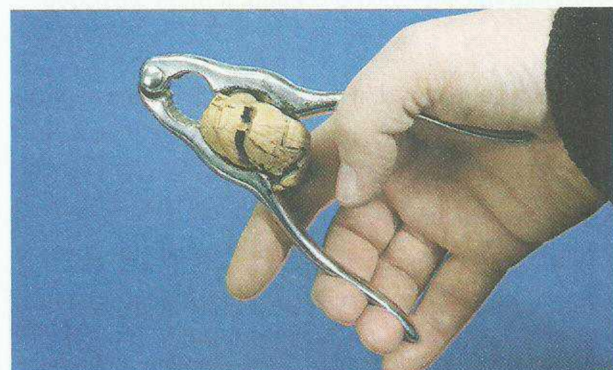


Figura 4 O carrinho de mão e o quebra-nozes funcionam como uma alavanca inter-resistente. São multiplicadores de força.

Podemos estabelecer uma relação matemática entre o módulo da força de potência (F_p), o módulo da força de resistência (F_r) e as respectivas distâncias dos pontos de entrada (d_p) e de saída (d_r) ao pivô, que seja válida para qualquer tipo de alavanca:

O produto da intensidade da força potente pela distância do ponto de entrada ao pivô é igual ao produto da intensidade da força resistente pela distância do ponto de saída ao pivô:

$$F_p \cdot d_p = F_r \cdot d_r$$

Observação

Os produtos $F_p d_p$ e $F_r d_r$ representam, respectivamente, os momentos das forças potente e resistente em relação ao pivô.

Em qualquer alavanca, os momentos da força potente e da força resistente apresentam sentidos contrários. Adotando a convenção de sinal, temos que o somatório desses momentos é igual a zero: $M_p + M_r = 0$.

Portanto, o princípio de funcionamento de uma alavanca baseia-se no equilíbrio rotacional de um corpo rígido, ou seja:

$$\Sigma M = 0$$

2. VANTAGEM OU MULTIPLICAÇÃO

As máquinas são dispositivos com um poder de multiplicação de força ou de movimento. Sabendo que, para cada força potente aplicada à máquina, obtemos uma força resistente, podemos definir uma grandeza que representa a vantagem obtida ao se utilizar um determinado tipo de máquina.

Chamamos de **vantagem** ou **poder de multiplicação** à relação entre a intensidade da força obtida com o arranjo mecânico (F_r) e a intensidade da força que aplicamos (F_p):

$$\text{vantagem} = \frac{F_r}{F_p}$$

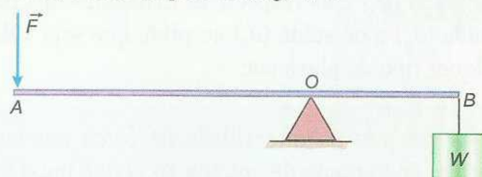
No caso específico das máquinas multiplicadoras de força, a *vantagem* é maior do que 1, porque a força que se obtém com a máquina (F_r) é maior do que a força aplicada (F_p). Já para as máquinas multiplicadoras de movimento a vantagem é menor do que 1, porque $F_r < F_p$.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 (UERJ) O esquema a seguir, utilizado na elevação de pequenas caixas, representa uma barra AB rígida, homogênea, com comprimento ℓ e peso desprezível, que está apoiada e articulada no ponto O. Na extremidade A, é aplicada, perpendicularmente à barra, uma força constante de módulo F. Na extremidade B, coloca-se uma caixa W, que equilibra a

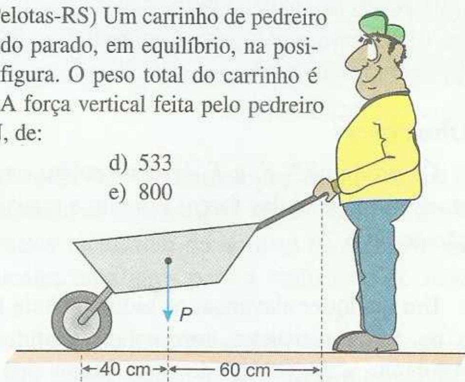
barra paralela ao solo. Se a extremidade A dista $\frac{3}{4}$ ℓ do ponto O, o valor do peso da carga W é:



a) F b) $2F$ c) $3F$ d) $4F$ e) $5F$

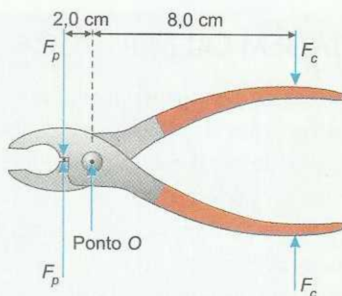
2 (U. F. Pelotas-RS) Um carrinho de pedreiro é mantido parado, em equilíbrio, na posição da figura. O peso total do carrinho é 800 N. A força vertical feita pelo pedreiro é, em N, de:

a) 160
b) 320
c) 480
d) 533
e) 800



3 (U. F. Viçosa-MG) Para cortar um arame, uma pessoa deve aplicar ao cabo de um alicate uma força F_c de 200 N, conforme ilustra a figura. Determine:

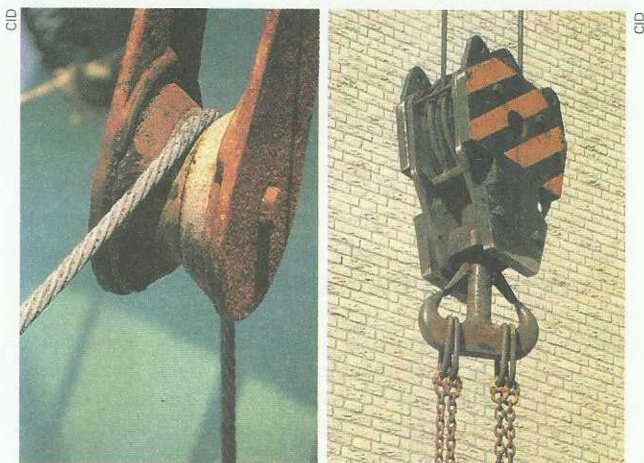
a) a intensidade do torque de F_c em relação ao ponto O.
b) a intensidade da força F_p que corta o arame.



Exercícios complementares: 8 e 9.

3. POLIAS

As polias podem ser fixas ou móveis.



Polia fixa. Polia móvel.

Analisando a figura 5, a seguir, observamos que, em relação à **polia fixa**, observamos que $F_p = F_r$. Assim, não há multiplicação de força ou de movimento, ou seja, a vantagem mecânica é igual a 1. As polias fixas são utilizadas com a finalidade de se alterar a direção da força aplicada visando, com isso, uma maior comodidade na realização da tarefa.

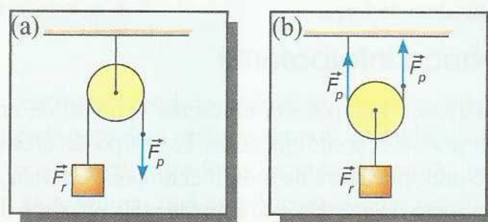


Figura 5 (*a*) Polia fixa e (*b*) polia móvel.

Já em relação à **polia móvel**, em cujo eixo central existe um fio que segura um bloco de peso P, observamos que existe, envolvendo a polia, um outro fio, cuja extremidade esquerda está presa ao teto. Com a polia em equilíbrio, temos:

$$F_p + F_p = F_r \qquad F_p = \frac{F_r}{2}$$

Portanto, na polia móvel a vantagem é igual a 2, ou seja, a polia dobra a intensidade da força aplicada.

A propriedade da polia móvel de dobrar a força aplicada pode ser explorada seguidas vezes. Um arranjo desse tipo recebe o nome de talha exponencial (figura 6).

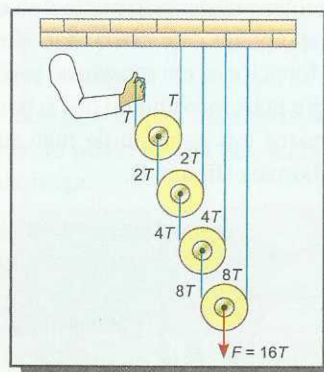


Figura 6 A talha exponencial é composta de várias roldanas móveis.

A cada polia móvel, a intensidade da força é duplicada. Assim, temos:

- Para 1 polia móvel: $F_r = 2F_p$
- Para 2 polias móveis: $F_r = 2 \cdot 2F_p = 4F_p = 2^2F_p$
- Para 3 polias móveis: $F_r = 2 \cdot 2 \cdot 2F_p = 8F_p = 2^3F_p$
- Para n polias móveis: $F_r = 2 \cdot 2 \cdot ... \cdot 2F_p = 2^nF_p$

Generalizando, podemos dizer que em uma talha exponencial, obtemos uma *vantagem* = 2^n. Nessa expressão, n é o número de polias móveis.



EXERCÍCIO DE APLICAÇÃO

4 Utilizando uma polia fixa e uma polia móvel, faça um esquema mostrando como uma pessoa consegue, a partir do solo, levantar um bloco com uma força de intensidade igual à metade do peso do bloco.

4. PLANO INCLINADO

Imagine a dificuldade para se colocar uma geladeira em cima de um caminhão! Para realizar essa tarefa de modo mais prático e com menor esforço, podemos utilizar uma rampa, também conhecida como plano inclinado (dispositivo considerado máquina simples). Na figura 7, a geladeira está apoiada sobre rodas, o que normalmente acontece, para minimizar os efeitos do atrito.

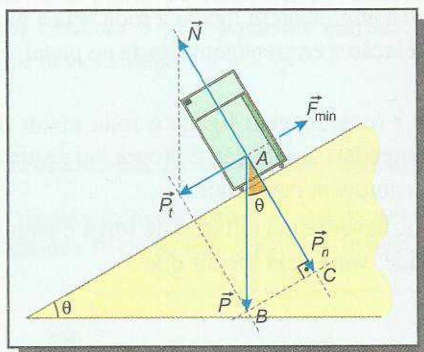


Figura 7 O plano inclinado permite elevar corpos com um mínimo de esforço.

Observamos que a força peso do bloco (geladeira) foi decomposta em duas direções: uma, paralela ao plano, que coincide com a direção para a qual desejamos mover a geladeira, e a outra, perpendicular ao plano inclinado. A força P_t representa a componente da força peso que é paralela à rampa, ou seja, a força que deve ser vencida para que a geladeira suba a rampa. Portanto, a força mínima é dada por:

$$F_{\text{mín}} = P_t = P \cdot \text{sen}\,\theta$$

Observação

Na prática, o seno do ângulo θ pode ser obtido pelo quociente entre a altura e o comprimento da rampa:

$$\text{sen}\,\theta = \frac{h}{c}$$

Portanto, para empurrar um bloco rampa acima, o operador (pessoa) terá de superar somente a componente P_t da força peso do bloco. Nessas condições, a *vantagem* no plano inclinado é dada por $\frac{1}{\text{sen}\,\theta}$. Uma vez que a inclinação do plano (θ) está compreendida no intervalo $0 \leqslant \theta \leqslant 90°$, quanto menor for a inclinação, maior será a *vantagem*.

Esse processo é particularmente importante na construção de rodovias e de rampas de acesso para cadeira de rodas em prédios, quando os aclives são muito íngremes. Para evitar grandes inclinações, podemos realizar o movimento no plano inclinado fora da direção de maior aclive, percorrendo trechos com inclinações menores.

Mas, se o plano inclinado apresentar uma inclinação muito pequena, o seu comprimento pode ser muito grande. Às vezes, isso constitui um aspecto indesejável. Para contornar esse obstáculo, vamos imaginar uma cartolina, no formato de um plano inclinado, colada em um cilindro (figura 8).

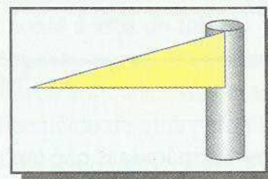


Figura 8 Um pedaço de cartolina, no formato de um plano inclinado, e uma peça cilíndrica.

Ao enrolarmos a cartolina na peça cilíndrica, obtemos o efeito mostrado na figura 9, que pode ser comparado a um parafuso.

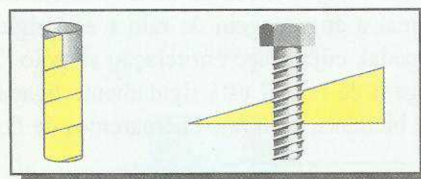


Figura 9 A cartolina é enrolada no cilindro produzindo um efeito semelhante ao parafuso.

A distância entre dois sulcos consecutivos, medida na direção longitudinal do parafuso, é chamada **passo** da rosca. A cada volta completa, o parafuso avança um passo.

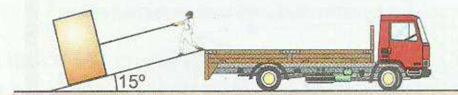


EXERCÍCIO DE APLICAÇÃO

5 Pretende-se colocar uma caixa de 200 kg na carroceria de um caminhão, a 1,5 m do solo, usando o esquema mostrado na figura. Considerando $g = 10\ \text{m/s}^2$, determine:

a) a força mínima necessária para realizar a tarefa;

b) a *vantagem* do sistema utilizado.



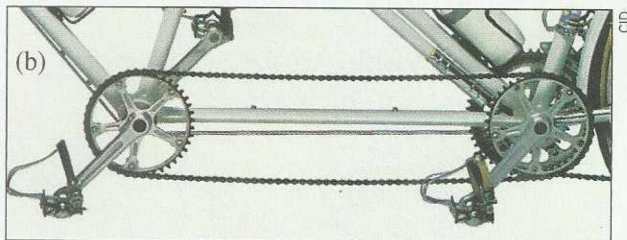
Exercício complementar: 10.

5. ENGRENAGENS

As engrenagens podem ser acopladas diretamente ou interligadas por uma correia dentada (figura 10).



Figura 10 (*a*) Engrenagens acopladas diretamente. (*b*) Engrenagens acopladas com correia.



As engrenagens são máquinas que tanto podem multiplicar força quanto multiplicar movimento, dependendo do arranjo utilizado. Iniciaremos com a correia dentada, como acontece, por exemplo, em uma bicicleta.

Correia dentada

As figuras 11 e 12 mostram uma bicicleta com marchas, na qual a engrenagem de raio r está rigidamente ligada ao pedal, cujo braço em relação ao pólo O_1 é ℓ, e a engrenagem de raio R está rigidamente ligada à roda traseira da bicicleta, cujo raio chamaremos de D.

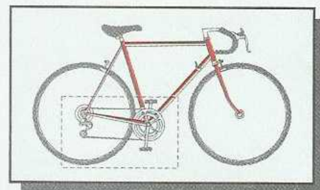


Figura 11 Na bicicleta, a engrenagem do pedal é ligada à engrenagem da roda por uma correia (corrente) dentada.

Ao pedalar, o ciclista aplica no pedal uma força de intensidade f, produzindo um movimento giratório na engrenagem ligada ao pedal. Esse movimento é transportado pela correia dentada para a engrenagem de trás, que, por sua vez, coloca a roda traseira em movimento, devido à sua interação com o chão por meio da força de intensidade F. A tração na correia dentada tem intensidade T (figura 12).

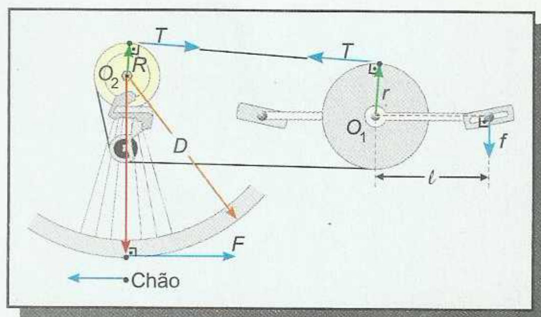


Figura 12 A força f produz um movimento de rotação à engrenagem de raio r, que é transmitido à engrenagem de raio R, produzindo uma força F.

Em uma bicicleta comum, o conjunto pedal + + engrenagens + correia funciona como uma máquina multiplicadora de velocidade e, nas bicicletas com marchas, podemos, por meio de combinações de engrenagens, utilizá-la como multiplicadora de força ou de velocidade.

Quanto maior o raio R da engrenagem ligada à roda, maior a *vantagem*. Assim, ao utilizar uma bicicleta com marchas em uma subida, na qual o importante é força e não velocidade, devemos escolher uma combinação tal que a engrenagem ligada ao pedal seja a menor possível em relação à engrenagem ligada à roda ($r < R$).

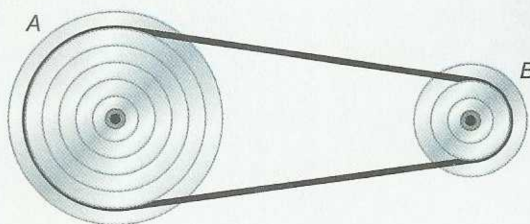
Por outro lado, o ganho de velocidade está vinculado à perda de força. Assim, se o nosso interesse é a obtenção de maior velocidade, devemos utilizar uma combinação tal que a engrenagem ligada à roda seja a maior possível em relação a engrenagem ligada ao pedal. Portanto, temos:

- Se $R > r$ (engrenagem ligada à roda maior do que a ligada ao pedal) ampliação de força, ou perda de velocidade: *vantagem* maior que 1.
- Se $R < r$, haverá uma redução de força e ampliação de velocidade: *vantagem* menor que 1.



EXERCÍCIO DE APLICAÇÃO

6 A figura abaixo mostra dois conjuntos, A e B, que podem ser interligados por uma corrente. O conjunto A possui 6 engrenagens e o conjunto B, 3 engrenagens. A força potente é aplicada no conjunto B.



a) Qual é o número total de possibilidades de utilização das engrenagens?
b) Suponha que a engrenagem 1 do conjunto A seja ligada à engrenagem 3 do conjunto B. Nessas condições, a *vantagem* é maior ou menor que 1?
c) Como deve ser a interligação para se obter a maior vantagem possível?
d) Como devemos interligar os conjuntos para obter um sistema multiplicador de movimento, ao máximo?

6. O TRABALHO NAS MÁQUINAS

Vimos que o termo "trabalho" está sempre associado à ação de uma força em determinado deslocamento e que uma força só realiza trabalho quando há deslocamento de seu ponto de aplicação.

Em relação às máquinas, devemos observar que, embora elas sejam dispositivos multiplicadores de força, ou de velocidade (deslocamento), elas não multiplicam o trabalho, ou seja, o trabalho realizado pela força potente é igual ao trabalho realizado pela força resistente.

$$\tau_{pot.} = \tau_{resist.}$$

$$F_p \cdot d_p = F_r \cdot d_r \qquad \frac{d_p}{d_r} = \frac{F_r}{F_p}$$

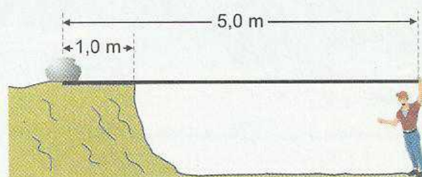
Assim, se uma alavanca possui *vantagem* igual a 5, podemos concluir que:

- a força de saída (resistência) possui uma intensidade igual a 5 vezes a intensidade da força de entrada (potência).
- para elevar o ponto de saída de, por exemplo, 1 m, devemos deslocar 5 m o ponto de entrada: trocamos força por deslocamento!



EXERCÍCIO DE APLICAÇÃO

7 Na alavanca da figura abaixo, a carga de 100 kg deve ser levantada a 10 cm do solo. Sendo $g = 10\ m/s^2$, determine:



a) a força potente mínima necessária para realizar a tarefa.
b) o deslocamento do ponto de aplicação da força potente.

7. PRENSA HIDRÁULICA

As prensas hidráulicas em geral — sistemas multiplicadores de força — são construídas com base no princípio de Pascal, visto no capítulo 13.

Vejamos o princípio de funcionamento de uma prensa hidráulica, como as encontradas nos postos de gasolina: os elevadores de automóveis (figura 13).

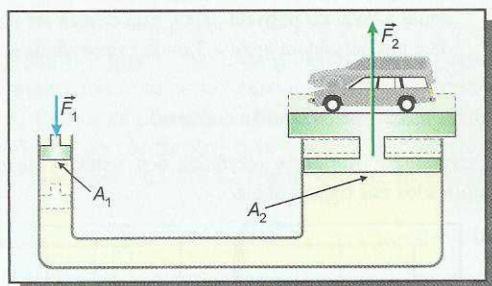


Figura 13 Prensa hidráulica.

O ar comprimido, ao empurrar o óleo no tubo estreito, produz um acréscimo de pressão (Δp) que, pelo princípio de Pascal, é transmitido integralmente para o tubo largo, onde se encontra o automóvel.

Portanto, o acréscimo de pressão no ponto 1 é igual ao acréscimo de pressão no ponto 2. Assim, escrevemos:

$$\Delta p_1 = \Delta p_2$$

Lembrando que $\Delta p = \frac{F}{A}$, escrevemos:

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

Como $A_2 > A_1$, temos $F_2 > F_1$, ou seja, a força é diretamente proporcional à área do tubo.

A prensa hidráulica é uma máquina que multiplica a intensidade da força aplicada. Mas esse ganho na força aplicada é acompanhado de uma perda no deslocamento. Para entender esse fato, vamos admitir que não existem perdas na máquina, ou seja, o trabalho motor (trabalho realizado pela força do ar comprimido) é igual ao trabalho resistente (trabalho realizado pela força peso do automóvel):

$$\tau_1 = \tau_2$$
$$F_1 d_1 = F_2 d_2$$

Sendo $\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$, concluímos que:

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{A_1}{A_2}$$

Assim, os deslocamentos do automóvel e do nível de óleo são inversamente proporcionais às áreas dos tubos. Portanto, na prensa hidráulica há um ganho na intensidade da força, mas uma perda no deslocamento. De um modo geral, as máquinas funcionam dentro desse princípio: trocam força por deslocamento (figura 14).

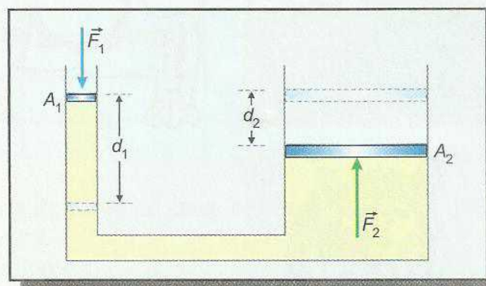


Figura 14 Prensa hidráulica: as intensidades das forças são inversamente proporcionais aos deslocamentos.

8. AS ALAVANCAS NOS ANIMAIS

Tanto no corpo humano quanto no corpo dos outros animais encontramos órgãos cujo funcionamento pode ser explicado pelas alavancas. Por exemplo, o braço humano funciona como uma alavanca interpotente, ou seja, uma máquina simples multiplicadora de velocidade. Para isso, observe a ação do bíceps mostrado na figura 15.

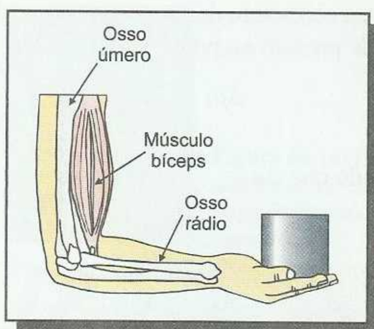


Figura 15 O bíceps é um músculo com dois pontos distintos de origem, presente nos braços e coxas da maioria dos vertebrados. No homem esses dois pontos são aqueles que ficam na parte da frente do braço, ligados, numa ponta, ao osso do ombro e, na outra, ao topo do osso rádio do antebraço. O bíceps tanto flexiona os antebraços quanto os gira para que as mãos possam ser vistas de frente.

A força que o tendão aplica no ponto próximo (ponto de entrada) à articulação (cotovelo = pivô) é muito mais intensa que a carga levantada pela outra extremidade, a mão (ponto de saída): há uma perda de força. Já para pequenos deslocamentos dos tendões temos grandes deslocamentos da mão: há um ganho de velocidade.

No mundo animal, encontramos várias espécies que utilizam as pernas como alavancas multiplicadoras de movimento. Como exemplo, podemos citar os cangurus e os gafanhotos.

Pode-se fazer uma comparação interessante entre os répteis e mamíferos. Os répteis, normalmente dotados de membros mais curtos em relação aos mamíferos, são dotados de grande força, embora isso venha acompanhado de menor velocidade. Já os mamíferos, por sua vez, devido aos membros mais compridos, desenvolvem maior velocidade, mas perdem em força (figura 16).

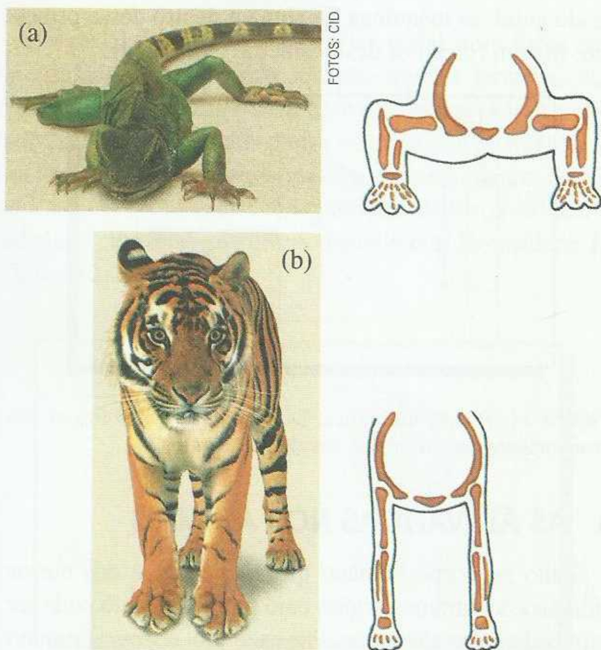


Figura 16 (*a*) Iguana (réptil) e (*b*) tigre (mamífero).

Exercícios complementares: 11 e 12.

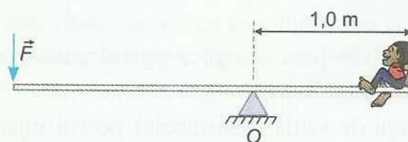


EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

8 Um menino de massa 30 kg senta-se em uma extremidade de uma tábua de 2,5 m de comprimento que se encontra apoiada no ponto *O*, conforme figura.

a) Qual é a força que deve ser aplicada na outra extremidade da tábua para mantê-la equilibrada na horizontal?

b) Essa alavanca é multiplicadora de força ou de movimento? Justifique.



9 Dois operários, (*A*) e (*B*), carregam uma pesada caixa de 80 kg, utilizando uma barra com 5 m de comprimento e de peso desprezível, conforme figura.



Considere as afirmações:

I. Se a caixa for colocada mais próximo do operário (*A*), ele exercerá uma força menor do que o outro operário.

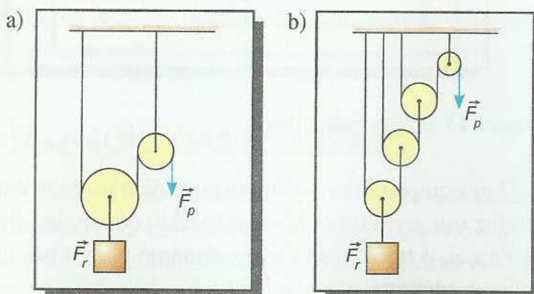
II. Se a caixa for colocada mais próximo do operário (*B*), ele exercerá uma força maior do que o operário (*A*).

III. Suponha a caixa colocada a 1,0 m do operário (*B*). Nessas condições, este exercerá uma força correspondente a 80% do peso da caixa.

IV. Para que o operário (*A*) exerça uma força correspondente a 25% do peso da caixa, esta deverá ser colocada a uma distância igual a 3 m da extremidade em que ele se encontra.

Quais das afirmativas estão corretas?

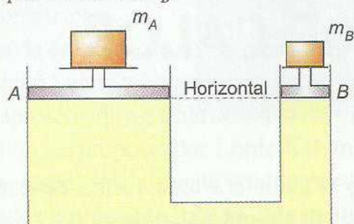
10 Determine a *vantagem* mecânica nos sistemas de polias mostrados nas figuras abaixo.



11 (Fuvest-SP) A figura mostra um líquido confinado na região delimitada pelos êmbolos *A* e *B*, de áreas 80 cm^2 e 20 cm^2, respectivamente. O sistema está em equilíbrio. Despreze os pesos dos êmbolos e os atritos.

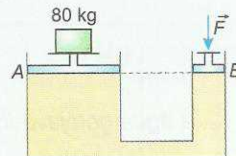
Se $m_A = 4,0$ kg, qual o valor de m_B?

a) 4,0 kg
b) 16 kg
c) 1,0 kg
d) 8,0 kg
e) 2,0 kg



12 (Mackenzie-SP) Os êmbolos *A* e *B* de uma prensa hidráulica possuem pesos desprezíveis e diâmetros de 40 cm e 10 cm, respectivamente. Se desejarmos equilibrar um corpo de 80 kg, deveremos aplicar em *B* a força *F* de intensidade:

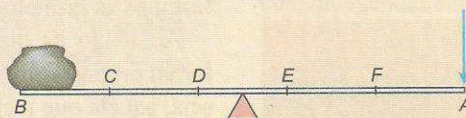
a) 50 N
b) 25 N
c) 20 N
d) 10 N
e) 5,0 N





ATIVIDADE ESPECIAL: Utilização de uma alavanca

A figura representa uma alavanca interfixa, com 1,5 m de comprimento, que será utilizada por uma pessoa para mover uma pedra de 2.000 N (200 kg). Os pontos *C*, *D*, *E* e *F* representam pontos que podem servir de apoio para a alavanca e têm espaços iguais de 30 cm.



Com base nessas informações, responda.

1. Em qual dos pontos, *C*, *D*, *E* ou *F*, a pessoa deve colocar o apoio para mover a pedra com o menor esforço?
2. Nessas condições, a *vantagem* da alavanca é maior, menor ou igual a 1?
3. Para quais pontos de apoio a alavanca é multiplicadora de força? E para quais pontos é multiplicadora de movimento?
4. Suponha que o apoio seja colocado no ponto *E*. Se a pessoa possui 80 kg de massa, ela consegue mover a pedra usando somente o seu peso? Justifique.
5. Complete a tabela, colocando os valores de d_p (distância da linha de ação da força potente ao apoio), d_r (distância da linha de ação da força resistente ao apoio) e da força potente necessária para equilibrar o efeito da força resistente, para cada posição do apoio.

Apoio	Força resistente (N)	D_p (cm)	d_r (cm)	Força potente (N)
ponto *C*	2.000			
ponto *D*	2.000			
ponto *E*	2.000			
ponto *F*	2.000			

6. Trace um gráfico da força potente (eixo *y*) em função da distância do ponto de apoio ao ponto *A* (eixo *x*). Utilize os resultados obtidos no item anterior. Com base no gráfico, determine:
   a) Para qual posição do apoio a força potente é igual à força resistente?
   b) Nessas condições, qual é a *vantagem*?
   c) Qual será o valor da força potente se colocarmos o apoio a 10 cm do ponto *B*? Qual é a *vantagem*?

Capítulo 15

TEMPERATURA E CALOR

... a água gotejava-lhe dos poros e de chofre molhou-lhe a camisa...
passavam-lhe uma lâmina incandescente diante dos olhos, o calor era um cataclismo.

Jean Paul Sartre

Nossa vida está intimamente ligada a uma forma de energia denominada calor. O Sol aquece a Terra na medida certa para que a vida seja preservada e, pelo calor, o homem produz aquecimento, resfriamento e mudança no estado físico dos corpos.


CID

No final do século XVII, a idéia de que o fogo constituía um dos elementos básicos da natureza, juntamente com a terra, a água e o ar, ainda encontrava adeptos. No início do século XVIII, o médico alemão Georg E. Stahl (1660-1734) lançou a idéia do flogístico, uma substância que os corpos ganhavam ao serem aquecidos e perdiam ao serem resfriados. Essa teoria foi derrubada graças aos trabalhos de Antoine Lavoisier (1743-1794), que estabeleceu as bases para a teoria do calórico.

Para Lavoisier, o calórico era uma substância fluida, invisível, que se fazia presente em grande quantidade nos corpos quentes e em pequenas quantidades nos corpos frios. Ao se colocarem em contato dois corpos, um quente e outro frio, o quente cederia calórico para o mais frio até que suas temperaturas se igualassem.

Em 1798, Benjamin Thompson (1753-1814), conhecido como Conde de Rumford, propôs uma explicação para o calor com base no trabalho mecânico realizado pelas forças de atrito.

No início do século XIX, a idéia do calor como forma de energia começa a ser implantada graças aos trabalhos de Lavoisier e Rumford. Em 1842, Julius R. Mayer (1814-1878) calculou a equivalência do trabalho em calor, a partir de uma expansão gasosa. Mas coube a James P. Joule (1818-1889) estabelecer de forma clara que o calor era uma forma de energia e determinar o equivalente mecânico de calor.

No século XX, a Termodinâmica propiciou um grande desenvolvimento tecnológico com os motores a combustão e a construção de usinas termelétricas que convertem energia térmica em energia elétrica.

1. AS NOÇÕES DE TEMPERATURA E CALOR

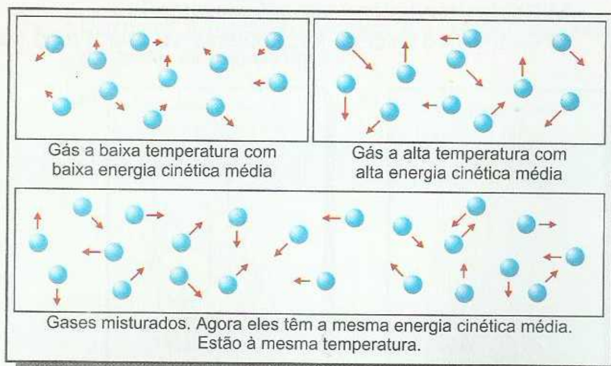
Cedo nos acostumamos com o conceito de temperatura. Usando as expressões "mais quente" ou "mais frio", fazemos as primeiras comparações.

Ao longo da história, várias escalas de temperatura foram propostas, mas a consagração da melhor escala, ou seja, aquela que melhor traduzia as medidas de temperaturas, só veio com a compreensão do significado de **temperatura de um corpo**.

Cada uma das partículas que compõem um corpo tem um certo grau de agitação, correspondente a uma maior ou menor quantidade de energia. No caso dos sólidos e dos líquidos, isso corresponde a uma vibração em torno da posição média da partícula. No caso dos gases, à translação dessas partículas. O valor médio desse grau de agitação é a **temperatura** do corpo.

Fornecendo ou retirando energia desse conjunto de partículas, podemos aumentar ou diminuir o valor médio desse grau de agitação. É o que ocorre quando colocamos uma vasilha de água para esquentar no fogão, ou quando colocamos pedras de gelo no refrigerante para esfriá-lo. Essa energia transferida recebe o nome de **calor**.

Portanto, o calor se refere à energia transferida espontaneamente do corpo mais quente (maior temperatura) para o mais frio (menor temperatura), em nível microscópico; a temperatura, por sua vez, é a medida do grau médio de agitação de um conjunto de partículas.



2. ESCALAS TERMOMÉTRICAS

A necessidade de se quantificar (medir) as noções de quente e frio levou à invenção do termômetro e a necessidade de se aperfeiçoarem essas medidas deu origem às diversas escalas termométricas.

No século XVIII, havia em torno de dezenove escalas de temperatura em uso, dentre elas, a Fahrenheit e a Celsius. Somente em 1848 foi apresentada a escala absoluta de temperatura — escala Kelvin — proposta por Lorde Kelvin.

Consideremos dois corpos inicialmente em temperaturas diferentes. Colocados em contato, observaremos que, após algum tempo, ambos estarão à mesma temperatura. Dizemos que os corpos estão em **equilíbrio térmico**.

Para a determinação do equilíbrio térmico podemos usar um terceiro corpo, por exemplo, um termômetro. Este, ao ser colocado em contato com os outros dois corpos, nos fornecerá a temperatura comum ao sistema. Esse fato é conhecido como o princípio fundamental, ou lei zero da Termodinâmica:

> Se dois corpos estão em equilíbrio térmico com um terceiro, estão em equilíbrio térmico entre si.

Observação

- A temperatura é uma propriedade associada a um determinado estado térmico que nos permite dizer se dois ou mais corpos estão, ou não, em equilíbrio térmico.

A construção de um termômetro obedece a certas convenções, nas quais números são associados aos diferentes estados térmicos e, no equilíbrio, os corpos são representados pelo mesmo número. Para isso, são utilizadas grandezas físicas que variam linearmente com a temperatura. Dentre as grandezas que apresentam esse comportamento destacamos: o volume de um líquido, o comprimento de uma barra, a resistência elétrica de um fio e a pressão ou o volume de um gás.

A medida da temperatura de um corpo é dada, indiretamente, pelo efeito provocado em uma dessas grandezas citadas quando em equilíbrio térmico com o corpo.

Escalas Celsius e Fahrenheit

A escala Celsius, construída em 1742 por Anders Celsius (1701-1744), adota para o ponto de fusão do gelo o valor 0 (zero) e para o ponto de ebulição da água sob pressão normal, o valor 100 (cem). O intervalo obtido entre os dois pontos fixos foi dividido em cem partes iguais e cada parte corresponde à unidade da escala, denominada **grau Celsius** (°C).

A escala Fahrenheit foi construída em 1727 por Daniel G. Fahrenheit (1686-1736). Originalmente, ele teria utilizado como primeiro ponto fixo uma mistura de água, gelo e sal, para a qual atribuiu o valor 0 (zero) e, como segundo ponto fixo, a temperatura do corpo humano, para a qual atribuiu o valor 100 (cem).

Ao projetarmos os pontos fixos escolhidos por Celsius na escala Fahrenheit, obtemos os valores: 32 para o ponto de fusão do gelo e 212 para o ponto de ebulição da água. Assim, na escala Fahrenheit, o intervalo entre esses dois pontos fixos é dividido em 180 partes (212 − 32). Cada parte corresponde à unidade da escala, denominada **grau Fahrenheit** (°F).

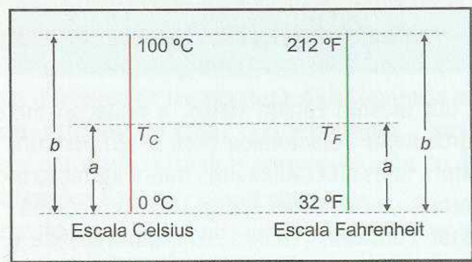


Figura 1 As escalas Celsius e Fahrenheit.

As conversões de temperaturas entre as escalas são feitas pela comparação dos segmentos *a* e *b*, da coluna de mercúrio, que correspondem aos mesmos estados térmicos, independentemente da escala utilizada:

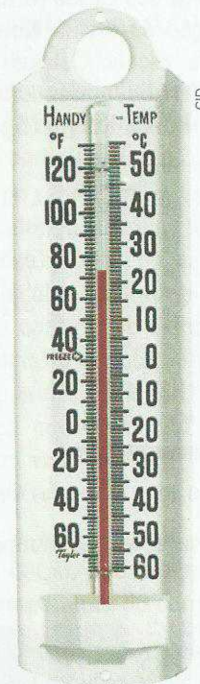
$$\frac{a}{b} = \frac{T_C - 0}{100 - 0} = \frac{T_F - 32}{212 - 32}$$

Da relação acima, obtemos:

$$\frac{T_C}{5} = \frac{T_F - 32}{9}$$

$$T_C = \frac{5}{9}(T_F - 32)$$

$$T_F = \frac{9}{5}T_C + 32$$



Termômetro graduado nas escalas Celsius e Fahrenheit.

Escala Kelvin

A matéria, seja ela sólida, líquida ou gasosa, é composta por moléculas em constante agitação. A agitação molecular é mais intensa nos gases do que nos líquidos e, nestes, mais intensa do que nos sólidos.

Uma molécula representa a menor parte que conserva as mesmas propriedades químicas da matéria.

Para um mesmo estado físico, a agitação molecular está intimamente relacionada com a temperatura. Uma temperatura mais alta indica uma maior agitação molecular e, portanto, uma maior energia cinética média.

William Thomson (1824-1907), que recebeu o título de Lorde Kelvin, estabeleceu, em 1848, a escala Kelvin, conhecida como a **escala absoluta de temperatura**. Kelvin verificou que, mantendo-se constante o volume de um gás, sua pressão diminuía de $\frac{1}{273}$ do valor inicial para uma variação de −1 °C na temperatura (de 0 °C para −1 °C). A partir dessa constatação, concluiu que, se o gás sofresse uma redução de temperatura de 0 °C para −273 °C, sua pressão seria reduzida a zero (figura 2).

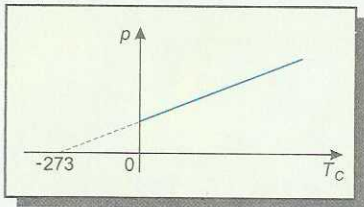


Figura 2 Gráfico *pressão × temperatura* para um gás.

A esse ponto, −273 °C, conhecido como **zero absoluto**, que corresponde ao limite inferior de temperatura, Kelvin atribuiu o valor zero de sua escala (0 K = −273 °C). Por outro lado, a variação da escala Kelvin corresponde à mesma variação da escala Celsius. Assim, qualquer variação de temperatura é representada pelo mesmo valor nas duas escalas, Celsius e Kelvin (figura 3).

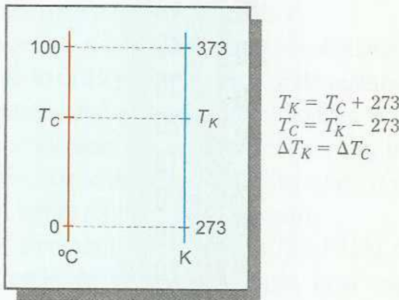


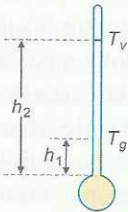
Figura 3 Comparação entre as escalas Celsius e Kelvin.

Em relação às variações de temperatura, temos as seguintes relações:

$$\Delta T_C = \Delta T_K = \frac{5}{9} \cdot \Delta T_F$$

Exercício resolvido

Para calibrar um termômetro, um estudante procedeu do seguinte modo: inicialmente, colocou o termômetro em contato com o gelo fundente (0 °C) e observou que a coluna de mercúrio estabilizou na marca $h_1 = 5$ cm. Em seguida, colocou o termômetro em contato com a água em ebulição (100 °C), verificando a estabilidade da coluna de mercúrio na marca $h_2 = 20$ cm, conforme mostra a figura.



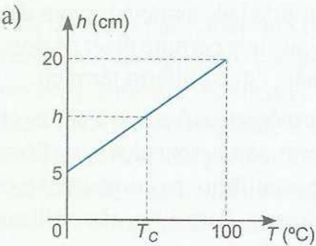
a) Traçar o gráfico da altura da coluna de mercúrio (h) em função da temperatura Celsius (T_C).

b) A partir do gráfico, determinar a equação de conversão entre h e T_C.

c) Esse termômetro foi utilizado para medir a temperatura de uma pessoa e a coluna de mercúrio estabilizou na marca $h = 11$ cm. Qual é a temperatura da pessoa em °C? E em °F?

Resolução

a)



b) Com os dados numéricos do gráfico, escrevemos a proporção:

$$\frac{h - 5}{20 - 5} = \frac{T_C - 0}{100 - 0}$$

$$100\,(h - 5) = 15 \cdot T_C$$

$$\boxed{T_C = \frac{20}{3}\,(h - 5)}$$

c) Substituindo na equação acima, $h = 11$, obtemos:

$$T_C = \frac{20}{3}\,(11 - 5) \rightarrow \boxed{T_C = 40\ °C}$$

Usando a equação de conversão entre as escalas Celsius e Fahrenheit, obtemos:

$$T_F = \frac{9}{5}\,T_C + 32$$

$$T_F = \frac{9}{5} \cdot 40 + 32 \rightarrow \boxed{T_F = 104\ °F}$$



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 (UnB-DF) James C. Maxwell (1831-1879), físico e matemático escocês, formulou o modelo cinético do calor, partindo da hipótese de que as moléculas não estão em repouso, mas possuem energia cinética, e de que a temperatura de um corpo é determinada pela energia cinética média de suas moléculas.

De acordo com o texto, julgue os itens a seguir:

I. Na fase gasosa, as moléculas estão livres e o corpo ocupa totalmente o volume que o contém.

II. Quando atritamos dois corpos, há aumento de temperatura.

III. A soma das energias de todas as moléculas de um corpo chama-se energia interna.

2 (UnB-DF) Em 1851, o inglês William Thomson (1824-1907), mais tarde possuidor do título de Lorde Kelvin, propôs a escala absoluta de temperatura, atualmente conhecida como escala Kelvin de temperatura (K). Os valores dessa escala estão relacionados com os da escala Celsius (°C) pela expressão: K = °C + 273.

Utilizando essas informações, julgue os itens a seguir:

I. Com o avanço tecnológico atual, é possível obter a temperatura de zero absoluto.

II. Kelvin é a unidade de temperatura comumente utilizada nos termômetros brasileiros.

III. A notação 25 K corresponde à temperatura de vinte e cinco Kelvins.

3 (PUC-RS) Podemos caracterizar uma escala absoluta de temperatura quando:

a) dividimos a escala em 100 partes iguais.
b) associamos o zero da escala ao estado de energia cinética mínima das partículas de um sistema.
c) associamos o zero da escala ao estado de energia cinética máxima das partículas de um sistema.
d) associamos o zero da escala ao ponto de fusão do gelo.
e) associamos o valor 100 da escala ao ponto de ebulição da água.

4 Um enfermeiro utiliza um termômetro graduado na escala Fahrenheit para medir a temperatura de um paciente e obtém o valor de 100 °F. Assinale certo ou errado nas afirmativas a seguir:

I. O paciente está com febre alta, pois sua temperatura está acima de 40 °C.

II. O termômetro está com defeito, pois não é possível uma pessoa apresentar esse valor de temperatura.

III. Se o termômetro fosse calibrado na escala Kelvin, a temperatura medida seria de 311 K.

IV. A temperatura de 100 °F corresponde a 37,8 °C.

5 (U. F. Uberlândia-MG) Assinale verdadeiro ou falso:
"Em um termômetro clínico, a grandeza termométrica é o comprimento h da coluna do mercúrio. Sabemos que, quando a coluna de mercúrio é 0, a temperatura é 30 °C e, quando a coluna de mercúrio é 10 cm, a temperatura é 40 °C. Esse termômetro foi utilizado para medir a temperatura de uma pessoa e o comprimento da coluna de mercúrio chegou a 9 cm. Então, podemos afirmar que a temperatura da pessoa é 39 °C."

Exercícios complementares: 11 e 12.

3. ENERGIA TÉRMICA E CALOR

A energia cinética média, associada à agitação molecular, recebe o nome de energia térmica. Quanto maior a temperatura de um corpo, maior a agitação molecular e, portanto, maior a sua energia térmica.

Quando dois corpos, em temperaturas diferentes, são colocados em contato, a energia térmica transfere-se espontaneamente do corpo de maior temperatura para o de menor temperatura. Essa energia térmica em trânsito, provocada por uma diferença de temperatura, é denominada calor.

A **quantidade de calor** (Q) representa a quantidade de energia trocada entre dois corpos em contato devido a uma diferença de temperatura entre eles.

Somente no século XIX o calor passou a ser entendido como uma forma de energia. Antes disso, ele era relacionado à sua capacidade de elevar a temperatura da água, sendo medido em **caloria** (cal), definida como:

> Caloria é a quantidade de calor necessária para elevar a temperatura de 1 g de água de 14,5 °C a 15,5 °C.

Desde 1948, a unidade utilizada para o calor, considerado uma forma de energia, é a do Sistema Internacional: joule (J). Atualmente, a caloria é definida como a quantidade de calor correspondente a 4,186 J. A seguir, apresentamos algumas unidades de calor utilizadas na prática e suas relações:

- 1 cal = 4,186 J → 1 J = 0,239 cal
- 1 Btu = 1.055 J = 252 cal
  (Btu = unidade térmica britânica)
- 1 Cal = 1.000 cal = 4.190 J = 3,97 Btu

Observações

- A caloria (Cal) utilizada pelos médicos e nutricionistas é, na realidade, a quilocaloria (kcal), também chamada de "grande caloria".
- A unidade Btu ainda continua sendo usada na engenharia, principalmente no ramo de refrigeração, como nos aparelhos de ar-condicionado.

Quando um corpo recebe calor, este não é aí armazenado na forma de calor, mas sim na forma de energia térmica (energia cinética) e/ou na forma de energia de agregação de suas moléculas (energia potencial). O mesmo acontece quando o corpo cede calor: ele perde energia cinética e/ou potencial. Portanto, um corpo ao ceder ou receber calor pode sofrer uma variação de temperatura e/ou uma mudança no seu estado físico (sólido para líquido, líquido para vapor etc.).

Assim, definimos:

Calor sensível é a quantidade de calor cedida ou absorvida por um corpo, que acarreta, exclusivamente, uma variação de temperatura do corpo.

Calor latente é a quantidade de calor cedida ou absorvida por um corpo, que acarreta, exclusivamente, uma mudança no estado físico (mudança de fase) do corpo.

4. CALOR SENSÍVEL

A quantidade de calor sensível (Q) necessária para produzir uma variação de temperatura num corpo de massa m:

- é diretamente proporcional à massa m do corpo, para uma mesma variação de temperatura.
- é diretamente proporcional à variação de temperatura, mantendo-se constante a massa m do corpo.
- depende do tipo de material. Uma mesma quantidade de calor fornecida a dois corpos de mesma massa, mas constituídos de materiais diferentes, provoca variações de temperaturas diferentes.

Com base nessas relações, escrevemos:

$$Q = mc \cdot \Delta T$$

Nessa expressão, c representa uma constante, característica do material, denominada **calor específico** e tendo como unidade usual cal/g · °C.

Observações

- A água é uma das substâncias que apresenta maior calor específico.
- O calor específico depende do estado físico da substância.
- Geralmente, o calor específico é considerado constante, mas, na realidade, ele depende da temperatura e da pressão.

5. CAPACIDADE TÉRMICA

A capacidade térmica (C_t) de um corpo é a razão entre a quantidade de calor sensível cedida ou absorvida pelo corpo e a correspondente variação de temperatura.

$$C_t = \frac{Q}{\Delta T}$$

Lembrando que a quantidade de calor sensível é dada por $Q = mc \cdot \Delta T$, temos:

$$C_t = \frac{mc \cdot \Delta T}{\Delta T} \rightarrow C_t = mc$$

A unidade usual para a capacidade térmica é cal/°C.

Observação

- A capacidade térmica é uma propriedade de um corpo enquanto o calor específico é uma propriedade da substância que constitui o corpo.

6. CALOR LATENTE

Vimos que, para aumentar a temperatura de uma substância, devemos fornecer-lhe calor. Mas, se continuarmos o fornecimento de calor, observaremos que a temperatura aumentará até atingir um determinado valor, no qual permanecerá constante durante um certo tempo (no caso de uma substância pura). Nesse intervalo de tempo, a substância muda de fase: se ela era sólida, passará a ser líquida; se era líquida, passará a ser vapor. Pode acontecer também, sob determinadas condições, a passagem direta de sólido para vapor (figura 4).



Figura 4 Estados físicos da matéria e suas transformações.

Experimentalmente, verifica-se que é necessária uma quantidade de calor igual a 80 cal para fundir 1 g de gelo, a 0 °C, e uma quantidade de calor igual a 540 cal para vaporizar 1 g de água a 100 °C. Assim, definimos:

Calor latente é a quantidade de calor necessária para produzir uma mudança de fase em 1,0 g de uma substância pura.

Representando por L o calor latente, escrevemos:

$$L = \frac{Q}{m}$$

No caso da fusão, temos o **calor latente de fusão** e, no caso da vaporização, o **calor latente de vaporização**.

Observação

- Para a solidificação e para a condensação (liquefação), os calores latentes são os mesmos que os da fusão e vaporização, mas devemos lembrar que esses processos liberam calor: $Q < 0$.

Em resumo, para uma substância pura, mantida à pressão constante:

- as temperaturas de fusão e solidificação coincidem: $T_f = T_s$; o mesmo acontece para as temperaturas de vaporização e condensação (liquefação): $T_v = T_c$.
- os calores latentes de fusão e solidificação são iguais, mas com sinais contrários: $L_s = -L_f$ $(L_f > 0)$; o mesmo acontece para os calores latentes de vaporização e condensação: $L_c = -L_v$ $(L_v > 0)$.

7. CALOR DE COMBUSTÃO

Todos os organismos vivos necessitam de energia para sua sobrevivência. No caso dos animais, a principal fonte de energia é a alimentação. Para executar todas as ativi-

dades diárias, uma pessoa necessita, em média, de 2.500 a 3.000 quilocalorias. Os nutricionistas diriam de 2.500 a 3.000 Cal.

No caso das máquinas e motores, a principal fonte de energia é o combustível. Os combustíveis, assim como os alimentos, contêm energia que pode ser liberada e utilizada por outros mecanismos.

A energia contida nos alimentos e nos combustíveis pode ser medida pela queima (combustão). A combustão é uma reação exotérmica (liberação de calor) de uma substância com o oxigênio. Assim, a queima de 1 g de uma determinada substância libera uma quantidade de calor, denominada **calor de combustão**.

> Calor de combustão é a quantidade de calor liberada na queima de 1,0 g de uma substância, dada em cal/g.

8. TROCAS DE CALOR

Quando vários corpos, em temperaturas diferentes, são colocados em contato, trocam calor até que suas temperaturas se igualem, ou seja, até atingir o equilíbrio térmico. Nessa troca de calor, alguns corpos cedem calor e outros o absorvem. Se considerarmos o sistema constituído pelos corpos isolado termicamente do meio externo, teremos que a quantidade de calor total cedida é igual à quantidade de calor total absorvida. Sendo a quantidade de calor cedida negativa e a quantidade de calor absorvida positiva, podemos escrever que a soma algébrica das quantidades de calor trocadas pelos corpos é nula. Assim:

$$\Sigma Q_{\text{trocada}} = 0 \text{ ou } Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n = 0$$

Normalmente, as trocas de calor entre corpos são efetuadas dentro de um recipiente isolado termicamente do meio ambiente, denominado **calorímetro**. Este pode ou não participar das trocas de calor dependendo de sua capacidade térmica ser ou não desprezível em relação às dos demais corpos.

Eventualmente, um corpo pode ser substituído por outro que lhe seja termicamente equivalente. A **equivalência térmica**, entre dois corpos, se verifica quando eles possuem a **mesma capacidade térmica**. Portanto, se dois corpos, A e B, são equivalentes termicamente, temos:

$$C_{t(A)} = C_{t(B)}$$
$$m_A c_A = m_B c_B$$

Quando um dos corpos é a água, chamamos de equivalente em água. Como o calor específico é igual a 1,0 cal/g · °C, então equivalente em água é a massa de água que apresenta a mesma capacidade térmica do outro corpo:

$$m_{\text{água}} = m_B c_B = C_{t(B)}$$

Exercício resolvido

Determine a temperatura de equilíbrio quando se colocam 200 g de alumínio a 100 °C em 100 g de água a 30 °C.

Dados: $c_{A\ell} = 0{,}20$ cal/g · °C e $c_a = 1{,}0$ cal/g · °C.

Resolução

Como as trocas de calor envolvem somente a água e o alumínio, escrevemos:

$$Q_{\text{água}} + Q_{\text{alumínio}} = 0$$
$$m_a c_a (T_E - T_i) + m_{A\ell} c_{A\ell} (T_E - T_i) = 0$$
$$100 \cdot 1{,}0(T_E - 30) + 200 \cdot 0{,}20(T_E - 100) = 0$$
$$100 \cdot T_E - 3.000 + 40 \cdot T_E - 4.000 = 0 \rightarrow \boxed{T_E = 50\ °C}$$

Equilibrando a produção e a dissipação de calor

Como os animais liberam calor nas reações químicas que executam, a capacidade interna de produção de calor — ou **termogênese** — reflete sua taxa metabólica.

A capacidade metabólica total e a capacidade de geração de calor são proporcionais à massa corporal: quanto maior o animal, tanto maior a quantidade de calor gerado. Já a capacidade de dissipação de calor é proporcional à superfície corporal, pois é por ela que a maior parte do calor é perdida. Assim, animais de pequeno porte têm grande superfície corporal em relação à sua massa, o que os torna "perdedores de calor"; animais de grande porte têm uma superfície relativamente pequena, sendo "retentores de calor".

Na instalação de ar-condicionado, os técnicos tentam manter a temperatura do ambiente em 23 °C. Nessa temperatura, o metabolismo basal gera o calor necessário para que a temperatura corporal permaneça 36,7 °C, sem excesso nem falta.

Recém-nascidos prematuros têm uma relativa incapacidade de controlar a temperatura corporal. Como a massa corporal de um bebê prematuro é pequena para uma superfície corporal relativamente grande, ele é um "perdedor de calor", devendo permanecer em incubadora aquecida para que sua temperatura corporal se estabilize.

José Arnaldo Favaretto. *Biologia. Volume Único*, 1999, e *Biologia — Uma abordagem evolutiva e ecológica*, 1997. Editora Moderna.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

6 (Ceeteps-SP) O calor específico de certa areia seca vale 0,20 cal/g °C. Com essa informação, analise as afirmações seguintes:

I. Para que 20 g dessa areia sofram elevação de 10 °C em sua temperatura, é necessário o recebimento de 40 cal.

II. A capacidade térmica de 50 g de areia é 10 cal/°C.

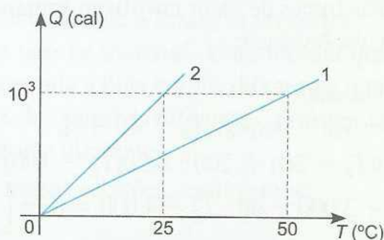
III. Ao sofrer abaixamento de 2 °C em sua temperatura, cada kg de areia libera 400 cal.

Deve-se dizer dessas afirmações que:

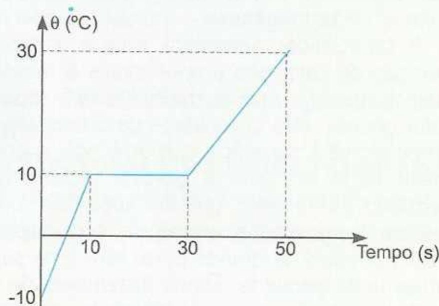
a) somente I é correta.
b) somente I e II são corretas.
c) somente I e III são corretas.
d) somente II e III são corretas.
e) todas são corretas.

7 (Udesc) O gráfico da figura mostra a quantidade de calor absorvido por amostras de duas substâncias, 1 e 2, ao serem aquecidas, em função de suas temperaturas. A massa da substância 2 vale 80 g, sendo desconhecida a massa da substância 1.

a) Determine a capacidade térmica de cada amostra.
b) Determine o calor específico da substância 2.



8 (PUC-SP) O gráfico mostra a variação da temperatura no decorrer do tempo, durante o aquecimento de 100 g de uma substância que está inicialmente no estado sólido. A fonte térmica tem uma potência constante de 25 cal/s.



a) Com base nos dados do gráfico, compare o calor específico da substância no estado sólido com o calor específico no estado líquido: qual deles é maior?
b) Mesmo recebendo calor, a temperatura da substância permaneceu constante durante um certo tempo. Explique por quê.
c) Qual é o calor latente de fusão da substância?

9 (Unirio) No café da manhã de uma fábrica, é oferecida aos funcionários uma certa quantidade de café com leite, cada qual com massas iguais, obtendo-se uma mistura a uma temperatura de 50 °C. Supondo que os calores específicos do café e do leite são iguais, qual é a temperatura que o café deve ter ao ser adicionado ao leite, caso este último esteja a uma temperatura inicial de 30 °C?

10 (Unifenas-MG) Uma bebida isotônica foi criada e é chamada de *Cachorrorade*. Tem, no seu rótulo, inscrições que seu valor calórico é de 400 cal em um frasco de 300 mℓ. Considere 1 cal = 4,2 J.

Julgue os itens a seguir:

I. Se uma pessoa de 84 kg ingerir essa bebida, estará ingerindo 1.680 joules de energia.

II. Imaginando que essa energia seja integralmente acumulada nas pernas da pessoa, ela poderia realizar um salto vertical com altura máxima de 2,0 m, considerando $g = 10$ m/s^2.

Exercícios complementares: do 13 ao 15.



EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

11 (UFAC) Um termômetro de escala *Y* marca 95° e 5° nas situações em que um termômetro de escala Fahrenheit marca, respectivamente, 60° e 0°. A temperatura aproximada de ebulição da água, na escala *Y*, será:

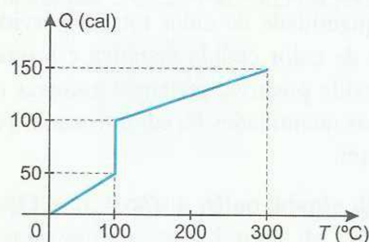
a) 260 graus *Y*
b) 323 graus *Y*
c) 490 graus *Y*
d) 180 graus *Y*
e) 560 graus *Y*

12 Um chuveiro produz, para determinado fluxo de água, uma variação de temperatura de 20 °C. Para ser exportado, esse chuveiro precisa apresentar essa variação na escala Fahrenheit. O valor que deve ser apresentado é:

a) 20 °F
b) 68 °F
c) 36 °F
d) 40 °F
e) 100 °F

13 (U. F. Santa Maria-RS) O gráfico representa o calor absorvido por 5,0 g de uma substância pura, inicialmente no estado líquido, em função da temperatura.

a) Qual o calor latente de vaporização da substância?
b) Qual o calor específico da substância no estado líquido?



14 (UFCE) Um fogão a gás natural é utilizado para ferver 2 ℓ de água que estão a uma temperatura inicial de 19 °C. Determine, em gramas, a quantidade mínima de gás consumido nesse processo, considerando-se que o calor de combustão do gás é de 12.000 cal/g ($1{,}2 \cdot 10^4$ cal/g) e que 25% desse calor é perdido para o ambiente.

15 (UFPA) Numa xícara, colocamos 160 g de café quente a 80 °C e 40 g de leite gelado a 5 °C. Considerando-se o calor específico do café e do leite aproximadamente iguais, assinale a alternativa que contém o valor da temperatura, em graus Celsius, do equilíbrio térmico. Despreze todas as perdas para o meio ambiente e o aquecimento da xícara.

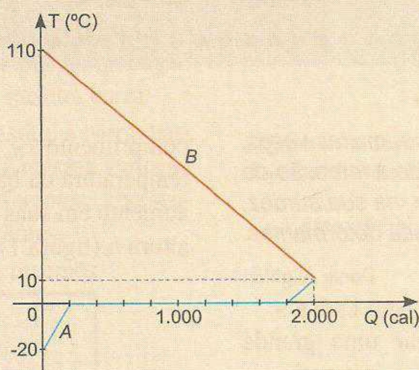
a) 80
b) 75
c) 70
d) 65
e) 60



ATIVIDADE ESPECIAL: Trocas de calor

O gráfico representa o comportamento da temperatura em função da quantidade de calor para dois corpos, *A* e *B*, que foram colocados em contato até atingir o equilíbrio térmico. Inicialmente, o corpo *A* está no estado sólido a uma temperatura de –20 °C e o corpo *B*, no estado líquido, a uma temperatura de 110 °C. A massa do corpo *B* é 200 g e a massa do corpo A é desconhecida.

Considere que as trocas de calor sejam feitas somente entre *A* e *B*.



1. Qual dos corpos, cede calor e qual absorve calor? Justifique.
2. Qual é a quantidade de calor cedida e/ou absorvida pelos corpos, desde o início até atingir o equilíbrio térmico?
3. Qual é a temperatura de equilíbrio dos corpos?
4. Houve mudança de fase de algum dos corpos? Qual? Justifique.
5. Por que a temperatura do corpo *A* permaneceu constante durante um certo tempo? Nesse tempo, o corpo *A* cedeu ou absorveu calor? Quanto?
6. Suponha que o corpo *A* possua um calor latente de fusão igual a 80 cal/g. Nessas condições, qual é a massa, em gramas, do corpo *A*?
7. Usando o resultado do item anterior, determine o calor específico do corpo A, nos estados sólido e líquido.
8. Determine o calor específico do corpo *B* no estado líquido.
9. Qual dos dois corpos possui maior capacidade térmica no estado líquido? Justifique.

Capítulo 16

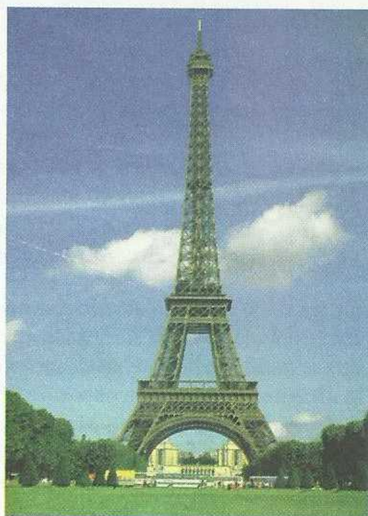
DILATAÇÃO TÉRMICA E TRANSMISSÃO DO CALOR

Verdade é que, muitas vezes,
a forma final da matéria não corresponde à intenção do
artista, porque, na sua surdez,
a matéria sustenta teimosias deformantes.

Dante Alighieri

Um antigo processo para arrebentar uma grande pedra, usado antes do advento da dinamite, consistia em fazer sobre ela uma fogueira. Após um longo tempo de aquecimento, quando a fogueira já estava se extinguindo, jogava-se sobre a pedra um balde de água fria e ela trincava em vários pedaços. Isso acontecia por causa do resfriamento não-uniforme que a pedra sofria repentinamente, acarretando diferentes contrações térmicas.

Em relação à dimensão inicial do corpo, as contrações ou dilatações térmicas são muito pequenas, mas vemos, pelo exemplo, como são intensos os esforços produzidos por ela. Em grandes estruturas, como pontes, edifícios ou torres, as variações térmicas são apreciáveis. A torre Eiffel, por exemplo, tem uma oscilação de mais de 12 cm em seus 300 m de comprimento devido às mudanças de temperatura.


CID

1. DILATAÇÃO TÉRMICA DOS SÓLIDOS

De um modo geral, quando aumentamos a temperatura de um corpo (sólido ou líquido), aumentamos a agitação molecular, o que provoca um afastamento das moléculas, resultando num aumento das dimensões do corpo (dilatação térmica). Caso contrário, uma diminuição na temperatura de um corpo acarretará uma diminuição em suas dimensões (contração térmica).

Para o estudo da dilatação térmica dos sólidos, consideremos uma barra que, à temperatura T_0, apresenta comprimento c_0, largura ℓ_0 e altura h_0. Aumentando a temperatura da barra para um valor T, observaremos um aumento em suas dimensões: comprimento c, largura ℓ e altura h (figura 1).

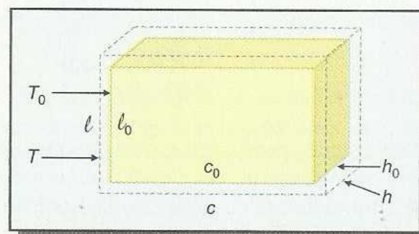


Figura 1 Sólido à temperatura T_0 e à temperatura $T > T_0$.

A dilatação ou contração de um sólido ocorre simultaneamente em todas as suas dimensões, mas, para efeito de estudo, podemos ter:

- **dilatação linear** — quando consideramos a dilatação de apenas uma dimensão, por exemplo, a dilatação do comprimento (c) de uma barra.
- **dilatação superficial** — quando consideramos a dilatação de duas dimensões, por exemplo, a dilatação da área determinada pelo comprimento (c) e pela largura (ℓ) de uma barra.
- **dilatação volumétrica** — quando consideramos a dilatação das três dimensões, por exemplo, a dilatação do volume determinado pelo comprimento (c), pela largura (ℓ) e altura (h).

Dilatação linear dos sólidos

Para o estudo da dilatação linear, vamos considerar o aquecimento de uma barra que possui, inicialmente, um comprimento ℓ_0 à temperatura T_0 e um comprimento ℓ à temperatura T (figura 2).

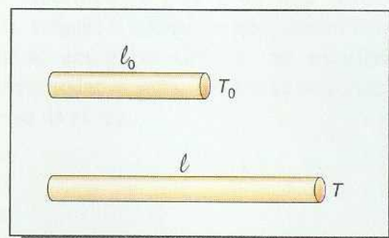


Figura 2 Dilatação do comprimento de uma barra.

Experimentalmente, verificamos que a dilatação linear ($\Delta\ell = \ell - \ell_0$) de uma barra:

- **é diretamente proporcional ao comprimento inicial** (ℓ_0) da barra. Quanto maior o comprimento inicial de uma barra, maior a dilatação apresentada; uma barra de 3,0 m de comprimento apresenta o triplo da dilatação de uma barra de 1,0 m de comprimento, sendo ambas de mesmo material e submetidas à mesma variação de temperatura.
- **é diretamente proporcional à variação de temperatura** ($\Delta T = T - T_0$) sofrida pela barra. Uma variação de temperatura de 40 °C provoca o dobro da dilatação de uma variação de 20 °C, para uma mesma barra.
- **depende do tipo de material** que constitui a barra: barras de mesmo comprimento, sujeitas à mesma variação de temperatura, mas de materiais diferentes, apresentam dilatações térmicas lineares diferentes.

Com base nas conclusões acima, escrevemos:

$$\Delta\ell = \ell_0\alpha \cdot \Delta T$$

Nessa expressão, α é uma constante, característica de cada material, denominada **coeficiente de dilatação linear.**

Essa expressão nos fornece tanto a dilatação linear ($\Delta\ell > 0$) quanto a contração linear ($\Delta\ell < 0$), dependendo da variação de temperatura: positiva ou negativa.

A dilatação linear ($\Delta\ell$) apresenta sempre a mesma unidade do comprimento inicial ℓ_0 (mm, cm, m, km, ...) e o coeficiente de dilatação linear (α) apresenta como unidade o inverso da unidade de temperatura:

$$\alpha \Rightarrow \frac{1}{°C} = °C^{-1}$$

Para o cálculo do comprimento final ℓ, podemos utilizar a expressão:

$$\ell = \ell_0 + \Delta\ell$$
$$\ell = \ell_0 + \ell_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$$
$$\ell = \ell_0 (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

Os gráficos abaixo representam o comportamento da dilatação linear e do comprimento final de uma barra em função da temperatura, considerando que o coeficiente de dilatação linear do material não varie com a temperatura (figura 3).

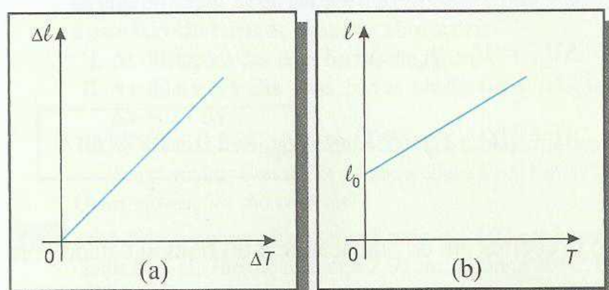


Figura 3 *(a)* Dilatação linear em função da temperatura e *(b)* comprimento em função da temperatura.

Dilatação superficial de sólidos

A dilatação superficial (ΔA) corresponde à variação da área de uma chapa quando submetida a uma variação de temperatura ΔT. Consideremos uma chapa retangular à temperatura T_0 e à temperatura T, tal que $T > T_0$ (figura 4).

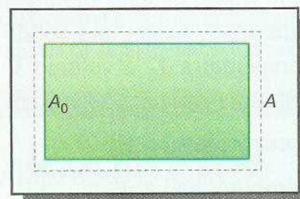


Figura 4 A área inicial da chapa é A_0 à temperatura inicial T_0. Aquecendo-se a chapa, ela apresenta área A à temperatura T.

A área inicial (A_0) da chapa à temperatura T_0 é dada por:

$$A_0 = c_0\, \ell_0,$$

e a área final (A) da chapa à temperatura T, por:

$$A = c\ell$$

Experimentalmente, observa-se que a variação de área, $\Delta A = A - A_0$, é:

- diretamente proporcional à área inicial A_0.
- diretamente proporcional à variação de temperatura ΔT.
- dependente do tipo de material.

Com base nessas proporcionalidades, escrevemos:

$$\Delta A = A_0\, \beta \cdot \Delta T$$

Nessa expressão, β representa o coeficiente de dilatação superficial do material que constitui a chapa, dado na mesma unidade de α ($°C^{-1}$).

Observações

- Para variações de temperatura não muito elevadas, o coeficiente de dilatação superficial (β) é praticamente igual ao dobro do coeficiente de dilatação linear (α): $\beta = 2\alpha$.
- A área final (A) relaciona-se com a área inicial (A_0) pela expressão:

$$A = A_0(1 + \beta \cdot \Delta T)$$

Vejamos, agora, como se comporta um furo numa chapa plana quando aumentamos a temperatura da chapa (figura 5).

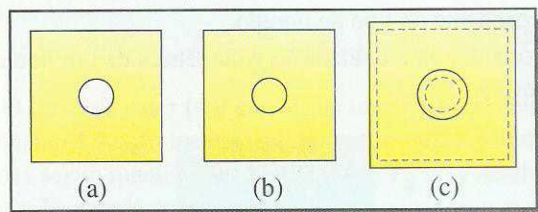


Figura 5 *(a)* Chapa metálica contendo um furo central à temperatura T. *(b)* Um disco removível, perfeitamente encaixado, à mesma temperatura T_0. *(c)* O conjunto à temperatura $T > T_0$: tanto o disco quanto a chapa se dilatam e o disco continua perfeitamente encaixado na chapa.

Com base na figura 5, concluímos que o furo aumenta com o aumento da temperatura.

Dilatação volumétrica de sólidos

A dilatação volumétrica (ΔV) corresponde à variação do volume de um sólido quando submetido a uma variação de temperatura ΔT. Assim, um sólido que apresente volume V_0 à temperatura T_0 e volume V à temperatura $T > T_0$ apresenta uma variação de volume ΔV:

- diretamente proporcional a V_0.
- diretamente proporcional a ΔT.
- dependente do tipo de material.

À semelhança da dilatação superficial, escrevemos:

$$\Delta V = V_0 \gamma \cdot \Delta T$$

Nessa expressão, γ representa o coeficiente de dilatação volumétrica do material que constitui o sólido, sendo dado na mesma unidade de α ($°C^{-1}$).

Observações

- Para variações de temperatura não muito elevadas, o coeficiente de dilatação volumétrica (γ) é o triplo do coeficiente de dilatação linear (α): $\gamma = 3\alpha$.
- O volume final (V) relaciona-se com o volume V_0 pela relação:

$$V = V_0(1 + \gamma \cdot \Delta T)$$

2. DILATAÇÃO TÉRMICA DOS LÍQUIDOS

Os sólidos possuem forma própria e volume definido, e os líquidos, somente volume definido. Assim, o estudo da dilatação térmica dos líquidos é feito somente em relação à dilatação volumétrica. Esta obedece a uma lei idêntica à da dilatação volumétrica de um sólido, ou seja, a dilatação volumétrica (ΔV) de um líquido é:

- diretamente proporcional ao volume inicial (V_0) do líquido.
- diretamente proporcional à variação de temperatura ΔT.
- dependente do tipo de líquido.

Portanto, para a dilatação volumétrica de um líquido, escrevemos:

$$\Delta V = V_0 \gamma \cdot \Delta T$$

Aí γ representa o coeficiente de dilatação real do líquido, dado em $°C^{-1}$.

Na prática, ao medir a dilatação de um líquido, observamos que ele se encontra dentro de um recipiente sólido, que também sofre dilatação. Assim, a dilatação medida corresponde a um valor aparente, menor do que o valor real (figura 6).

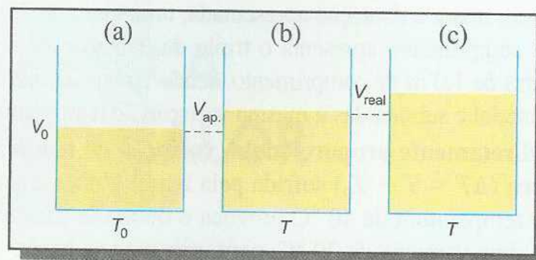


Figura 6 *(a)* Líquido dentro de um recipiente à temperatura T_0. *(b)* O conjunto é aquecido à temperatura $T (T > T_0)$: líquido e recipiente se dilatam. *(c)* Dilatação do líquido, supondo que o recipiente não se dilatasse.

Com base na figura, verificamos que a dilatação real de um líquido corresponde à dilatação aparente do líquido acrescentado da dilatação volumétrica do recipiente:

$$\Delta V_{real} = \Delta V_{aparente} + \Delta V_{recipiente}$$

Ou, de acordo com a expressão da dilatação volumétrica:

$$V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta T = V_0 \cdot \gamma_{ap.} \cdot \Delta T + V_0 \cdot \gamma_{rec.} \cdot \Delta T$$

Dessa expressão, tiramos:

$$\gamma = \gamma_{ap.} + \gamma_{rec.}$$

Exercício resolvido

Um frasco de vidro de 500 cm^3 de volume, a 20 °C, está completamente cheio com um líquido. Ao ser aquecido a 120 °C, observa-se um transbordamento de 10 cm^3 de líquido. Nessas condições, determine:

a) o coeficiente de dilatação aparente do líquido.

b) o coeficiente de dilatação real do líquido, supondo que o coeficiente de dilatação linear do vidro vale $9 \cdot 10^{-6}$ $°C^{-1}$.

Resolução

a) O volume transbordado de líquido representa a dilatação aparente do líquido. Assim:

$$\Delta V_{ap.} = V_0 \cdot \gamma_{ap.} \cdot \Delta T$$

$$10 = 500 \cdot \gamma_{ap.} \cdot 100 \Rightarrow \boxed{\gamma_{ap.} = 2{,}0 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}}$$

b) O coeficiente de dilatação real do líquido é dado por:

$$\gamma = 2{,}0 \cdot 10^{-4} + 3 \cdot 9 \cdot 10^{-6} \Rightarrow \boxed{\gamma = 2{,}27 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}}$$

Dilatação anômala da água

Nas regiões mais frias de nosso planeta, a chegada do inverno provoca o congelamento da superfície dos lagos, mas não de suas profundezas. A resposta para esse fato está relacionada à dilatação anômala da água. Como a água na fase líquida e próximo de 0 °C é menos densa que porções de água a cerca de 4 °C, ela tende a migrar para a superfície como se fosse uma convecção ao contrário. O resultado é que o lago começa a congelar pela parte de cima.

Como o gelo é um mau condutor de calor, a água que fica embaixo passa a ceder menos calor para o ambiente, o que garante a manutenção da vida aquática até a chegada da primavera.

Vemos que, além de a água manter o clima, ela mantém a vida nas regiões frias com esse comportamento atípico. Sem isso a vida em nosso planeta poderia ter-se extinguido por completo durante a glaciação, período pré-histórico em que a Terra ficou recoberta de gelo.


CID



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 Uma barra de metal possui comprimento de 200 cm à temperatura de 20 °C. A barra é aquecida a 120 °C, apresentando um aumento no comprimento de 0,2 cm. Com base nesses dados, são feitas as seguintes afirmações:

I. O coeficiente de dilatação linear do metal é de $1 \cdot 10^{-5}\,°C^{-1}$.

II. Se a barra fosse aquecida a 70 °C, apresentaria um aumento de 0,1 cm.

III. Se a barra fosse aquecida a 70 °C, apresentaria um comprimento final de 200,1 cm.

Assinale a alternativa correta.

a) Somente a afirmativa I é correta.
b) Somente a afirmativa II é correta.
c) Somente a afirmativa III é correta.
d) Somente as afirmativas I e III são corretas.
e) Todas as afirmativas são corretas.

2 A variação no comprimento de uma barra, em função de temperatura T, é descrita pela expressão $\Delta\ell = \ell_0\, \alpha \cdot (T - T_0)$, sendo ℓ_0 o comprimento da barra à temperatura T_0 e α o coeficiente de dilatação do material da barra.

Considere duas barras, X e Y, feitas de um mesmo material. A 0 °C, a barra X tem o dobro do comprimento da barra Y. Essas barras são, então, aquecidas até 50 °C, o que provoca uma dilatação Δx na barra X e Δy na barra Y. Em relação a esse fato são feitas as seguintes afirmações:

I. As dilatações das duas barras são iguais.

II. As dilatações das duas barras obedecem à relação: $\Delta x = 2 \cdot \Delta y$.

III. Se as barras forem aquecidas a 100 °C, a dilatação da barra X será quatro vezes maior do que a dilatação da barra Y.

Quais afirmações são corretas?

3 Você dispõe de um pino com diâmetro de 2,02 cm e uma chapa com um furo de diâmetro 2,00 cm, ambos a 20 °C. O material do qual é feito o pino possui coeficiente de dilatação linear menor do que o material do qual é feita a chapa. Cite um procedimento para encaixar o pino no furo.

4 Um recipiente de 200 mℓ de capacidade, feito de um material com coeficiente de dilatação linear igual a $2 \cdot 10^{-5}\,°C^{-1}$, está completamente cheio com um líquido cujo coeficiente de dilatação volumétrica é $2 \cdot 10^{-4}\,°C^{-1}$ a 20 °C. O conjunto é aquecido a 70 °C. Determine:

a) a dilatação sofrida pelo recipiente;
b) a dilatação real sofrida pelo líquido;
c) a dilatação aparente sofrida pelo líquido;
d) a quantidade de líquido que extravasa do recipiente.

Exercícios complementares: do 8 ao 11.

3. TRANSMISSÃO DO CALOR

O calor é uma forma de energia que se propaga entre dois pontos devido a uma diferença de temperatura entre eles. Vejamos os processos de transferência de calor.

Condução térmica

Colocando-se uma das extremidades de uma barra metálica sobre a chama de um gás, a outra extremidade também se aquece, pois o calor da chama é transferido de uma ponta a outra da barra (figura 7). Esse processo de transferência de calor recebe o nome de **condução térmica**.

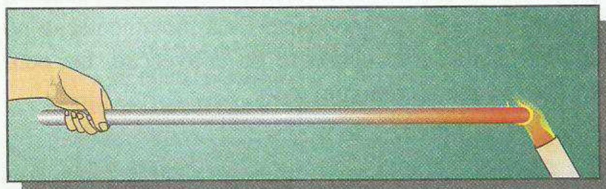


Figura 7 Numa barra metálica, o calor é transportado de uma extremidade a outra por condução.

No processo de condução, a energia é transportada de molécula a molécula, por meio de vibrações, sem que elas sejam deslocadas.

Observações

- Nos sólidos, a vibração das moléculas em torno de uma posição de equilíbrio favorece a transmissão de energia por condução.
- Os líquidos e os gases não são bons condutores de calor por condução devido à liberdade de movimentação das moléculas.

A quantidade de calor por unidade de tempo que atravessa um condutor é denominada **fluxo de calor** (ϕ), que é dada por:

$$\phi = \frac{Q}{\Delta t}\ (\text{cal}/s)$$

O fluxo de calor (ϕ), através de uma barra de comprimento ℓ, seção transversal de área A, cujas extremidades sejam mantidas às temperaturas T_q e T_f, sendo $T_q > T_f$, é dado por:

$$\phi = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{k\,A(T_q - T_f)}{\ell}$$

Nessa expressão, k é uma constante, característica do material que constitui a barra, chamada de **condutividade térmica** do material, normalmente dada nas unidades cal/s · cm · °C.

Algumas aplicações práticas da condução térmica:

- As panelas usadas em uma cozinha devem ser metálicas para o calor se propagar rapidamente. Os cabos devem ser de madeira ou plástico, maus condutores de calor que dificultam a chegada de calor à mão da pessoa.
- Em laboratórios, os recipientes de vidro, ao serem aquecidos, devem ser colocados sobre telas metálicas. Estas, por serem bons condutores, distribuem o calor por toda a base do recipiente.
- As lâmpadas usadas em minas de carvão são envolvidas por uma tela metálica, evitando que a chama passe para o lado externo e provoque explosões por causa dos gases inflamáveis existentes nessas minas.

Convecção térmica

Quando aquecemos água em um recipiente com a chama de um gás, observamos que as porções inferiores se aquecem primeiro e sobem, por se tornarem menos densas. As porções superiores, mais frias (e mais densas), descem, por ação da gravidade. Essa movimentação no líquido, chamada de **corrente de convecção**, faz com que ele se aqueça como um todo.

Convecção térmica é o processo de transferência de calor pelo transporte de matéria devido a uma diferença de densidade provocada pelo aquecimento ou resfriamento da substância.

Como na convecção térmica há transporte da matéria, esse processo só pode ocorrer nos fluidos (líquidos e gases).

Observações

- Durante o dia, o ar próximo à superfície da terra se aquece mais rapidamente do que o ar próximo à superfície do mar. O ar aquecido do continente sobe e o ar frio do mar desloca-se para o continente, formando a brisa marítima. À noite, acontece o contrário (brisa terrestre).
- As correntes de convecção são importantes para a dispersão dos poluentes atmosféricos.
- No inverno, em algumas cidades, é freqüente o fenômeno da inversão térmica. Devido ao resfriamento da superfície da terra, as camadas de ar próximas à superfície ficam mais frias do que as camadas superiores e, mesmo durante o dia, o sol fraco de inverno não consegue reverter o processo. Isso provoca a interrupção das correntes de convecção, e os poluentes permanecem junto ao solo e não se dispersam na atmosfera.

Irradiação térmica

O processo de transferência de calor denominado **irradiação térmica** é feito pelas ondas eletromagnéticas, denominadas ondas de calor ou calor radiante. Esse processo acontece tanto em determinados meios materiais quanto no vácuo (ausência de matéria).

As ondas de calor, ou calor radiante, geradas pelas agitações térmicas moleculares, são funções da temperatura. De um modo geral, podemos dizer que, em maior ou menor grau, todos os corpos emitem energia radiante devido à sua temperatura. Para nós, o principal emissor de calor é o Sol. Com uma temperatura superficial da ordem de 6.000 K, o Sol emite calor luminoso (calor acompanhado de luz), além de outras formas de ondas eletromagnéticas, que chega à Terra exclusivamente por irradiação, pois atravessa uma grande região de vácuo.

As lâmpadas incandescentes também emitem calor luminoso; já os fornos e os ferros de passar roupas emitem calor obscuro (calor não acompanhado de luz). A maioria dos corpos emite calor obscuro.

Algumas aplicações da irradiação térmica:

- O teto de uma estufa de plantas é feito de vidro, que é transparente à energia radiante que chega do Sol e opaco às ondas de calor emitidas pela Terra. Assim, o interior da estufa é mantido a uma temperatura maior do que a do exterior.
- A atmosfera da Terra também provoca o efeito estufa. O gás carbônico (CO_2) e os vapores de água presentes na atmosfera terrestre funcionam como o vidro: transparentes à energia radiante que vem do Sol (6.000 K) e opacos às ondas de calor emitidas pela Terra (300 K). Isso faz com que a Terra seja mantida a uma temperatura média ideal para o desenvolvimento da vida.


CID

- A garrafa térmica, dispositivo cuja finalidade é conservar um líquido a uma dada temperatura durante o maior tempo possível, é constituída por uma parede dupla de vidro, com vácuo entre elas, protegida por uma camada de plástico. Na garrafa térmica são evitados os três tipos de propagação de calor: as paredes de vidro têm as suas faces interna e externa espelhadas para evitar a irradiação; o vácuo entre as paredes impede a transmissão de calor por condução e convecção; a tampa, também de material isolante, dificulta a propagação do calor para fora da garrafa.


CID



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

5 (Mackenzie-SP) Quando estamos numa sala onde a temperatura é 30 °C, dizemos que o ambiente está quente. Ao tocarmos na maçaneta de bronze de uma das portas, teremos a sensação quase imediata de que ela está fria, porém, ao tocarmos na porta, que é de madeira, levaremos um tempo bem maior para ter a mesma sensação. Tal fato se explica por ser o bronze um ..... condutor de calor e a madeira um ..... condutor. O "frio" que sentimos é a sensação de perda de calor que a mão sofre até se atingir o ..... .

A alternativa que preenche correta e ordenadamente as lacunas é:

a) bom — mau — ponto tríplice
b) mau — bom — repouso molecular
c) bom — mau — repouso molecular
d) mau — bom — equilíbrio térmico
e) bom — mau — equilíbrio térmico

6 (UnB-DF) Um refrigerador tem como função manter a temperatura dos alimentos abaixo da temperatura ambiente, retirando calor deles. Num refrigerador, o mecanismo que retira calor fica localizado no congelador. Ele retira calor do ar que está no congelador, e o ar, por sua vez, retira calor dos alimentos.

Com base nesse texto julgue os itens seguintes:

I. As grades metálicas das prateleiras dos refrigeradores permitem o fenômeno da convecção.
II. O congelador fica na parte interna de cima do refrigerador porque ajuda a estética.
III. O ar frio é mais denso, portanto fica próximo ao congelador.

7 (U. F. Pelotas-RS) O gaúcho adora um churrasco bem assado. Para isso, precisa de um bom braseiro e de uma carne gorda. Levando em conta o que está escrito acima, podemos afirmar:

I. O calor do braseiro chega até a carne principalmente por ....
II. O calor propaga-se através da carne por ....

Marque a alternativa que completa corretamente, e na ordem apresentada, as lacunas.

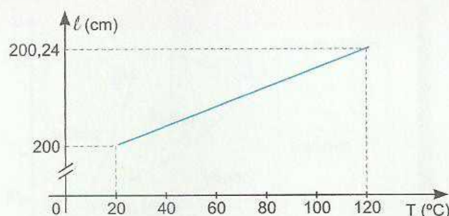
a) condução — convecção
b) irradiação — convecção
c) condução — irradiação
d) irradiação — condução
e) convecção — condução

Exercícios complementares: do 12 ao 14.



EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

8 (U. F. Santa Maria-RS) A variação do comprimento de um fio de aço, em função da temperatura, é mostrada na figura abaixo. O coeficiente de dilatação linear do aço é, aproximadamente:



a) $1{,}2 \cdot 10^{-7}\ °C^{-1}$
b) $1{,}2 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$
c) $1{,}2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$
d) $12 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$
e) $12 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$

9 (U. F. Juiz de Fora-MG) Materiais usados para obturação de dentes têm coeficiente de dilatação térmica diferente do coeficiente de dilatação térmica dos dentes. Baseado nessa afirmação, explique, do ponto de vista físico, por que pode ser prejudicial aos dentes alternar bebidas frias e quentes.

10 (Unimep-SP) O tanque de combustível de um automóvel está totalmente cheio com 40 ℓ de gasolina. Quando o carro é deixado ao sol, verifica-se que, devido ao aumento de temperatura, 1,2 ℓ transborda. Disso podemos concluir que:

a) a variação de volume da gasolina foi de 1,2 ℓ.
b) o volume do tanque se contraiu em 1,2 ℓ.
c) o volume de 1,2 ℓ que transborda é a dilatação aparente da gasolina.
d) o novo volume de gasolina é 41,2 ℓ.
e) o volume final é 38,8 ℓ.

11 (Enem) A gasolina é vendida por litro, mas, em sua utilização como combustível, a massa é o que importa. Um aumento da temperatura do ambiente leva a um aumento no volume da gasolina. Para diminuir os efeitos práticos dessa variação, os tanques dos postos de gasolina são subterrâneos. Se os tanques não fossem subterrâneos:

I. você levaria vantagem ao abastecer o carro na hora mais quente do dia, pois estaria comprando mais massa por litro de combustível.
II. abastecendo com a temperatura mais baixa você estaria comprando mais massa de combustível para cada litro.
III. se a gasolina fosse vendida por quilo em vez de litro, o problema comercial decorrente da dilatação da gasolina estaria resolvido.

Dessas considerações, somente:

a) I é correta.
b) II é correta.
c) III é correta.
d) I e II são corretas.
e) II e III são corretas.

12 (Vunesp) Uma garrafa e uma lata de cerveja permanecem durante vários dias numa geladeira. Quando se pega, com as mãos desprotegidas, a garrafa e a lata para retirá-las da geladeira, tem-se a impressão de que a lata está mais fria do que a garrafa. Esse fato é explicado pelas diferenças entre:

a) as temperaturas da cerveja na lata e na garrafa.
b) as capacidades térmicas da cerveja na lata e na garrafa.
c) os calores específicos dos dois recipientes.
d) os coeficientes de dilatação térmica dos dois recipientes.
e) as condutividades térmicas dos dois recipientes.

13 (Unirio) Para que a vida continue existindo em nosso planeta, necessitamos sempre do calor que emana do Sol. Sabemos que esse calor está relacionado a reações de fusão nuclear no interior dessa estrela. A transferência de calor do Sol para nós ocorre por:

a) convecção.
b) condução.
c) irradiação.
d) dilatação térmica.
e) ondas mecânicas.

14 (Unifenas-MG) Analise as proposições.

I. A sensação de frio que uma pessoa tem está relacionada com a rapidez com que ela perde calor para o meio ambiente.
II. Entre as paredes de vidro de uma garrafa térmica (vaso de Dewar) faz-se vácuo para evitar trocas de calor com o meio ambiente por condução e por convecção.
III. Uma garrafa térmica, com café quente em seu interior, deve permanecer bem fechada para evitar trocas de calor com o meio externo, por convecção.

Estão corretas as proposições:

a) I e II
b) II e III
c) I e III
d) I, II e III
e) nenhuma



ATIVIDADE ESPECIAL: *Condução do calor*

Uma barra de alumínio, de 2,0 m de comprimento e 10 cm^2 de área de seção transversal, tem uma de suas extremidades em contato com água em ebulição a 100 °C e a outra extremidade em contato com gelo fundente a 0 °C. A barra é isolada para evitar perdas radiais de calor, conforme mostra a figura 1. No gráfico mostrado na figura 2, temos a distribuição da temperatura ao longo da barra de alumínio, no estado estacionário, ou seja, a temperatura se distribui uniformemente ao longo da barra.

Em função da condução de calor através da barra, a cada 10 min observa-se uma fusão de 20 g de gelo.

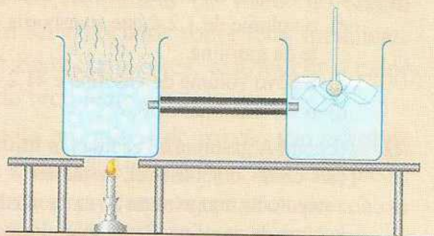


Fig. 1

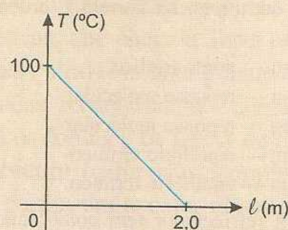


Fig. 2

Com base nessas informações, responda às questões abaixo:

1. Como varia a temperatura em função da distância ao longo da barra de alumínio? Dê a resposta em °C/cm.
2. Qual é a temperatura em um ponto situado a 50 cm da extremidade em contato com a água em ebulição? E a 50 cm da extremidade em contato com o gelo fundente?
3. Qual é a quantidade de gelo derretido por minuto?
4. Lembrando que o calor latente de fusão do gelo é 80 cal/g, qual é a quantidade de calor por minuto necessária para derreter o gelo?
5. Quantas calorias fluem por minuto (corrente térmica) ao longo da barra?
6. Qual é o sentido do fluxo de calor ao longo da barra?
7. Aplicando a equação $H = \frac{kA \cdot \Delta T}{\ell}$, em que H é a corrente térmica, em cal/s, A é a área da seção transversal da barra, em cm^2, ℓ é o comprimento da barra, em cm, determine o coeficiente de condutividade térmica do alumínio (k), em cal/s · cm · °C.
8. Comparando com as substâncias da tabela, o alumínio é um condutor ou um isolante de calor?

Material	*k* (cals/cm · s · °C
prata	0,97
cobre	0,92
ouro	0,70
latão	0,26
zinco	0,26
ferro	0,18
vidro	0,002
madeira	0,0003
lã	0,0001
ar	0,000057

Capítulo 17

FASES DE UMA SUBSTÂNCIA E GASES

O cão se tornou um ladrido de fumaça,
A fumaça subiu ao céu,
O céu se tornou tempestade.
Octavio Paz

As fases de uma substância pura correspondem aos diferentes estados de agregação que as partículas dessa substância podem apresentar. As principais são: a fase sólida, a fase líquida e a fase gasosa.

As substâncias não são uma extensão contínua de matéria, mas sim um conjunto de partículas muito distantes entre si, em relação às suas próprias dimensões. Nos gases em particular, essas distâncias são bem maiores do que em outras fases. Assim, o conjunto que chamamos de gás são as partículas e os grandes espaços vazios entre elas. Portanto, quando falamos sobre o volume do gás, estamos nos referindo ao volume do recipiente que o contém. Esse é um ponto de distinção entre as fases, pois tanto na fase líquida quanto na fase sólida a própria substância delimita as fronteiras do seu volume.

Para cada substância pura, a pressão e a temperatura são dois fatores físicos que determinam em que fase a substância vai se encontrar, ou seja, pode-se mudar a fase em que se encontra uma substância alterando-se apenas a pressão, apenas a temperatura ou ambas as grandezas.

1. DIAGRAMA DE FASES

Convivemos com substâncias sólidas, líquidas e gasosas e, sob determinadas condições, é possível mudar o estado físico de uma substância.

O estado físico de uma substância é determinado pela temperatura e pela pressão. Assim, dependendo desse par de valores (T; p), ao qual uma substância está submetida, ela pode se apresentar em qualquer um dos estados físicos (sólido, líquido ou gasoso), ou ainda numa situação que corresponde ao equilíbrio entre dois ou entre os três estados físicos.

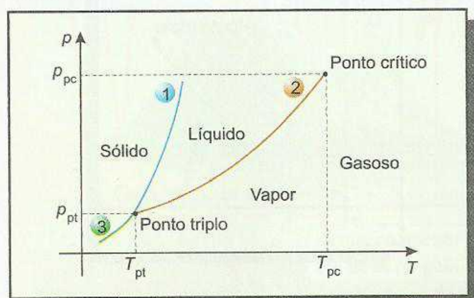


Figura 1 Diagrama de fase de uma substância.

O diagrama de fase de uma substância pura é uma representação gráfica dos valores de pressão e temperatura que determinam o estado físico da substância. Ele é constituído por três curvas que separam os estados sólido, líquido e gasoso (figura 1).

Na figura, destacamos:

- **curva de fusão** (curva 1) — representa o equilíbrio entre os estados sólido e líquido.
- **curva de vaporização** (curva 2) — representa o equilíbrio entre os estados líquido e de vapor.
- **curva de sublimação** (curva 3) — representa o equilíbrio entre os estados sólido e de vapor.

Observações

- O ponto de encontro das três curvas é chamado o **ponto triplo** (*pt*), ou seja, o ponto onde coexistem, em equilíbrio térmico, as três fases: sólido, líquido e de vapor. Para a água, o ponto triplo apresenta uma pressão de 4,58 mmHg e uma temperatura de 0,01 °C.
- O **ponto crítico** (*pc*) corresponde a pressão e temperatura críticas. Acima da temperatura crítica, a substância é **gás** e, abaixo da temperatura crítica, **vapor**. Uma substância no estado gasoso não pode ser liquefeita por compressão isotérmica, ou seja, não é possível passar do estado gasoso para o líquido somente com o aumento da pressão, mantendo-se a temperatura constante.

Sólido ⇔ Líquido

Na figura 2, temos a representação da curva de fusão para as substâncias que se dilatam na fusão (a maioria das substâncias) e da curva de fusão para as substâncias que se contraem na fusão (água, bismuto, ferro e antimônio).

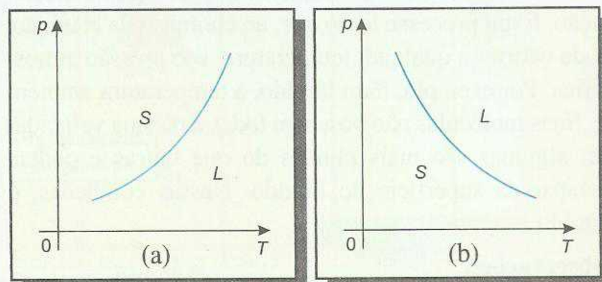


Figura 2 *(a)* Equilíbrio sólido—líquido para as substâncias que se dilatam na fusão e *(b)* equilíbrio sólido—líquido para as substâncias que se contraem na fusão.

Analisando a figura 2, observamos que:

- para as substâncias que se dilatam na fusão, um aumento na pressão acarreta um aumento na temperatura de fusão.
- para as substâncias que se contraem na fusão, um aumento na pressão acarreta uma redução na temperatura de fusão.

Como exemplo do segundo caso, temos o gelo que, sob pressão normal de 1,0 atm, funde a 0 °C, mas, sob pressões mais elevadas, funde em temperaturas abaixo de 0 °C. Sob pressão de 8,1 atm, a temperatura de fusão do gelo é −0,06 °C e, à pressão de 135 atm, −1 °C.

Nas pistas de patinação, devido à grande pressão exercida pelas lâminas dos patins usados pelo patinador, o gelo em contato com as lâminas sofre fusão. Após a passagem do patinador, a água congela porque há um retorno à pressão original. Esse fenômeno é conhecido como **regelo**.

Líquido ⇔ Vapor

A vaporização pode ocorrer de duas maneiras: por ebulição e por evaporação. Vejamos, inicialmente, a ebulição (figura 3).

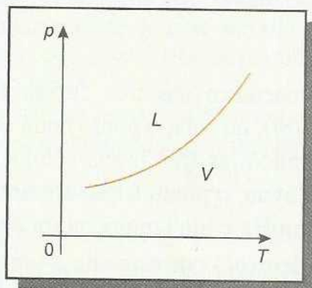


Figura 3 Curva de vaporização, válida para todas as substâncias puras, referente à ebulição.

Na figura acima, observamos que:

- um aumento na pressão acarreta um aumento na temperatura de ebulição.

Como exemplo, consideremos a água. Ao nível do mar, sob pressão de 1,0 atm, a água ferve a 100 °C; a 500 m de altitude, sob pressão atmosférica de 0,94 atm, ela ferve a 98,3 °C e, a 8.800 m de altitude, sob pressão atmosférica de 0,34 atm, ferve a 72 °C. Agora, no caso de estar sob pressão de 2,0 atm, o que acontece numa panela de pressão, ela ferve a 120 °C.

Consideremos a outra forma de vaporização: a evaporação. É um processo lento que, ao contrário da ebulição, pode ocorrer a qualquer temperatura, sob pressão atmosférica. Por exemplo, num líquido, à temperatura ambiente. Suas moléculas não possuem todas a mesma velocidade: algumas são mais rápidas do que outras e podem escapar da superfície do líquido. Nessas condições, o líquido evapora.

Observações

- As roupas, quando estendidas num varal, secam por evaporação. Os dias secos e com ventos favorecem a evaporação, secando a roupa mais rapidamente.
- O perfume, o éter ou a acetona são líquidos que evaporam com facilidade, sendo chamados de **voláteis**.

No caso da evaporação de um líquido dentro de um recipiente fechado, as moléculas de vapor que escapam do líquido ficam retidas dentro do recipiente e, à medida que aumenta o número de moléculas de vapor devido à evaporação, o volume acima do líquido atinge um limite, caracterizando o equilíbrio dinâmico entre a condensação e a evaporação. Quando isso acontece, dizemos que o recipiente está saturado de vapor (vapor saturante); nessa situação, o vapor e o líquido exercem um sobre o outro a mesma pressão, denominada **pressão de saturação** (figura 4).

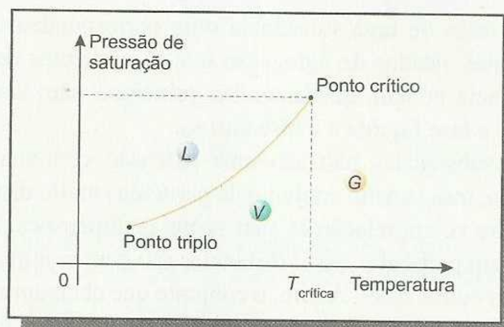


Figura 4 A pressão de saturação aumenta com a temperatura, assumindo o maior valor na temperatura crítica da substância.

Sempre que um vapor estiver em presença de seu líquido, num recipiente fechado, ele estará exercendo a pressão máxima de vapor, para aquela temperatura. Abrindo-se o recipiente, o vapor escapa e o líquido vaporiza, na tentativa de manter a pressão constante. Uma aplicação prática dessa situação ocorre nos botijões de gás e nos isqueiros a gás. Quando abrimos a válvula, o vapor sai e o líquido que está dentro do recipiente se transforma em vapor.

Sólido ⇔ Vapor

De acordo com o diagrama de fases, para que uma substância pura sofra sublimação, é necessário que ela se encontre a uma pressão inferior à do ponto triplo. Nessas condições, aquecendo-se o sólido à pressão constante, ele passa diretamente para vapor e, resfriando-se o vapor, este passa diretamente a sólido (figura 5).

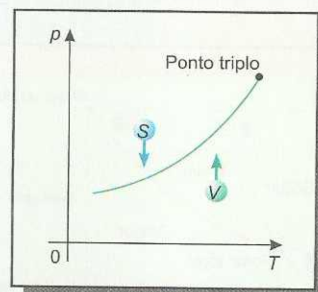


Figura 5 Um aumento de pressão acarreta um aumento na temperatura de sublimação.

Em nosso cotidiano, são poucas as substâncias que sublimam. Como exemplos, podemos citar a naftalina e o gelo seco (CO_2). O gelo seco é muito utilizado na conservação de sorvetes, pois mantém a temperatura baixa, e em shows musicais.

2. UMIDADE DO AR

O ar atmosférico é uma mistura de gases (ar seco) e vapor de água. Os principais gases que compõem o ar seco são o nitrogênio (78%) e o oxigênio (21%), e a quantidade de vapor de água é variável, dependendo do local e das condições atmosféricas.

Quando o ambiente está saturado de vapor de água (equilíbrio dinâmico entre a condensação e a evaporação), o vapor exerce a pressão de saturação e, quando o ambiente não está saturado, o vapor exerce uma pressão parcial, menor do que a de saturação. Nessas condições, definimos:

Umidade relativa (U_r) é a relação entre a pressão parcial do vapor de água na mistura e a pressão de saturação, à mesma temperatura.

$$U_r = \frac{p_v}{p_s}$$

Como o ar atmosférico encontra-se a uma pressão suficientemente baixa, a umidade relativa pode ser definida pela relação entre as densidades de vapor de água na mistura e a densidade do vapor saturado.

$$U_r = \frac{d_v}{d_s}$$

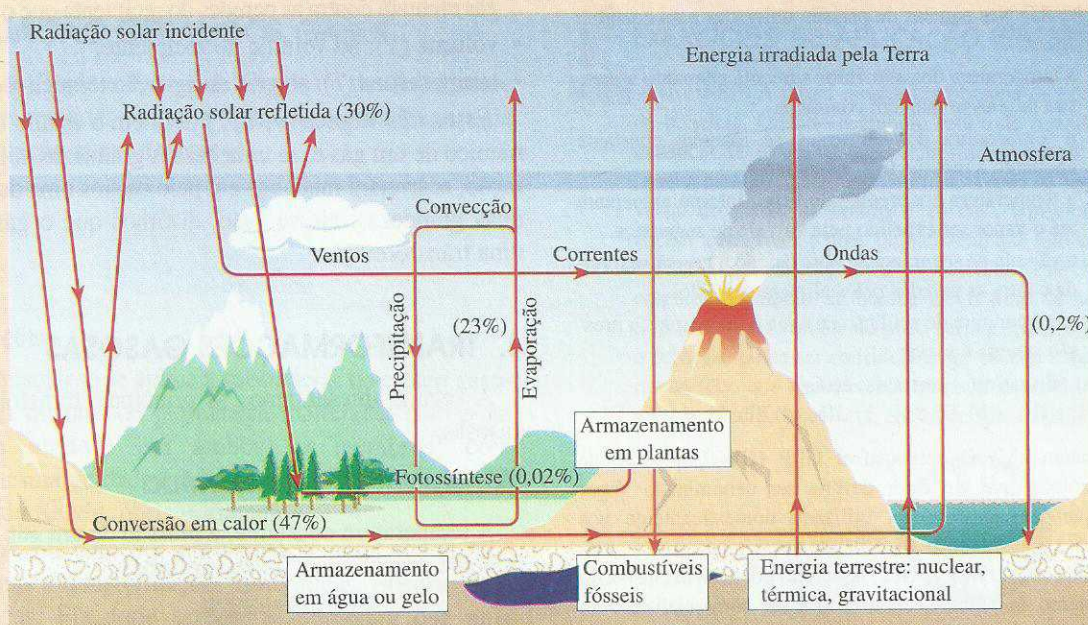
Observações

- Normalmente, a umidade relativa é dada em porcentagem (%). Devemos lembrar que o valor máximo para a umidade relativa é 1,0 (100%).
- Nos dias em que a umidade relativa do ar é elevada, mesmo que a temperatura seja relativamente baixa (20 °C, por exemplo), temos a sensação de desconforto térmico, pois a alta umidade do ar dificulta a evaporação da água do nosso corpo pelo suor.
- No cotidiano, é comum a utilização do termo "umidade" em referência à água no estado líquido: é comum falar em "roupa úmida" ou "parede úmida" no sentido de indicar um corpo que contém água no estado líquido. Esses termos, embora impróprios, são consagrados pelo uso e não têm relação com o "ar úmido".

Ciclos atmosféricos

Um processo bastante conhecido para separação de misturas é o da destilação. Quando destilamos a água, nós a separamos das impurezas. Esse processo envolve determinada quantidade de energia. Temos de aquecer a água para provocar a vaporização e em seguida resfriá-la.

O calor solar fornece para a natureza a energia necessária para a destilação e conseqüente purificação da água. Grandes massas de água são vaporizadas pela ação do calor solar, elevam-se na atmosfera no processo de convecção, condensam-se em grandes altitudes e retornam à superfície terrestre. Com esse processo, nossas reservas de água são continuamente renovadas. Além disso, com a água alçada para grandes altitudes, temos a realimentação das usinas hidrelétricas. Enfim, nosso planeta é uma grande máquina térmica.



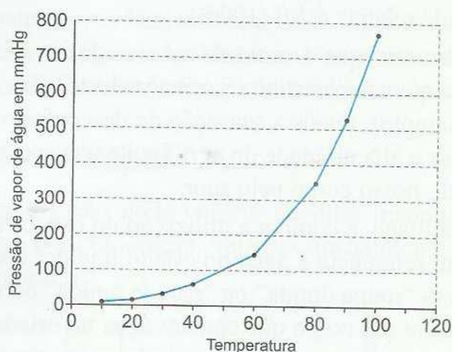
A distribuição de energia solar na Terra.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 (Enem) A tabela registra a pressão atmosférica em diferentes altitudes e o gráfico relaciona a pressão de vapor de água em função da temperatura.

Altitude (km)	Pressão atmosférica (mm/Hg)
0	760
1	600
2	480
4	300
6	170
8	120
10	100



Um líquido, num frasco aberto, entra em ebulição a partir do momento em que sua pressão de vapor se iguala à pressão atmosférica. Assinale a opção correta, considerando a tabela, o gráfico e os dados sobre as seguintes cidades: Natal (RN): nível do mar; Campos do Jordão (SP): altitude de 1.628 m; Pico da Neblina (RR): altitude de 3.014 m.

A temperatura de ebulição será:

a) maior em Campos do Jordão.
b) menor em Natal.
c) menor no Pico da Neblina.
d) igual em Campos do Jordão e Natal.
e) não-dependente da altitude.

2 (PUC-RJ) Nas panelas de pressão utilizadas para cozinhar alimentos:

I. a temperatura dos alimentos aumenta enquanto a pressão interna se mantém constante.
II. a temperatura dos alimentos se mantém constante enquanto a pressão interna aumenta.
III. a temperatura e a pressão do vapor interno aumentam até o vapor ser expelido pela válvula de segurança.
IV. a válvula de segurança se abre devido à pressão exercida contra as paredes pelos alimentos sólidos.
V. a temperatura de ebulição da água é maior, pois a pressão interna é maior.

A(s) afirmativa(s) correta(s) é(são):

a) II e III b) III e V c) III d) II e V e) I e IV

3 (Unama-AM) O combustível GLP (Gás Liquefeito de Petróleo), que em rigor deveria ser denominado Vapor Liquefeito de Petróleo, utilizado domesticamente nos fogões a gás, produz 48.000 J de energia por grama queimado (48.000 J/g). O GLP, liquefeito por ação exclusiva do aumento de pressão, continuará a ser comercializado no nosso Estado em botijões contendo 13 kg. Porém o preço, que era cerca de R$ 4,50 na época da implantação…

Com base nesse texto, hipoteticamente retirado de uma reportagem de jornal, responda às questões propostas em cada um dos itens abaixo:

a) Por que, em rigor, o nome deveria ser Vapor Liquefeito de Petróleo?
b) Sabe-se que, ao abrirmos a válvula de um fogão, o combustível flui na forma de vapor. Qual é o nome que se dá à mudança de estado físico observada nessa situação?
c) Um lampião funciona a GLP desenvolvendo potência de 480 W. Calcule a massa de GLP, em gramas, necessária para manter o lampião aceso por 1 hora. Despreze quaisquer perdas.

Exercícios complementares: do 6 ao 13.

3. VARIÁVEIS DE ESTADO DE UM GÁS

Diariamente, convivemos com substâncias sólidas, líquidas e gasosas. Trataremos, agora, dos gases, que, em condições ambientais, pressão de 1,0 atm e temperatura de 25 °C, representam apenas 1% das substâncias conhecidas. O ar que respiramos é composto basicamente pelos gases nitrogênio e oxigênio.

O estudo que faremos relaciona-se às três grandezas macroscópicas que definem um sistema gasoso: a pressão (p), o volume (V) e a temperatura (T). Em função delas, estudaremos o comportamento de um gás ideal ou perfeito.

Na realidade, o gás ideal ou perfeito não existe, mas, experimentalmente, verifica-se que os gases submetidos a baixas pressões e altas temperaturas, ou seja, com densidades bastante baixas, são os que mais se aproximam do modelo de um gás ideal.

A pressão, o volume e a temperatura são as grandezas macroscópicas que definem um estado gasoso e, por isso, recebem o nome de **variáveis de estado**. Podemos associá-las a um gás da seguinte forma:

- **pressão** (p): às colisões que as partículas constituintes do gás efetuam contra as paredes do recipiente que o contém.
- **volume** (V): ao volume do recipiente.
- **temperatura** (T): ao grau de agitação térmica molecular.

Esses três valores (p; V; T) definem o estado termodinâmico de um gás e, se uma dessas grandezas sofrer alteração, acarretará mudança em pelo menos uma das outras duas grandezas. Nesse caso, dizemos que o gás sofreu uma transformação.

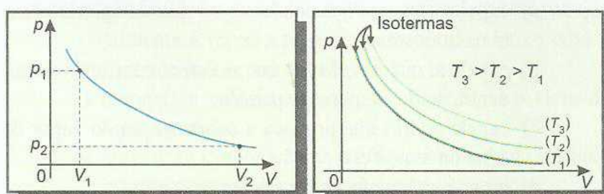
4. TRANSFORMAÇÕES GASOSAS

A seguir, apresentamos as principais transformações gasosas.

Transformação isotérmica

A temperatura constante, a pressão de um gás é inversamente proporcional ao seu volume.

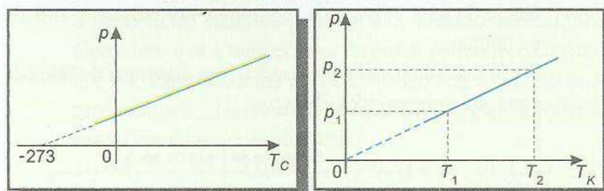
$$p_1V_1 = p_2V_2$$ (Lei de Boyle)



Transformação isométrica ou isocórica

A volume constante, a pressão de um gás é diretamente proporcional à temperatura absoluta.

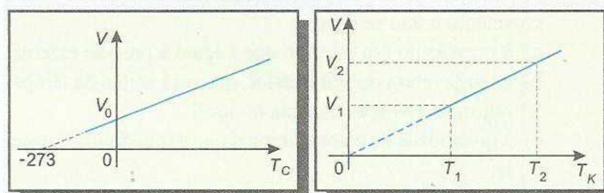
$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$ (Lei de Charles e G. Lussac)



Transformação isobárica

A pressão constante, o volume de um gás é diretamente proporcional à temperatura absoluta.

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$ (Lei de Charles e G. Lussac)



5. EQUAÇÃO GERAL DOS GASES

A lei de Boyle e as leis de Charles e de Gay-Lussac podem ser reunidas em uma única expressão, conhecida como **equação geral dos gases.**

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$$

Observações

- Essa equação só se aplica a substâncias no estado gasoso, cuja quantidade permaneça inalterada: com p na mesma unidade em ambos os membros; com V na mesma unidade em ambos os membros; e com T na escala Kelvin, obrigatoriamente.
- É importante perceber que a equação geral não se aplica apenas a transformações isotérmicas, isocóricas ou isobáricas. Ela pode ser utilizada sempre que uma massa fixa de gás estiver sofrendo uma mudança em suas variáveis p, V e T.

6. EQUAÇÃO DE ESTADO DOS GASES PERFEITOS

Cada mol de qualquer substância contém sempre o mesmo número de partículas, ou seja, $6{,}02 \cdot 10^{23}$ partículas. Esse número recebe o nome de **número de Avogadro** (N_A), em homenagem ao físico italiano Amedeo Avogadro (1776-1856).

$$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23} \text{ átomos, moléculas ou íons}$$

A massa correspondente a 1 mol de partículas recebe o nome de **massa molar** (M). Se uma determinada substância apresenta uma massa (m) diferente de sua massa molar, então o número de mols (n) existente nessa porção da substância é dado por:

$$n = \frac{m}{M}$$

Estudando as relações entre as variáveis de estado com a quantidade e o tipo de gás, o físico francês P. E. Clapeyron (1799-1864) verificou que a razão $\frac{pV}{T}$ é diretamente proporcional ao número de mols e estabeleceu a relação:

$$pV = nRT$$

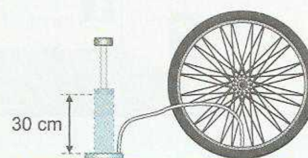
Nessa expressão, conhecida como **equação de Clapeyron**, R é a constante de proporção, cujo valor depende das unidades utilizadas. Assim, temos:

- $R = 8{,}31$ J/mol · K (S.I.) para a pressão em N/m^2, o volume em m^3 e a temperatura em Kelvin
- $R = 0{,}082$ atm · ℓ/mol · K para a pressão em atm, o volume em litros e a temperatura em Kelvin



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

4 (Fuvest-SP) A figura mostra uma bomba de encher pneu de bicicleta. Quando o êmbolo está todo puxado, a uma distância de 30 cm da base, a pressão dentro da bomba é igual à pressão atmosférica normal. A área da seção transversal do pistão da bomba é 24 cm^2. Um ciclista quer encher ainda mais o pneu da bicicleta, que tem volume de 2,4 litros e já está com uma pressão interna de 3 atm. Ele empurra o êmbolo da bomba até o final de seu curso. Suponha que o volume do pneu permaneça constante, que o processo possa ser considerado isotérmico e que o volume do tubo que liga a bomba ao pneu seja desprezível. A pressão final do pneu será, então, de aproximadamente:



a) 1,0 atm
b) 3,0 atm
c) 3,3 atm
d) 3,9 atm
e) 4,0 atm

5 Um motorista, antes de uma viagem, calibra os pneus de seu carro com uma pressão de 28 libras/pol^2 a uma temperatura de 25 °C. Após a viagem, a temperatura dos pneus subiu para 40 °C. Considerando desprezível a dilatação dos pneus, responda:

a) Qual foi a transformação gasosa sofrida pelo ar contido nos pneus?
b) Qual era a pressão inicial dos pneus em atm?
c) Qual é a pressão final dos pneus?

Exercícios complementares: do 14 ao 16.



EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

6 (USL-RS) Uma criança aperta dois cubinhos de gelo um contra o outro e observa que eles ficam "grudados". Isso ocorre porque o aumento de pressão .... a temperatura de fusão e a volta às condições de pressão normal provoca a ....

As lacunas são corretamente preenchidas, respectivamente, por:

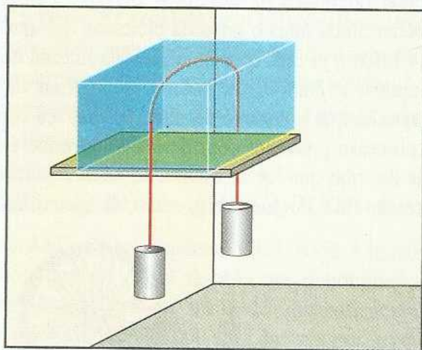
a) aumenta — fusão
b) aumenta — solidificação
c) não modifica — fusão
d) diminui — solidificação
e) diminui — fusão

7 (UFRS) A água contida em uma bacia é colocada ao ar livre para evaporar. Qual das alternativas indica um processo que contribui para reduzir a quantidade de água evaporada por unidade de tempo?

a) Aumento de pressão atmosférica.
b) Redução da umidade relativa do ar.
c) Aumento da intensidade do vento.
d) Aumento da temperatura da água.
e) Mudança da água para a bacia de diâmetro maior.

8 (PUC-SP) Colocando um arame fino sobre uma barra de gelo, preso a dois pesos iguais, conforme a figura, notamos que o arame atravessa a barra sem, no entanto, parti-la. Explicamos o fato baseado em que:

a) por ser suficientemente fino, o arame passa através do gelo sem deslocar suas moléculas.
b) o arame parte o gelo, mas este tem a propriedade de soldar-se.
c) pela pressão do arame, o gelo derrete; deixando de existir a pressão, o gelo refaz-se.
d) o arame atua como catalisador à sua passagem.
e) não há explicação plausível para o fenômeno.

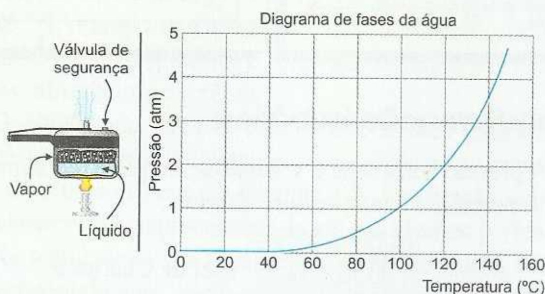


9 (Fuvest-SP) Nos dias frios, quando uma pessoa expele ar pela boca, forma-se uma espécie de fumaça junto do rosto. Isso ocorre porque a pessoa:

a) expele ar quente que condensa o vapor de água existente na atmosfera.
b) expele ar quente e úmido que se esfria, ocorrendo a condensação dos vapores expelidos.
c) expele ar frio que provoca a condensação do vapor de água da atmosfera.
d) provoca a liquefação do ar com seu calor.
e) provoca a evaporação da água existente na atmosfera.

10 (Enem) A panela de pressão permite que os alimentos sejam cozidos em água muito mais rapidamente do que em panelas convencionais. Sua tampa possui uma borracha de vedação que não deixa o vapor escapar, a não ser pelo orifício central sobre o qual assenta um peso que controla a pressão. Quando em uso, desenvolve-se uma pressão elevada no seu interior. Para manuseá-la com segurança, é necessário observar a limpeza do orifício central e a existência de uma válvula de segurança, normalmente situada na tampa.

O esquema da panela de pressão e um diagrama de fases da água são apresentados abaixo.



A vantagem do uso da panela de pressão é a rapidez para o cozimento e isso se deve:

a) à pressão no seu interior, que é igual à pressão externa.
b) à temperatura do seu interior, que está acima da temperatura de ebulição da água no local.
c) à quantidade de calor adicional que é transferida à panela.
d) à quantidade de vapor que está sendo liberada pela válvula;
e) à espessura de sua parede, que é maior que a das panelas comuns.

11 (Enem) Se, por economia, abaixarmos o fogo sob uma panela de pressão logo que se inicia a saída de vapor pela válvula, de forma simplesmente a manter a fervura, o tempo de cozimento:

a) será maior porque a panela "esfria".
b) será menor porque diminui a perda de água.
c) será maior porque a pressão diminui.
d) será maior porque a evaporação diminui.
e) não será alterado porque a temperatura não varia.

12 (Fafi/BH-MG) Um pedaço de naftalina "desaparece" do interior de uma gaveta. O fenômeno que explica o fato enunciado é a:

a) sublimação.
b) solidificação.
c) condensação.
d) fusão.

13 (Enem) A construção de grandes projetos hidrelétricos também deve ser analisada do ponto de vista do regime das águas e de seu ciclo na região. Em relação ao ciclo da água, pode-se argumentar que a construção de grandes represas:

a) não causa impactos na região, uma vez que a quantidade total de água da Terra permanece constante.

b) não causa impactos na região, uma vez que a água que alimenta a represa prossegue depois rio abaixo com a mesma vazão e velocidade.

c) aumenta a velocidade dos rios, acelerando o ciclo da água na região.

d) aumenta a evaporação na região, acompanhada também por um aumento local da umidade relativa do ar.

e) diminui a quantidade de água disponível para a realização do ciclo da água.

14 (Unifor-CE) Uma dada massa de gás perfeito está contida em um recipiente de capacidade 12 ℓ, sob pressão de 4,0 atm e temperatura de 27 °C. Ao sofrer uma transformação isocórica, sua pressão passa a 8,0 atm. Determine a temperatura do gás nesse novo estado.

15 (UFMG) Um mergulhador, em um lago, solta uma bolha de ar de volume V a 5,0 m de profundidade. A bolha sobe até a superfície, onde a pressão é a pressão atmosférica. Considere que a temperatura da bolha permanece constante e que a pressão aumenta cerca de 1,0 atm a cada 10 m de profundidade. Nesse caso, o valor do volume da bolha na superfície é, aproximadamente:

a) 0,67 V b) 2,0 V c) 0,50 V d) 1,5 V

16 (Vunesp) O gás de um dos pneus de um jato comercial em vôo encontra-se à temperatura de −33 °C. Na pista, imediatamente após o pouso, a temperatura do gás encontra-se a 87 °C.

a) Transforme esses dois valores de temperatura para a escala absoluta.

b) Supondo que se trate de um gás ideal e que o volume do pneu não varie, calcule a razão entre as pressões inicial e final desse processo.



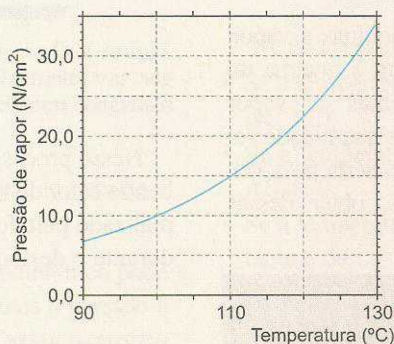
CID



ATIVIDADE ESPECIAL: Pressão de vapor

Esta atividade tem como base uma questão de vestibular elaborada pela Unicamp-SP:

Uma dada panela de pressão é feita para cozinhar feijão à temperatura de 110 °C. A válvula da panela é constituída por um furo de área igual a 0,20 cm², tapado por um peso que mantém uma sobrepressão dentro da panela. A pressão de vapor da água (pressão com que a água ferve) como função da temperatura é dada pela curva abaixo. Adote $g = 10\ m/s^2$.



Com base nessas informações e no gráfico, responda às questões.

1. Qual é o valor da pressão de vapor quando a temperatura é 120 °C?
2. Em qual temperatura temos uma pressão de vapor de 25,0 N/cm²?
3. A pressão de vapor é diretamente proporcional à temperatura? Justifique.
4. Qual é o valor da pressão atmosférica, em N/cm², sabendo que nessa pressão a água ferve a 100 °C?
5. Qual é a pressão no interior da panela quando o feijão está cozinhando a 110 °C?
6. Com base nos resultados dos itens 4 e 5, qual é a diferença de pressão interna e externa à panela?
7. Lembrando que pressão $= \frac{\text{força}}{\text{área}}$, calcule o peso da válvula necessário para equilibrar a diferença de pressão do item anterior.
8. Determine a massa da válvula que mantém a sobrepressão dentro da panela.
9. O que acontece com a pressão dentro da panela se a válvula tapar definitivamente o furo? Justifique.
10. Qual é a diferença básica entre uma panela de pressão e uma panela comum?

Capítulo 18

TERMODINÂMICA

... o serviço parado, esperava; a máquina, sob pressão, tinha ligeiros assobios de vapor; os elevadores estavam suspensos dos cabos imóveis...

Émile Zola

A necessidade de moer grãos, transportar mercadorias, mover embarcações, serrar madeira, retirar água das minas de carvão motivou as pessoas a procurar maneiras de obter a energia mecânica necessária para essas tarefas. Até a metade do século XVIII as alternativas de que dispunham eram fontes naturais como a tração humana ou animal, a correnteza de rios e o vento.

Mas a Natureza já mostrava que a obtenção de energia mecânica pela ação do calor era possível. Nosso planeta é uma grande máquina térmica. As águas dos lagos, rios e mares são vaporizadas pela ação do calor solar, sobem a grandes altitudes para depois retornar ao solo irrigando plantações e renovando a água potável.

Finalmente, surgiram as primeiras máquinas a vapor. Obtinha-se então a energia mecânica com a queima do carvão. Mas essas primeiras máquinas a vapor queimavam muito carvão para obter uma quantidade relativamente pequena de energia mecânica. Seria possível, com um aprimoramento dos processos, obter dessas máquinas melhor rendimento?

CID



Embarcação no Rio Mississípi, Louisiana, Estados Unidos.

A resposta a essa pergunta foi elaborada, em 1824, por Nicolas Léonard Sadi Carnot (1796-1832). Em seu trabalho teórico, Carnot determinou qual o rendimento máximo que poderia ser atingido por uma máquina térmica cíclica.

1. TRABALHO EM TERMODINÂMICA

Consideremos o aquecimento de um gás contido em um recipiente fechado por um êmbolo de massa m que pode se movimentar sem atrito (figura 1).

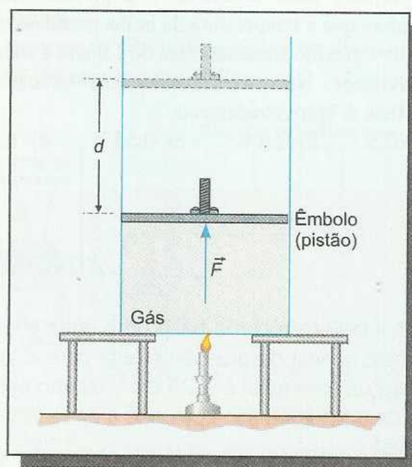


Figura 1 O gás, recebendo calor de uma fonte térmica, consegue, por intermédio de uma força, empurrar o êmbolo (pistão), realizando trabalho mecânico.

Nesse processo, o gás (sistema termodinâmico), recebendo calor do meio externo, realiza trabalho. O trabalho realizado pela força $\vec{F}$ aplicada pelo gás sobre o êmbolo, durante o deslocamento d, é dado por:

$$\tau = Fd \cdot \cos\theta$$

Nessa expressão, θ representa o ângulo entre a força e o deslocamento: $\theta = 0°$. Como, durante a expansão gasosa, a pressão do gás permaneceu constante, pois a massa do êmbolo não variou, a força $\vec{F}$ relaciona-se com a pressão por:

$$F = pA$$

Assim, o trabalho pode ser escrito:

$$\tau = pAd \quad (\cos 0° = 1)$$

O trabalho em Termodinâmica é dado pelo produto da pressão do gás por Ad, que representa a variação de volume (ΔV) sofrida pelo gás:

$$\tau = p \cdot \Delta V \quad \text{(pressão constante)}$$

No Sistema Internacional de Unidades, a pressão (p) é dada em N/m² (Pa), o volume (V), em m³, e o trabalho (τ), em joule (J).

São também muito utilizadas as unidades: atmosfera (atm) para a pressão e litro (ℓ) para o volume. Nesse caso, efetuamos o cálculo do trabalho nas unidades dadas (atm · ℓ) e transformamos para joule (J) pela relação:

$$1 \text{ atm} \cdot \ell = 100 \text{ J}$$

Sendo a pressão absoluta (p) de um gás sempre positiva, o trabalho assume sempre o mesmo sinal da variação de volume. Assim, temos:

expansão gasosa: $V_f > V_i \rightarrow \Delta V > 0 \rightarrow \mathcal{T} > 0$
compressão gasosa: $V_f < V_i \rightarrow \Delta V < 0 \rightarrow \mathcal{T} < 0$

Observações

- Na expansão, o gás fornece energia para o meio externo na forma de trabalho.
- Na compressão, o gás recebe energia do meio externo na forma de trabalho.

Como as grandezas que determinam o trabalho termodinâmico são a pressão e o volume, podemos representar essa transformação termodinâmica, na qual a pressão permanece constante, por um gráfico $p \times V$ (figura 2):

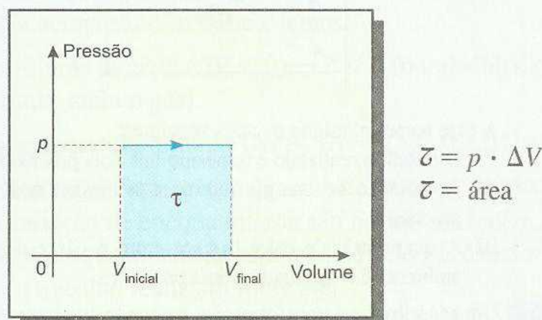
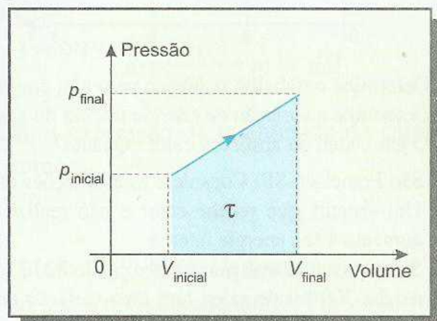


Figura 2 No gráfico $p \times V$, o valor numérico do trabalho é dado pela área da figura sob a curva.

Esse modo de calcular o trabalho termodinâmico pode ser utilizado mesmo nos casos para os quais a pressão é variável. Como exemplo, consideremos o gráfico mostrado na figura 3:



$$\mathcal{T} = \text{área do trapézio} = \left(\frac{B + b}{2} \cdot h\right)$$

$$\mathcal{T} = \frac{p_f + p_i}{2}\,(V_f - V_i)$$

Figura 3 O trabalho é dado, numericamente, pela área do trapézio.

2. ENERGIA INTERNA DE UM GÁS

As moléculas ou átomos que constituem um gás apresentam uma grande movimentação, umas mais lentas e outras mais rápidas. Podemos, então, associar a cada molécula uma energia cinética, e à soma das energias cinéticas de todas as moléculas ou átomos damos o nome de **energia térmica**.

A energia cinética de um gás é dada por:

$$E_c = \frac{3}{2}\,nRT \qquad (T \text{ em kelvin})$$

Com base nessa expressão, observamos que a energia cinética de um gás depende, exclusivamente, de sua temperatura absoluta.

Além da energia térmica (energia cinética do gás), temos, também, uma energia potencial associada à configuração molecular. A soma das energias cinética e potencial recebe o nome de **energia interna de um gás** (U).

Quando um gás sofre uma transformação termodinâmica, é importante a determinação da **variação de energia interna** (ΔU) do sistema. Para o caso específico de um gás ideal e monoatômico, a variação de energia interna corresponde somente à variação de energia cinética:

$$\Delta U = \Delta E_c = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T$$

Nessas condições:

- Se a temperatura aumenta, a energia interna aumenta e $\Delta U > 0$.
- Se a temperatura diminui, a energia interna diminui e $\Delta U < 0$.
- Se a temperatura é constante, a energia interna é constante e $\Delta U = 0$.

3. PRIMEIRO PRINCÍPIO DA TERMODINÂMICA

O primeiro princípio da Termodinâmica é uma aplicação do princípio de conservação de energia. Assim, se um sistema gasoso recebe calor do meio externo, essa energia pode ser armazenada no sistema, aumentando a sua energia interna e/ou utilizada na realização de trabalho.

O primeiro princípio estabelece o balanço energético entre a quantidade de calor (Q) trocada por um sistema termodinâmico com o meio externo, o trabalho mecânico ($\mathcal{T}$) realizado pelo ou sobre o sistema e a variação de sua energia interna:

$$\Delta U = Q - \mathcal{T}$$

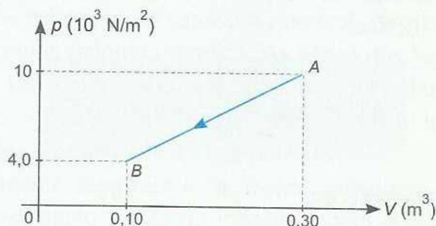
Na aplicação do primeiro princípio da Termodinâmica, devemos obedecer às seguintes condições:

- ΔU, Q e τ devem estar sempre nas mesmas unidades: joule ou caloria
- se o gás recebe calor do meio externo: $Q > 0$
- se o gás cede calor para o meio externo: $Q < 0$
- se o trabalho é realizado pela força aplicada pelo gás (expansão gasosa): $\tau > 0$
- se o trabalho é realizado sobre o gás (compressão gasosa): $\tau < 0$
- se $\Delta U > 0$, a energia interna do gás aumenta e a temperatura aumenta
- se $\Delta U < 0$, a energia interna do gás diminui e a temperatura diminui
- se $\Delta U = 0$, a energia interna do gás é constante e a temperatura é constante

Exercício resolvido

Um gás ideal monoatômico ($n = 0,50$ mol) sofre uma transformação termodinâmica AB, conforme figura. Sendo $R = 8,3$ J/mol · K, determine:

a) as temperaturas do gás nos estados A e B;
b) a variação de energia interna do gás;
c) o trabalho realizado na transformação AB;
d) a quantidade de calor trocada pelo gás nessa transformação.



Resolução

a) As temperaturas nos estados A e B são obtidas a partir da equação de Clapeyron:

$$pV = nRT$$

$$10 \cdot 10^3 \cdot 0,30 = 0,50 \cdot 8,3 \cdot T_A \rightarrow \boxed{T_A = 7,2 \cdot 10^2 \text{ K}}$$

$$4 \cdot 10^3 \cdot 0,10 = 0,50 \cdot 8,3 \cdot T_B \rightarrow \boxed{T_B = 96 \text{ K}}$$

b) Como o gás é ideal e monoatômico, a variação de energia interna é dada por:

$$\Delta U = \frac{3}{2} nR \cdot \Delta T$$

$$\Delta U = 1,5 \cdot 0,50 \cdot 8,3(96 - 720)$$

$$\boxed{\Delta U = -3,9 \cdot 10^3 \text{ J}}$$

c) O trabalho realizado na transformação AB é dado pela área do trapézio:

$$\tau = \frac{10 \cdot 10^3 + 4,0 \cdot 10^3}{2} (0,10 - 0,30)$$

$$\boxed{\tau = -1,4 \cdot 10^3 \text{ J}}$$

d) A quantidade de calor trocada na transformação é obtida pelo primeiro princípio da Termodinâmica:

$$\Delta U = Q - \tau$$

$$-3,9 \cdot 10^3 = Q - (-1,4 \cdot 10^3)$$

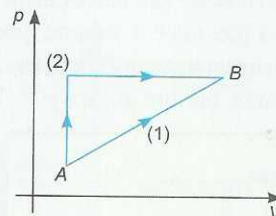
$$\boxed{Q = -5,3 \cdot 10^3 \text{ J}}$$

Na transformação AB (compressão gasosa), o gás recebeu energia, na forma de trabalho, do meio externo; cedeu energia, na forma de calor, para o meio externo e sofreu uma diminuição em sua energia interna (redução de temperatura).



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

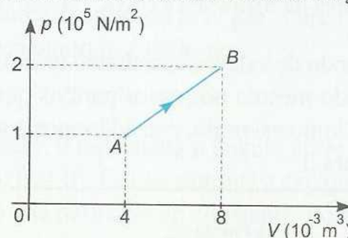
1 Um gás ideal é levado do estado A para o estado B por dois processos diferentes. O primeiro, por uma única transformação (1), e o segundo, por duas transformações (2), conforme a figura abaixo.



A esse respeito, julgue os itens seguintes:

I. O trabalho realizado é o mesmo nos dois processos.
II. A variação de energia interna é a mesma nos dois processos.
III. A quantidade de calor trocada entre o gás e o meio ambiente é a mesma nos dois processos.

2 Um gás sofre uma transformação, passando do estado A, no qual a energia interna é 600 J, para o estado B, no qual a energia interna é 2.400 J, conforme mostra a figura.



a) Determine o trabalho realizado pelo gás, em joule.
b) Determine a variação de energia interna do gás.
c) O gás cedeu ou absorveu calor? Quanto?

3 (U. São Francisco-SP) Considere as afirmações abaixo:

I. Um sistema que recebe calor e não realiza trabalho aumenta a sua energia interna.
II. Se um sistema realiza um trabalho de 300 J, enquanto recebe 300 cal de calor, tem uma variação de energia interna igual a 960 J.
III. Se um sistema cede 50 cal em forma de calor e realiza trabalho de 100 J, a variação de sua energia interna é de −310 J. É (São) correta(s): (considere 1 cal = 4,2 J)

a) apenas I.
b) apenas II.
c) apenas III.
d) somente I e II.
e) todas.

Exercícios complementares: do 9 ao 11.

4. TRANSFORMAÇÕES TERMODINÂMICAS

Vamos aplicar o primeiro princípio da Termodinâmica às principais transformações gasosas.

Transformação isobárica

Numa transformação isobárica, a pressão permanece constante e o volume é diretamente proporcional à temperatura absoluta:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

O gás pode sofrer uma expansão ou uma compressão isobárica. No caso de uma expansão isobárica, temos as seguintes condições:

- o volume aumenta ($\Delta V > 0$) $\rightarrow \tau > 0$ (o trabalho é realizado pela força aplicada pelo gás)
- a temperatura aumenta ($\Delta T > 0$) $\rightarrow Q > 0$ e $\Delta U > 0$

De acordo com o primeiro princípio da Termodinâmica ($\Delta U = Q - \tau$), se a quantidade de calor, o trabalho e a variação de energia interna são positivos, então a quantidade de calor recebida pelo gás é maior do que o trabalho que ele realiza.

Na compressão isobárica, temos:

- o volume diminui ($\Delta V < 0$) $\rightarrow \tau < 0$ (o trabalho é realizado sobre o gás).
- a temperatura diminui ($\Delta T < 0$) $\rightarrow Q < 0$ e $\Delta U < 0$

Nesta transformação, a quantidade de calor, o trabalho e a variação de energia interna são negativos. Então, em módulo, a quantidade de calor cedida pelo gás é maior do que o trabalho realizado sobre ele.

Numa transformação isobárica, a quantidade de calor (Q) trocada pelo gás com o meio externo é dada por:

$$Q = mc_p \cdot \Delta T$$

Nessa expressão c_p representa o calor específico do gás, a pressão constante. A massa m pode ser colocada em função do número de mols (n) e da massa molar (M) do gás:

$$n = \frac{m}{M} \rightarrow m = nM$$

Assim, a expressão da quantidade de calor pode ser escrita como:

$$Q = nMc_p \cdot \Delta T$$

O produto $Mc_p = C_p$ representa **o calor específico molar** do gás a pressão constante. Portanto:

$$Q = nC_p \cdot \Delta T$$

O trabalho realizado durante a transformação isobárica é dado por:

$$\tau = p \cdot \Delta V$$

Transformação isométrica

Na transformação isométrica, o volume permanece constante e a pressão é diretamente proporcional à temperatura absoluta:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

Como o volume permanece constante, a variação de volume é nula e, portanto, não há realização de trabalho:

$$\Delta V = 0 \rightarrow \tau = 0$$

Aplicando o primeiro princípio da Termodinâmica a uma transformação isométrica, observamos que a variação de energia interna é igual à quantidade de calor trocada pelo sistema gasoso com o meio externo:

$$\Delta U = Q - \tau \;\; (\tau = 0) \rightarrow \Delta U = Q$$

Observações

- Se o gás recebe calor ($Q > 0$), sua energia interna aumenta.
- Se o gás cede calor ($Q < 0$), sua energia interna diminui.

A quantidade de calor Q para a transformação isométrica é dada por:

$$Q = nC_v \cdot \Delta T$$

Aí C_v representa o **calor específico molar** do gás a volume constante.

Podemos estabelecer uma comparação entre os dois calores específicos molares de um gás: C_p, a pressão constante, e C_v, a volume constante. Para isso, vamos considerar que uma massa gasosa seja levada de uma temperatura T_A para uma temperatura T_B, pelos dois processos (isobárico e isométrico), separadamente.

Nos dois casos, a variação de energia interna é a mesma, pois a variação de temperatura é a mesma para as duas transformações. Assim, temos:

$$\Delta U_p = \Delta U_v \rightarrow Q_p - \tau = Q_v$$

$$nC_p \cdot \Delta T - p \cdot \Delta V = nC_v \cdot \Delta T$$

Sendo $p \cdot \Delta V = nR \cdot \Delta T$:

$$nC_p \cdot \Delta T - nR \cdot \Delta T = nC_v \cdot \Delta T$$

$$C_p - C_v = R$$

Essa expressão é conhecida como **relação de Mayer**, válida para todos os gases ideais.

Transformação isotérmica

Na transformação isotérmica, a temperatura permanece constante e o volume é inversamente proporcional à pressão:

$$p_1V_1 = p_2V_2$$

Nessa transformação, a energia interna é constante e, portanto, não há variação na energia interna: $\Delta U = 0$. Assim, a quantidade de calor trocada com o meio externo é igual ao trabalho realizado na transformação:

$$\Delta U = Q - \tau \ (\Delta U = 0) \rightarrow Q = \tau$$

Observações

- Se o gás recebe calor, realiza trabalho na mesma quantidade.
- Se o trabalho é realizado sobre o gás, ele cede calor, na mesma quantidade, instante a instante.

Transformação adiabática

Na transformação adiabática, não há troca de calor entre o gás e o meio externo: $Q = 0$. De acordo com o primeiro princípio da Termodinâmica, a variação de energia interna é igual ao trabalho realizado, com sinal trocado:

$$\Delta U = Q - \tau \ (Q = 0) \rightarrow \Delta U = -\tau$$

Observações

- Se o trabalho é positivo (o gás, por meio de uma força, realiza trabalho), a variação de energia interna é negativa.
- Se o trabalho é negativo (o trabalho é realizado sobre o gás), a variação de energia interna é positiva.

Transformação cíclica

A transformação cíclica é um conjunto de transformações de tal forma que o estado final do gás coincide com o estado inicial. O gás sofre uma série de transformações, sendo que a última traz o gás de volta a sua pressão, volume e temperatura iniciais.

A figura 4 representa uma transformação cíclica $ABCA$ composta de três transformações AB, BC e CA.

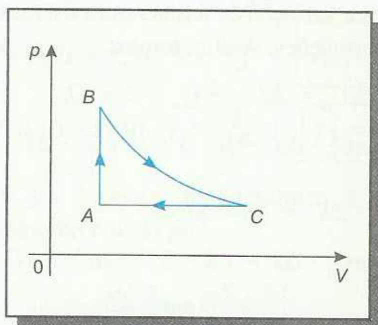


Figura 4 Numa transformação cíclica, a pressão, o volume e a temperatura assumem os mesmos valores antes e após a transformação.

Na transformação cíclica temos as seguintes condições:

- A variação de energia interna é nula ($\Delta U = 0$), pois $T_f = T_i$
- A quantidade de calor trocada com o meio externo é igual ao trabalho realizado na transformação:

$$\Delta U = Q - \tau \ (\Delta U = 0) \rightarrow Q_{\text{ciclo}} = \tau_{\text{ciclo}}$$

O trabalho realizado na transformação cíclica pode ser obtido pela área do ciclo, de acordo com seu sentido (figura 5):

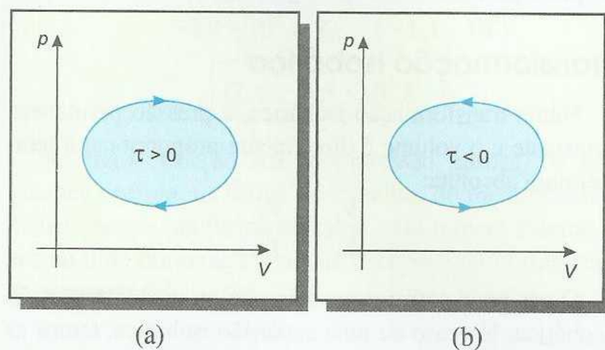
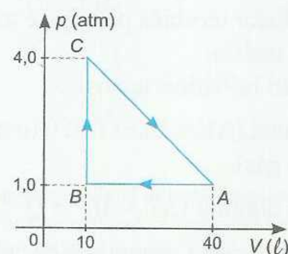


Figura 5 (*a*) Ciclo no sentido horário: conversão de calor em trabalho. (*b*) Ciclo no sentido anti-horário: conversão de trabalho em calor.

Exercício resolvido

A figura representa uma transformação cíclica $ABCA$ sofrida por um gás perfeito. Determine:



a) o trabalho realizado em cada transformação;
b) o trabalho no ciclo;
c) a quantidade de calor correspondente ao ciclo.

Resolução

a) A transformação AB é uma compressão isobárica: $p = 1{,}0$ atm (constante) e $\Delta V = -30\ \ell$. O trabalho realizado nessa transformação vale:

$$\tau_{AB} = p \cdot \Delta V$$

$$\tau_{AB} = 1{,}0(-30) = -30 \text{ atm} \cdot \ell$$

$$\boxed{\tau_{AB} = -3.000 \text{ J}}$$

A transformação BC é isométrica (volume constante):

$$\boxed{\tau_{BC} = 0}$$

Na transformação CA, o trabalho é dado pela área do trapézio:

$$\tau_{CA} = \frac{4{,}0 + 1{,}0}{2} \cdot 30 = 75 \text{ atm} \cdot \ell$$

$$\boxed{\tau_{CA} = 7.500 \text{ J}}$$

b) O trabalho realizado no ciclo pode ser obtido de dois modos: somatório dos trabalhos de cada transformação ou pela área do ciclo (triângulo).

$$\tau_{ciclo} = \tau_{AB} + \tau_{BC} + \tau_{CA}$$

$$\tau_{ciclo} = -3.000 + 0 + 7.500$$

$$\boxed{\tau_{ciclo} = 4.500 \text{ J}}$$

Ou:

$$\tau_{ciclo} = \text{área do ciclo (triângulo)}$$

$$\tau_{ciclo} = \frac{30 \cdot 3,0}{2}$$

$$\boxed{\tau_{ciclo} = 45 \text{ atm} \cdot \ell = 4.500 \text{ J}}$$

c) No ciclo, a variação de energia interna é nula. Assim, aplicando o primeiro princípio da Termodinâmica, temos:

$$\Delta U = Q - \tau$$

$$0 = Q - 4.500$$

$$\boxed{Q = 4.500 \text{ J}}$$

5. SEGUNDO PRINCÍPIO DA TERMODINÂMICA

Os fenômenos que nos rodeiam acontecem espontaneamente de uma determinada maneira e nunca ao contrário. Por exemplo, o café quente colocado em uma xícara tende, espontaneamente, a esfriar até atingir a temperatura do ambiente, mas por que o café à temperatura ambiente não esquenta espontaneamente?

Enquanto o primeiro princípio da Termodinâmica estabelece a conservação de energia em qualquer transformação, o segundo princípio estabelece condições para que as transformações termodinâmicas possam ocorrer.

Em relação à transferência de calor, o segundo princípio estabelece que:

> O calor não passa espontaneamente de um corpo de menor temperatura (frio) para um corpo de maior temperatura (quente).

E, em relação às máquinas térmicas que transformam calor em trabalho, estabelece o segundo princípio:

> Nenhuma máquina térmica consegue transformar integralmente calor em trabalho.

Uma máquina térmica é um sistema que recebe calor de uma fonte quente, converte em trabalho mecânico uma parte desse calor e o restante é rejeitado para uma fonte fria (figura 6).

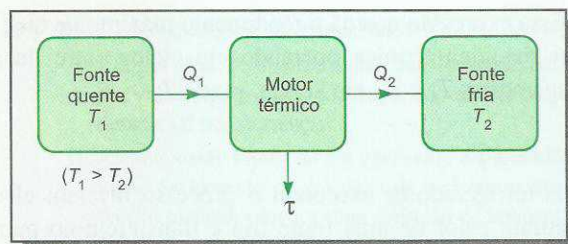


Figura 6 Máquina térmica.

De acordo com o primeiro princípio (conservação de energia), temos:

$$Q_1 = \tau + Q_2 \text{ ou } \tau = Q_1 - Q_2$$

O trabalho realizado pela máquina (energia útil) é dado pela diferença entre o calor recebido da fonte quente (Q_1) e o calor rejeitado (perdido) para a fonte fria (Q_2).

O rendimento (η) de uma máquina térmica é obtido comparando-se o trabalho realizado por ela com a quantidade de calor recebida:

$$\eta = \frac{\tau}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

Conforme o segundo princípio, é impossível uma máquina térmica apresentar rendimento igual a 1 (100%), ou seja, nenhuma máquina térmica converte integralmente calor em trabalho.

A potência de uma máquina térmica operando em ciclos é dada pelo quociente entre o trabalho realizado em cada ciclo e o correspondente intervalo de tempo:

$$\mathcal{P} = \frac{\tau}{\Delta t}$$

Nicolas L. S. Carnot realizou vários estudos sobre o rendimento das máquinas térmicas e idealizou um ciclo que proporcionaria um rendimento máximo a uma máquina térmica. Esse ciclo, denominado **ciclo de Carnot**, é constituído de duas transformações isotérmicas e duas adiabáticas, alternadas (figura 7).

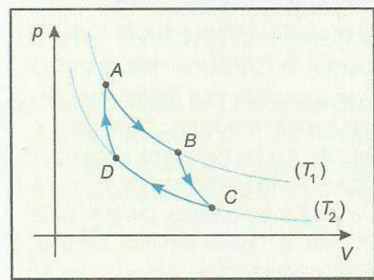


Figura 7 Ciclo de Carnot. *AB*: expansão isotérmica; *BC*: expansão adiabática; *CD*: compressão isotérmica e *DA*: compressão adiabática.

Em cada ciclo de Carnot, *ABCDA*, as quantidades de calor Q_1 e Q_2, trocadas com as fontes quente e fria, são proporcionais às respectivas temperaturas das fontes:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \rightarrow \eta_{máx.} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Essa expressão nos dá o rendimento máximo de qualquer máquina térmica operando em ciclos entre duas temperaturas T_1 e T_2, em kelvin, sendo $T_1 > T_2$.

Observação

- Os refrigeradores executam o processo inverso: eles retiram calor de uma fonte fria e transferem-no para uma fonte quente. Como essa transferência não é espontânea, os refrigeradores recebem trabalho mecânico de um agente externo — o compressor —, que é acionado por um motor elétrico (figura 8).

$$Q_1 = \tau + Q_2$$

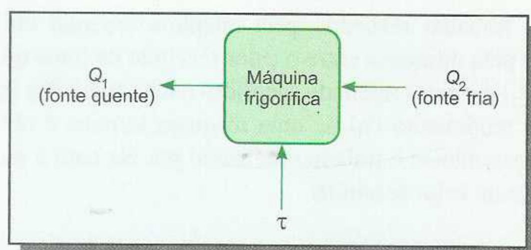


Figura 8 Esquema de um refrigerador.

A eficiência de um refrigerador é dada pelo quociente entre a quantidade de calor retirada da fonte fria e o trabalho mecânico realizado pelo compressor:

$$e = \frac{Q_2}{\tau}$$



CID

Moto-contínuo

Um velho sonho da humanidade é conseguir um moto-contínuo, ou seja, uma máquina capaz de funcionar indefinidamente, realizando trabalho sem a necessidade de uma fonte externa de energia: a máquina do movimento perpétuo.

Tal máquina, se existisse, estaria violando tanto o primeiro princípio quanto o segundo princípio da Termodinâmica. Além de a energia não poder ser criada, podendo apenas ser transformada ou transferida, é impossível a conversão integral de calor em trabalho.

O assunto já suscitou muitas discussões e, mais recentemente, foi tema do filme *Kenoma*, dirigido pela cineasta paulista Eliane Caffé e rodado em Itira, no Vale do Jequitinhonha, em Minas Gerais.

Muitos foram os engenhos que conseguiram enganar as pessoas durante algum tempo. Mas nenhum deles resistiu a uma análise mais apurada. O próprio Leonardo Da Vinci (1452-1519), artista, cientista e escritor, que deixou inúmeros projetos para a construção de máquinas altamente sofisticadas para sua época, já alertava para a impossibilidade de se conseguir tal máquina.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

4 (Unifenas-MG) Um gás ideal empurra um pistão de um cilindro, expandindo seu volume. A partir dessa informação, analise as afirmações abaixo:

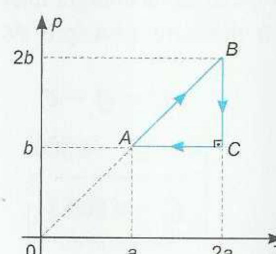
I. O trabalho realizado é positivo e a transformação é isobárica.
II. A temperatura do gás permanece constante.
III. A energia interna não variou.

As afirmações corretas são:

a) apenas I. c) apenas III. e) todas.
b) apenas II. d) nenhuma.

5 (Unip-SP) A energia interna U de n mols de um gás perfeito é dada pela expressão $U = \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2}pV$, em que R é a constante universal dos gases perfeitos, T é a temperatura absoluta do gás, p é a pressão do gás e V é o volume ocupado pelo gás.

O gráfico representa a pressão em função da temperatura absoluta para uma dada massa de um gás perfeito.



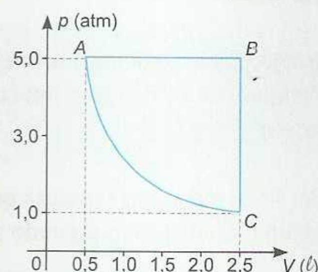
Considere as proposições que seguem:

I. Na transformação AB, o volume do gás permanece constante.
II. Na transformação BC, a energia interna do gás permanece constante.
III. A temperatura absoluta no estado B é o dobro da temperatura absoluta no estado A.
IV. Ao percorrer o ciclo $ABCA$, o gás não trocou energia com o meio externo.

Estão corretas somente:

a) I, II e III c) I e III e) III e IV
b) I e II d) II e IV

6 Um gás ideal, inicialmente no estado A, sofre três transformações termodinâmicas, percorrendo o seguinte ciclo: AB (expansão isobárica), BC (transformação isovolumétrica) e CA (compressão isotérmica). O gráfico da pressão em função do volume é mostrado na figura abaixo.



Em relação ao exposto, são feitas as seguintes afirmações:

I. O estado em que o gás possui menor temperatura é B.
II. Na transformação BC, o volume permanece constante, a pressão aumenta e a temperatura diminui.
III. O trabalho realizado na transformação AB vale 1.000 J.
IV. O trabalho, em módulo, realizado na transformação CA é maior do que 1.000 J.

Quais afirmativas estão corretas?

7 (Puc/Campinas-SP) A turbina de um avião tem rendimento de 80% do rendimento de uma máquina ideal de Carnot operando às mesmas temperaturas. Em vôo de cruzeiro, a turbina retira calor da fonte quente a 127 °C e ejeta gases para a atmosfera que está a −33 °C.

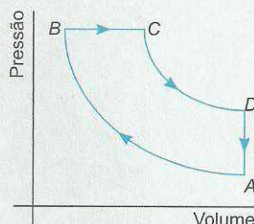
CID



O rendimento dessa turbina é de:

a) 80% b) 64% c) 50% d) 40% e) 32%

8 (UFCE) O "ciclo diesel" mostrado na figura representa o comportamento aproximado de um motor diesel. A substância de trabalho desse motor pode ser considerada um gás ideal. O processo *AB* é uma compressão adiabática, o processo *BC* é uma expansão a pressão constante, o processo *CD* é uma expansão adiabática e o processo *DA* é um resfriamento a volume constante.



Com relação a esses processos, assinale a opção correta:

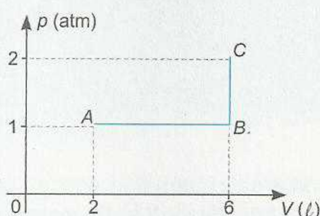
a) No processo *AB* a energia interna do sistema não varia.
b) No processo *BC* a energia interna do sistema diminui.
c) No processo *CD* a energia interna do sistema diminui.
d) No processo *DA* a energia interna do sistema aumenta.
e) No ciclo completo a variação da energia interna é positiva.

Exercícios complementares: do 12 ao 16.



ATIVIDADES COMPLEMENTARES

9 Um gás ideal sofre a transformação *ABC* indicada no gráfico.



a) Determine o trabalho realizado pelo gás nessa transformação.
b) Se durante a transformação o gás recebeu 1.900 J de calor, qual foi a variação de energia interna do gás?

10 (PUC-MG) Considere as afirmativas:

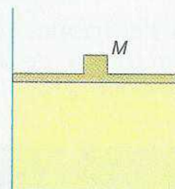
I. Um gás ideal, submetido a uma transformação em que seu volume permanece constante, não realiza trabalho durante tal transformação.

II. A compressão rápida de um gás, como a que se observa no enchimento de um pneu de bicicleta com uma bomba manual, provoca uma elevação de temperatura desse gás.

Assinale a alternativa correta:

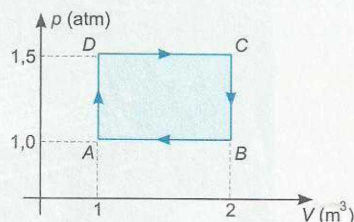
a) Somente a afirmativa I é correta.
b) Somente a afirmativa II é correta.
c) As duas afirmativas são corretas.
d) As duas afirmativas são falsas.

11 Certa quantidade de um gás é mantida sob pressão constante dentro de um cilindro com o auxílio de um êmbolo pesado, que pode deslizar livremente (veja figura). Uma quantidade de calor é, então, transferida lentamente para o gás. Nesse processo, o gás empurra o êmbolo e a temperatura do gás aumenta 20 °C.



a) O gás realiza trabalho nesse processo? Justifique.
b) O que acontece com a energia interna do gás?

12 (Unicamp-SP) Uma máquina térmica industrial utiliza um gás ideal, cujo ciclo de trabalho é mostrado na figura. A temperatura no ponto *A* é 400 K.
Utilizando 1 atm = 10^5 N/m^2, responda aos itens *a* e *b*.



a) Qual é a temperatura no ponto *C*?
b) Calcule a quantidade de calor trocada pelo gás com o ambiente ao longo de um ciclo.

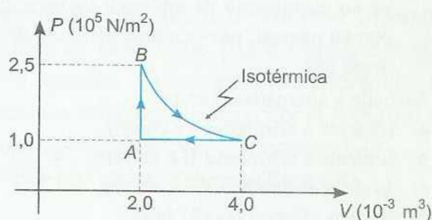
13 Um cilindro de 2 ℓ, com um êmbolo móvel, contém um gás ideal à pressão de 1 atm e temperatura de 300 K. O gás é aquecido isobaricamente até 600 K. Ilustre o processo em um diagrama pressão × volume e determine o trabalho realizado pelo gás, em joules.

14 (U. F. Viçosa-MG) Um folheto explicativo sobre uma máquina térmica afirma que ela, ao receber 1.000 cal de uma fonte quente, realiza 4.186 J de trabalho. Sabendo que 1 cal equivale a 4,186 J e com base nos dados fornecidos pelo folheto, você pode afirmar que essa máquina:

a) viola a primeira lei da Termodinâmica.
b) viola a segunda lei da Termodinâmica.
c) possui um rendimento nulo.
d) possui um rendimento de 10%.
e) funciona de acordo com o ciclo de Carnot.

15 (PAS/UnB-DF) Uma máquina térmica é um dispositivo que transforma calor em trabalho mecânico, operando sempre em ciclos, isto é, retornando periodicamente às condições iniciais.

O gráfico representa um desses ciclos.



Julgue estes itens, relativos ao ciclo representado:

I. O gráfico pode representar o ciclo de um motor térmico cujo cilindro suporta pressão interna de, no máximo, 1,5 atm.

II. A temperatura no ponto *A* é maior que aquela no ponto *B*.

III. No trajeto de *B* para *C*, o sistema não absorve calor, pois a temperatura não varia.

IV. O calor transformado em trabalho mecânico é inferior a 150 J.

16 (Esal-MG) Uma máquina térmica ideal funciona segundo o ciclo de Carnot. Em cada ciclo, o trabalho útil fornecido pela máquina é 2.000 J. As temperaturas das fontes quente e fria são, respectivamente, 127 °C e 27 °C. A quantidade de calor rejeitada para a fonte fria é:

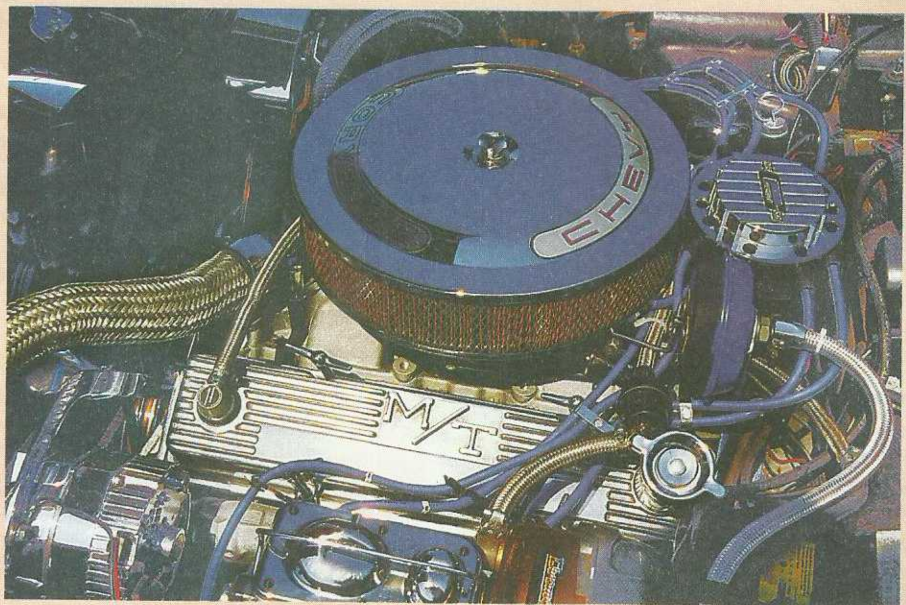
a) 6.000 J
b) 4.000 J
c) 7.000 J
d) 0
e) 5.000 J



ATIVIDADE ESPECIAL: Motor a gasolina

A queima de 1 ℓ de gasolina fornece $46 \cdot 10^6$ J na forma de calor, mas, para cada litro de gasolina que um motor a combustão comum queima, ele obtém apenas $16 \cdot 10^6$ J de energia útil.

Considere esse motor num automóvel de massa total 1.000 kg e que $g = 10$ m/s^2.



CID

Com base nessas informações, responda às questões.

1. Se toda energia útil obtida com 1 ℓ de gasolina fosse usada somente para levantar o automóvel, qual seria a altura obtida? Lembre-se de que a energia potencial gravitacional é dada por: $E_{pg} = mgh$.
2. Considere que esse automóvel esteja se movimentando numa estrada plana e horizontal, com velocidade constante, e faça 16 km/ℓ de combustível. Nessas condições, qual é o trabalho realizado pelas forças que se opõem ao movimento do carro a cada 16 km?
3. Qual é a intensidade da resultante dessas forças?
4. Qual é a quantidade de energia não aproveitada mecanicamente pelo motor para cada litro de gasolina consumido?
5. Determine o rendimento do motor.
6. Se a temperatura ambiente é 27 °C e a temperatura atingida na câmara de combustão quando da queima da gasolina é 727 °C, qual seria o rendimento de uma máquina de Carnot funcionando entre essas duas temperaturas?
7. Considerando o resultado obtido no item anterior, você acha que é possível melhorar o desempenho dos motores atuais?

Capítulo 19

LUZ

Mas no meu pequeno planeta,
bastava apenas recuar um pouco a cadeira.
E contemplavas o crepúsculo todas as vezes que desejavas...
— Um dia eu vi o Sol se pôr quarenta e três vezes!

Antoine de Saint-Exupéry

É pelo sentido da visão que obtemos a maior parte das informações a respeito do mundo que nos cerca. Percebemos distâncias, profundidades, cores, texturas, tamanhos e formas. Todas essas informações chegam até nós pela luz, uma forma de energia radiante que provém dos objetos e atinge nossos olhos.

Pela visão também identificamos a direção dos objetos. Quando apontamos para determinado objeto, estamos apontando para a direção de onde recebemos a luz. Estamos, portanto, habituados com a luz se propagando em linha reta.

Percebemos também que duas lâmpadas iluminam o mesmo ambiente de maneira independente, ou seja, a luz emanada de uma das lâmpadas não impede a propagação da luz que se origina na outra.

Ironicamente, quando olhamos para uma fotografia ou uma pintura realista, vemos os objetos, vemos as fontes de luz, mas não vemos a luz em si. Percebemos apenas as regiões em que ela está mais ausente, que são as sombras.

CID



Angelus, de Jean-François Millet.

Vejamos um pouco da história da ciência que estuda a luz e que chamamos de Óptica. Ao longo dos anos, muitos foram os colaboradores. Talvez os primeiros tenham sido Euclides, que viveu no século III a.C., com sua obra de geometria *Os elementos*, e Arquimedes, que, segundo alguns historiadores, concebeu e utilizou "espelhos ardentes", dispositivos que provocavam incêndios por meio de concentração de raios solares, durante a segunda guerra púnica, em 214 a.C.

Os primeiros registros da utilização de um telescópio datam de 1608 na Holanda. Em 1609, Galileu adquiriu um telescópio, aperfeiçoou-o e utilizou-o em suas observações astronômicas. Suas descobertas contribuíram significativamente para a implantação do sistema heliocêntrico. Posteriormente, Newton desenvolveu o telescópio de reflexão e, em 1672, apresentou a sua *Nova teoria sobre a luz e o calor*.

No século XIX, o físico britânico James C. Maxwell (1831-1879) demonstrou, com suas pesquisas sobre a visão e as cores, que a luz se propaga em ondas. Já no século XX, os trabalhos de Einstein sobre o comportamento da luz contribuíram para o assentamento dos pilares da Física Moderna.

Hoje sabemos que a luz é uma forma de energia que se propaga em ondas eletromagnéticas. As ondas eletromagnéticas (Raios X, ultravioleta, luz visível, infravermelho, ondas de rádio) foram previstas teoricamente por Maxwell e, em 1887, detectadas por Hertz. Uma das principais aplicações dessas ondas veio em seguida, com os trabalhos de Marconi, que inaugurou a era das radiocomunicações.

1. LUZ

A luz é uma forma de energia radiante que sensibiliza nossos órgãos visuais. Ela se propaga nos meios materiais e também no vácuo. A luz que recebemos do Sol — estrela mais próxima da Terra — percorre uma distância de 150 milhões de quilômetros, a uma velocidade de 300 mil quilômetros por segundo, em 8 minutos e 20 segundos.

Em virtude de as distâncias astronômicas serem representadas por números extremamente grandes, é muito comum a utilização da grandeza denominada **ano-luz**, definida como a "distância percorrida pela luz no vácuo em um ano".

Considerando que 1 ano corresponde a $3,15 \cdot 10^7$ s e a velocidade da luz no vácuo é igual a $3,0 \cdot 10^8$ m/s, então, no S.I.:

$$1 \text{ ano-luz} = 3,0 \cdot 10^8 \text{ (m/s)} \cdot 3,15 \cdot 10^7 \text{ (s)}$$

$$1 \text{ ano-luz} = 9,5 \cdot 10^{15} \text{ m} = 9,5 \cdot 10^{12} \text{ km}$$

2. RAIOS DE LUZ

Os raios de luz são linhas orientadas que representam a direção e o sentido de propagação da luz. Os raios de luz não têm existência física; são meros elementos geométricos de representação.

Um conjunto de raios de luz (feixe de luz) é denominado **pincel de luz** (figura 1).

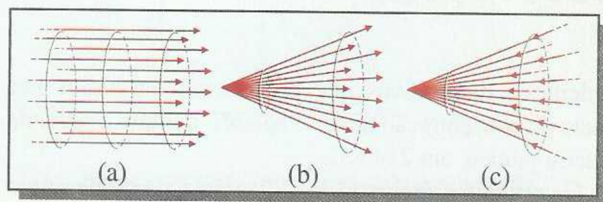


Figura 1 (*a*) Pincel cilíndrico, (*b*) pincel cônico divergente e (*c*) pincel cônico convergente.

3. FENÔMENOS DA PROPAGAÇÃO DA LUZ

Quando a luz atinge a fronteira entre dois meios ópticos, podem ocorrer basicamente três fenômenos luminosos: reflexão, refração e absorção (figura 2).

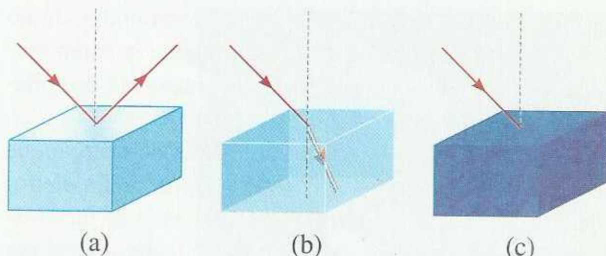


Figura 2 (*a*) Reflexão luminosa, (*b*) refração luminosa e (*c*) absorção luminosa.

Em geral, os três fenômenos acontecem simultaneamente. Por exemplo, em uma piscina, a luz solar é refletida na superfície da água e, ao mesmo tempo, a água é aquecida pela absorção da energia radiante enquanto o seu fundo é iluminado pela luz refratada. A análise em separado de cada um dos fenômenos se faz apenas por uma questão de simplicidade e clareza.

Observações

- A reflexão pode ser regular ou difusa, dependendo de a superfície refletora ser lisa ou áspera. Nos espelhos em geral, temos reflexão regular, enquanto, numa parede de caiada, temos a reflexão difusa (figura 3).

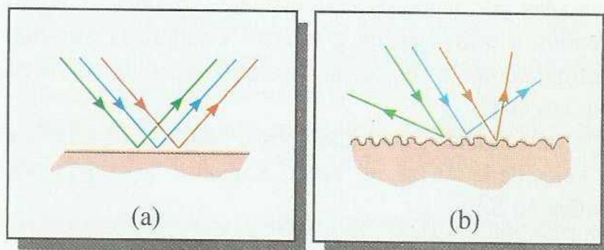


Figura 3 (*a*) Reflexão regular e (*b*) reflexão difusa.

- A mesma distinção pode ser feita quando a luz se refrata. A refração pode ser regular, como numa superfície tranqüila das águas de um lago, ou difusa, como numa janela de vidro fosco.

4. ORIGEM DA LUZ

Existem determinados corpos que emitem luz naturalmente, sendo chamados de **corpos luminosos**. Os corpos luminosos constituem as fontes primárias de luz. Como exemplo, temos as estrelas (fontes naturais) e as lâmpadas acesas (fontes artificiais).

A maioria dos corpos, como, por exemplo, a Lua e as páginas deste livro, em condições normais, não emitem luz; não são luminosos. Esses corpos somente são visíveis quando refletem a luz que recebem: são as fontes de luz secundárias, chamadas de **corpos iluminados**.

Os corpos iluminados podem, em determinadas situações, tornar-se corpos luminosos. Como exemplo, podemos citar um metal aquecido ao rubro ou um fragmento de carvão em brasa.

5. TRANSPARÊNCIA DE OBJETOS E SUBSTÂNCIAS

De acordo com sua transparência, os objetos podem ser classificados em:

- **transparentes** — permitem a passagem da luz de uma maneira regular, como, por exemplo, um aquário ou o vidro de uma ampulheta.
- **opacos** — não permitem a passagem da luz, como, por exemplo, uma parede de tijolos.
- **translúcidos** — embora permitam a passagem da luz, isso não acontece de maneira regular, tornando difusa a visualização das imagens. É o caso do vidro fosco e do papel de seda.

Com relação às substâncias, elas podem ser opacas ou transparentes. No primeiro caso, a substância não permite a propagação da luz, enquanto no segundo elas se constituem no meio de propagação, como, por exemplo, o ar, o vidro e a água, entre outros.

6. A COR DE UM CORPO

A luz branca (branco-amarelado) que recebemos do Sol é uma radiação policromática (várias cores). As cores componentes da luz branca solar são sete: vermelho, alaranjado, amarelo, verde, azul, anil e violeta.

Quando os objetos são iluminados com luz solar, eles não se comportam todos do mesmo modo em relação às componentes da luz branca. Algumas componentes são absorvidas, outras, refletidas.

Na determinação da cor de um corpo, o importante é a componente, ou as componentes, refletida difusamente pelo objeto. Se um objeto iluminado com luz branca solar refletir de forma difusa só a componente verde, ele

será visto na cor verde; se refletir somente o azul, será visto na cor azul, e assim sucessivamente. O corpo branco é aquele que reflete difusamente todas as cores componentes da luz branca, e um corpo negro é aquele que absorve todas as cores que nele incidem.

Vemos assim que a nossa percepção de cores depende de vários fatores, como fonte de luz usada, luz refletida difusamente e nossa sensibilidade visual em relação à luz refletida.

7. PRINCÍPIOS DA ÓPTICA GEOMÉTRICA

A Óptica geométrica se alicerça em três princípios básicos:

- **princípio da propagação retilínea** — um meio é denominado **homogêneo** quando apresenta as mesmas propriedades em todos os seus pontos. O princípio da propagação retilínea estabelece que:

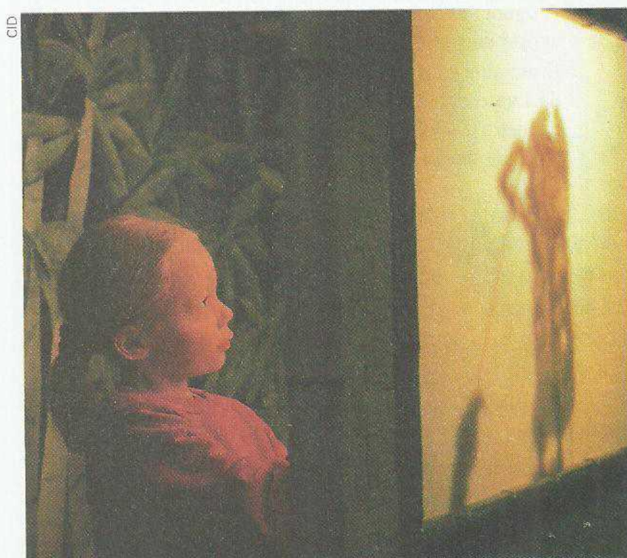
> Nos meios homogêneos e transparentes, a luz se propaga em linha reta.

- **princípio da independência dos raios luminosos** — quando vários feixes luminosos, emitidos por fontes diferentes, propagam-se simultaneamente, cada um deles se comporta como se os outros não existissem. Isso significa dizer que os feixes podem se cruzar sem que um altere a propagação do outro.
- **princípio da reversibilidade dos raios luminosos** — a trajetória de um raio de luz não se modifica quando se inverte o sentido de sua propagação.

8. SOMBRA E PENUMBRA

Em Óptica, a palavra **sombra** significa "região não-iluminada". Ela pode ser produzida pela interposição de um objeto opaco entre uma fonte de luz e um anteparo, sendo uma conseqüência da propagação retilínea da luz.

CID



Teatro de sombras balinês.

Ao produzir sombras, podemos observar que algumas delas se apresentam com contornos bem-definidos e outras não (figura 4).

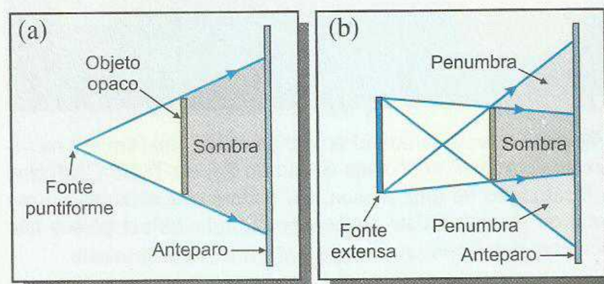


Figura 4 (*a*) Região totalmente escura (sombra), com um contorno bem-definido, seguido de uma região totalmente clara; (*b*) região totalmente escura (sombra) com contornos não muito bem-definidos, uma região que gradativamente vai clareando (penumbra) e, finalmente, uma região totalmente clara.

9. CÂMARA ESCURA DE ORIFÍCIO

A câmara escura de orifício é um dispositivo utilizado na comprovação do princípio da propagação retilínea da luz. Basicamente, a câmara escura consiste numa caixa cujas paredes são de material opaco, sendo que, em uma das paredes, existe um orifício para a penetração da luz. Colocando um objeto luminoso, ou iluminado, na frente da parede com o orifício, obteremos, na parede oposta, uma imagem invertida desse objeto (figura 5).

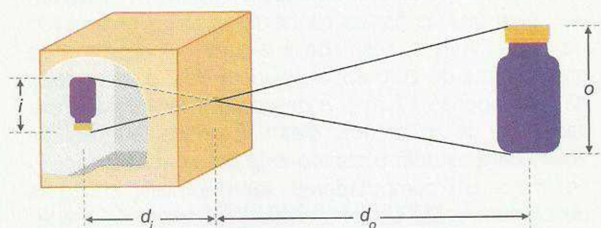


Figura 5 Câmara escura de orifício.

Por semelhança de triângulos, podemos mostrar que:

$$\frac{d_i}{d_o} = \frac{i}{o}$$

Observação

- A câmara escura de orifício ilustra o princípio básico de funcionamento de uma máquina fotográfica.

10. ECLIPSES

A palavra **eclipse** significa "ocultação", total ou parcial, de um astro pela interposição de um outro, entre o astro e o observador, ou entre um astro luminoso e outro iluminado (figura 6).

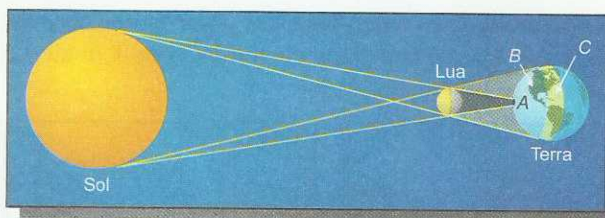


Figura 6 O eclipse do Sol ocorre quando a Lua, em seu movimento de translação, coloca-se entre o Sol e a Terra. Conforme a localização de uma pessoa, ela poderá observar um eclipse total ou parcial. Existe ainda a possibilidade de a pessoa não perceber o eclipse.

Observações

- Uma pessoa colocada na região *A* observa um eclipse total do Sol. Ela se encontra na região de sombra.
- Uma pessoa colocada na região *B*, região de penumbra, observa um eclipse parcial.
- Uma pessoa colocada em qualquer ponto da região *C*, região totalmente iluminada, não observa o eclipse.

Físicos restringem a velocidade da luz

[...] Uma física dinamarquesa, Lene Vestergaard Hau, que trabalha na Universidade de Harvard, espera em breve reduzir a velocidade da luz à de uma lenta tartaruga: 40 m/h. Numa entrevista coletiva, ela disse estar trabalhando numa direção que permitirá que "disparemos um raio luminoso, saiamos para tomar uma xícara de café e retornemos a tempo de observar o raio chegando ao seu destino".

Hau, dois de seus estudantes de graduação e o físico Steve Harris, da Universidade de Stanford, utilizaram um meio que os físicos conhecem como Condensado de Bose-Einstein, resfriado a alguns bilionésimos de graus acima do zero absoluto, para frear a velocidade da luz a apenas 17 m/s. A descoberta tem uma ampla variedade de aplicações. Elas vão desde ferramentas novas para estudar o estado da matéria até aplicações possíveis em computadores, interruptores, sistemas de comunicação, equipamentos para televisão e aparelhos para a visão noturna.

O meio utilizado para a travessia retardada de um raio luminoso na experiência, o chamado Condensado de Bose-Einstein, é um aglomerado atômico resfriado à temperatura de apenas 50 bilionésimos de grau acima do zero absoluto. Essa temperatura extremamente baixa foi obtida em etapas, utilizando feixes de *laser* para reduzir a vibração dos átomos num gás confinado. A temperatura obtida, uma das menores já alcançadas em laboratório, é de longe mais baixa que a encontrada na natureza, mesmo nas profundezas do espaço, em regiões distantes do calor estelar.

O Condensado de Bose-Einstein é uma homenagem à dupla de físicos — Satyendra Nath Bose e Albert Einstein — que previu sua existência. Ele foi obtido pela primeira vez em laboratório há quatro anos e, desde então, transformou-se em objeto de intensa pesquisa na Europa e nos Estados Unidos.

Fonte: Malcolm W. Browne, *O Estado de S. Paulo*, 19 fev. 1999.

Para obter outros textos publicados pelo jornal **O Estado de S. Paulo**, ou propostas de atividades, consulte o site **Estadão na escola** (www.estadao-escola.com.br).



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 (UFMS) Os quasares, objetos celestes semelhantes às estrelas, são os corpos mais distantes da Terra já observados. Verificou-se, pelas medidas astronômicas, que a distância entre um determinado quasar e a Terra é $9 \cdot 10^{22}$ km. Sabendo que a velocidade da luz no vácuo é $3 \cdot 10^{8}$ m/s e que um ano-luz é a distância percorrida pela luz no vácuo durante um ano (365 dias), assinale as afirmativas corretas.

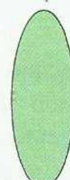
I. Um ano-luz é igual a aproximadamente $9{,}5 \cdot 10^{12}$ km.
II. A luz emitida pelo quasar leva aproximadamente $9 \cdot 10^{9}$ anos para chegar à Terra.
III. A distância do quasar à Terra é igual a aproximadamente $1 \cdot 10^{10}$ anos-luz; isso significa que, se esse quasar desaparecer, o evento será percebido na Terra somente após $1 \cdot 10^{10}$ anos.

2 (U. F. Ouro Preto-MG) A figura mostra uma fonte de luz branca (lâmpada). À sua direita, um filtro vermelho.

a) Qual é a cor da luz transmitida?
b) À direita do filtro vermelho encontra-se um objeto *O*, verde. Qual é a cor desse objeto quando iluminado pela luz transmitida?





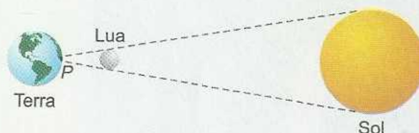


3 (Enem) A sombra de uma pessoa que tem 1,80 m de altura mede 60 cm. No mesmo momento, a seu lado, a sombra projetada de um poste mede 2,00 m. Se, mais tarde, a sombra do poste diminuiu 50 cm, a sombra da pessoa passou a medir:
a) 30 cm b) 45 cm c) 50 cm d) 80 cm e) 90 cm

4 Um poste de 3,0 m de altura está a 5,0 m do orifício de uma câmara escura e a imagem que se forma no fundo da câmara mede 12 cm.

a) Qual é a distância da imagem ao orifício da câmara?
b) Para se obter uma imagem do poste com 6,0 cm, a câmara deve se aproximar ou se afastar do poste? Justifique.

5 A figura ilustra um eclipse do Sol como o ocorrido em 11 de agosto de 1999. Num dado instante, a Terra, a Lua e o Sol ficam alinhados e, para um observador no ponto *P*, o disco da Lua encobre exatamente o disco do Sol. Sabe-se que o diâmetro do Sol é 400 vezes o diâmetro da Lua e que a distância do ponto *P* ao centro da Lua é 375 mil quilômetros.



Assinale certo ou errado nas afirmativas abaixo:

I. Para um observador colocado em *P*, o eclipse é parcial.
II. Para um observador colocado em *P* é noite e o eclipse é total.
III. A distância de *P* ao centro do Sol é 400 vezes 375 mil quilômetros.
IV. A figura está em escala.

Exercícios complementares: do 6 ao 10.



EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

6 (UFES) A luz proveniente da explosão de uma estrela percorre 4,6 anos-luz para chegar à Terra, quando, então, é observada em um telescópio. Pode-se afirmar que:

a) a estrela estava a 365 mil quilômetros da Terra.
b) a estrela estava a 13,8 milhões de quilômetros da Terra.
c) a estrela estava a 4,6 bilhões de quilômetros da Terra.
d) a estrela tinha 4,6 milhões de anos quando a explosão ocorreu.
e) a explosão ocorreu 4,6 anos antes da observação.

7 (UFMG) Um laboratório fotográfico usa luz monocromática vermelha para revelação e cópia de filmes. Um objeto que, sob luz branca, se apresenta na cor verde pura, dentro desse laboratório, será visto na cor:

a) branca. c) vermelha. e) violeta.
b) preta. d) verde.

8 (Ceeteps-SP) Uma placa retangular de madeira tem dimensões 40 cm × 25 cm. Ela é presa ao teto de uma sala por um fio que passa por seu baricentro, permanecendo horizontalmente a 2,0 m do assoalho e a 1,0 m do teto. Bem junto do fio, no teto, há uma lâmpada cujo filamento tem dimensões desprezíveis. Determine as dimensões da área da sombra projetada pela placa no assoalho.

9 (FEI-SP) Um dos métodos para medir o diâmetro do Sol consiste em determinar o diâmetro de sua imagem nítida, produzida sobre um anteparo por um orifício pequeno, feito em um cartão paralelo a esse anteparo. Em um experimento realizado por esse método, foram obtidos os seguintes valores:

diâmetro da imagem = 9 mm
distância do orifício à imagem = 1,0 m
distância do Sol à Terra = $1,5 \cdot 10^{11}$ m

Qual é aproximadamente o diâmetro do Sol medido por esse método?

a) $1,5 \cdot 10^{8}$ m c) $2,7 \cdot 10^{8}$ m e) $1,5 \cdot 10^{9}$ m
b) $1,35 \cdot 10^{9}$ m d) $1,35 \cdot 10^{8}$ m

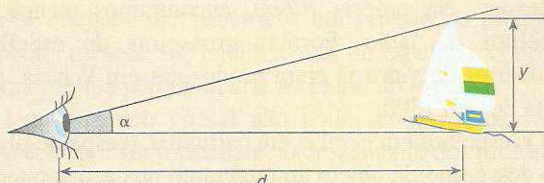
10 (Unisinos-RS) A fase da Lua na qual é possível ocorrer um eclipse solar é:

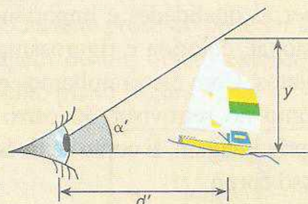
a) nova. c) quarto crescente. e) qualquer.
b) quarto minguante. d) cheia.



ATIVIDADE ESPECIAL: *Câmara escura de orifício*

À medida que nos aproximamos de um objeto, um prédio por exemplo, nós o visualizamos sob um ângulo maior; o objeto não aumenta de tamanho, mas podemos observá-lo com uma riqueza de detalhes cada vez maior. A aproximação de um objeto acarreta um aumento visual para o observador. O ângulo visual de observação de um objeto é conhecido como **ângulo de visada** (α).

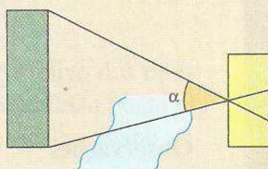




Duas posições (*d* e *d'*) e os respectivos ângulos visuais (α e α') de observação de um mesmo objeto (y).

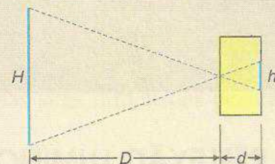
Esta atividade tem como objetivo medir a altura de um edifício, utilizando uma câmara escura de orifício. Usando uma caixa de sapatos de 10 cm de profundidade, uma jovem estudante constrói uma câmara escura. Ela mora às margens de um rio. Visando um edifício situado na margem oposta, com a face da caixa paralela à face frontal do edifício, ela mede cuidadosamente a altura da imagem obtida e verifica que tem 5 cm. A seguir, a jovem se afasta mais 10 m do prédio e obtém uma outra imagem, desta vez com 4 cm de altura. As figuras seguintes, que estão fora da escala, ilustram todo o processo.

Com base nessas informações, responda às questões.





1. No esquema, mesmo fora de escala, é possível obter algumas conclusões. O que acontece com o ângulo de visada (α) quando a câmara se afasta do objeto? Aumenta, diminui ou permanece o mesmo?
2. O que acontece com o tamanho do prédio quando dele nos afastamos? Aumenta, diminui ou permanece o mesmo?
3. Considere a 1ª situação. Sejam H_1 a altura do edifício, D_1 a distância do edifício à câmara, h_1 o tamanho da imagem e d_1 a profundidade da câmara (veja figura). Qual é a relação matemática entre essas grandezas?
4. Considere, agora, a 2ª situação. Represente as grandezas por H_2, D_2, h_2 e d_2. Quais dessas grandezas apresentam o mesmo valor que na primeira situação? Qual é a nova relação matemática entre essas grandezas?



5. Dividindo uma equação pela outra, as grandezas iguais se cancelam. Nessas condições, determine a distância original do prédio (D_1) até a câmara, utilizando os dados numéricos obtidos pela jovem.
6. Determine a altura do prédio (H).

Capítulo 20

REFLEXÃO LUMINOSA

No reflexo do espelho auridebruado
as costas não decoradas da árvore anã
olhavam para as costas tesas da coruja empalhada

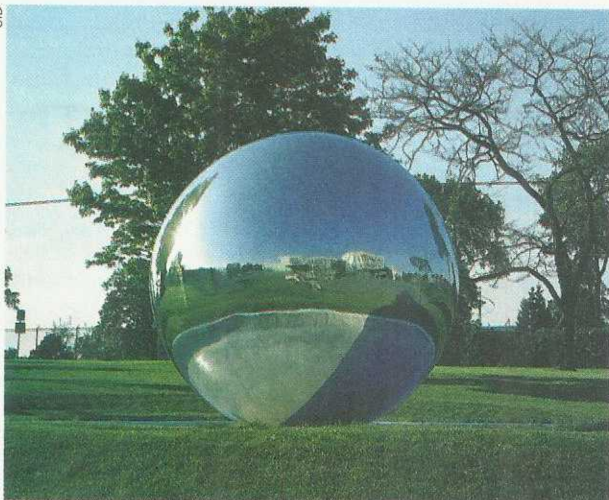
James Joyce

Na superfície plana de uma poça d'água, temos uma reflexão regular da luz, portanto ela pode funcionar como um espelho plano. Talvez esse tenha sido o primeiro espelho plano usado pelo homem.

Quanto aos espelhos, tais como os conhecemos hoje, são muito antigos. No Antigo Egito já eram usados espelhos de bronze. Tanto na Grécia quanto na Roma Antiga superfícies de prata polida já eram usadas para produzir reflexões. Na própria *Bíblia*, encontramos menção a espelhos de latão. Formas grosseiras de espelhos recobertos de vidro já eram produzidas em Veneza, por volta do ano 1300.

Os espelhos em geral e, em particular, o espelho plano são desse tipo de objeto ao qual tanto nos acostumamos que deixamos de perceber as qualidades e importância. Sua imagem é tridimensional, colorida e rigorosamente fiel às dimensões dos objetos. Com eles ampliamos nossos limites de visão, como no retrovisor do carro ou quando vemos nossa própria imagem. É como se tivéssemos os olhos fora de nosso corpo.

CID



1. REFLEXÃO LUMINOSA

O fenômeno da reflexão luminosa ocorre quando um raio de luz incide na superfície de separação de dois meios e retorna ao meio de origem (figura 1).

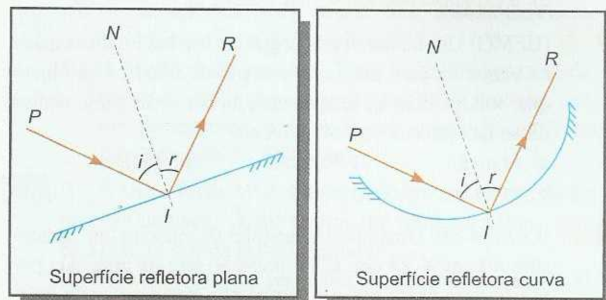


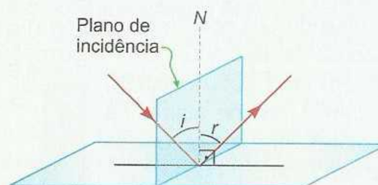
Figura 1 Reflexão luminosa em duas superfícies refletoras: plana e curva.

Na figura, temos:

PI: raio de luz incidente
I: ponto de incidência na superfície refletora *S*
IR: raio de luz refletido pela superfície *S*
N: normal à superfície refletora no ponto *I* de incidência
i: ângulo de incidência (*PIN*)
r: ângulo de reflexão (*RIN*)

A reflexão luminosa de um raio de luz obedece a duas leis:

- O raio incidente (*PI*), o raio refletido (*IR*) e a normal (*N*), no ponto de incidência, estão no mesmo plano.
- A medida do ângulo de incidência (*i*) é igual à medida do ângulo de reflexão (*r*): $i = r$.



Observações

- As leis da reflexão luminosa são válidas tanto para superfícies lisas quanto para rugosas.
- Numa superfície rugosa, devido a sua irregularidade, a reta normal, ponto por ponto, tem direção diferente. Assim sendo, a luz é refletida em todas as direções. A reflexão difusa é responsável pela nossa visão dos objetos iluminados.

2. ESPELHOS PLANOS

Os espelhos planos constituem os chamados **sistemas ópticos refletores**, associando uma imagem a um objeto.

Considerando apenas um sistema óptico, o objeto (um ponto ou um conjunto de pontos) pode ser:

- **real** — quando determinado pelo cruzamento efetivo dos raios luminosos incidentes no sistema óptico.
- **virtual** — quando determinado pelo cruzamento dos prolongamentos dos raios luminosos incidentes.

A imagem (um ponto ou um conjunto de pontos) também pode ser:

- **real** — quando determinada pelo cruzamento efetivo dos raios luminosos refletidos (emergentes) do sistema óptico;
- **virtual** — quando determinada pelo cruzamento dos prolongamentos dos raios luminosos refletidos do sistema óptico (figura 2).

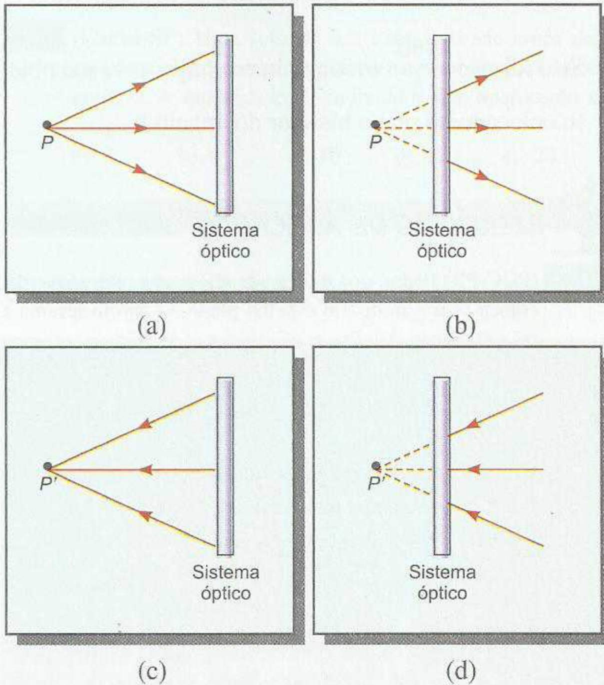


Figura 2 (*a*) Ponto objeto real (POR), (*b*) ponto objeto virtual (POV), (*c*) ponto imagem real (PIR) e (*d*) ponto imagem virtual (PIV).

Imagem no espelho plano

Na figura 3, o ponto O (cruzamento efetivo dos raios incidentes) representa um ponto objeto real. Do ponto O partem raios de luz que atingem o espelho plano E, sofrendo reflexão luminosa regular.

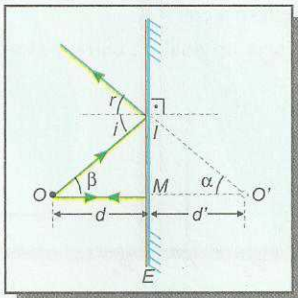


Figura 3 O espelho plano E associa ao ponto O (ponto objeto real) o ponto O' (ponto imagem virtual).

A construção da imagem em um espelho plano é feita do seguinte modo:

- Primeiramente, obtemos o ponto O', simétrico do ponto O, em relação ao plano do espelho.

Pontos simétricos em relação a um plano são aqueles que estão numa mesma perpendicular a esse plano e, além disso, são eqüidistantes desse mesmo plano.

- Em seguida, traçamos o raio incidente OI. O raio refletido é traçado como se ele se originasse no ponto O' e passasse pelo espelho no ponto I.

Os triângulos OIM e $O'IM$ são congruentes. Logo:

$$\beta = \alpha$$

Como $i = \beta$ e $r = \alpha$ (ângulos alternos internos),

A medida do ângulo de incidência é igual à medida do ângulo de reflexão.

Nos espelhos planos, o ponto objeto e seu respectivo ponto imagem são simétricos em relação ao plano do espelho, ou seja, são eqüidistantes do espelho e contidos numa mesma perpendicular ao plano do espelho.

Uma imagem virtual não pode ser projetada sobre uma tela, por ser formada pelo cruzamento dos prolongamentos dos raios que emergem do sistema óptico.

O mesmo processo pode ser aplicado para obtenção da imagem de um objeto extenso AB, conjugada por um espelho plano (figura 4).

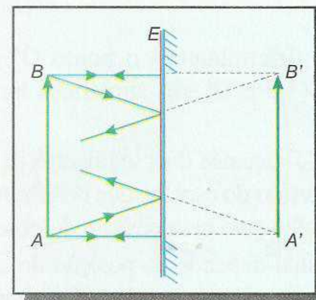


Figura 4 Imagem de um objeto extenso conjugada por um espelho plano.

Observação

- O objeto e sua respectiva imagem possuem as mesmas dimensões, independentemente da distância a que esteja o objeto do espelho. Quando um carro, por exemplo, se afasta de nossos olhos, ele será visto sob um ângulo visual cada vez menor, mas suas dimensões permanecem as mesmas.

O espelho plano não inverte a imagem. O termo correto é **reversão**: a imagem corresponde ao "avesso" do objeto. Objetos simétricos, como o ser humano, por exemplo, possuem um lado que é exatamente o avesso

do outro em relação ao eixo de simetria. A mão direita corresponde ao avesso da esquerda, assim como outras partes.

CID



Menina cantando ao espelho, de Jean Etienne Liotard.

Campo visual de um espelho plano

Consideremos uma pessoa enxergando uma certa região do espaço por um espelho plano. Essa região é denominada **campo visual do espelho** (figura 5).

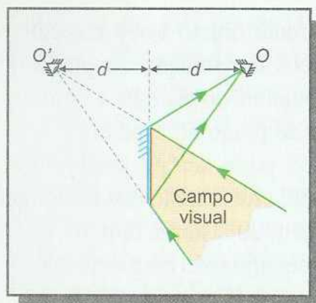


Figura 5 Determinação do campo visual de um espelho plano.

A determinação do campo visual é feita do seguinte modo:

- Inicialmente, determinamos o ponto O', imagem do observador O (O e O' são simétricos em relação ao espelho).
- A partir de O', traçamos dois segmentos de reta tangenciando os extremos do espelho que determinam o campo visual do espelho para essa posição do observador.

O campo visual depende da posição do observador e da geometria do espelho (tamanho e forma).

Imagens em dois espelhos planos

A associação de espelhos planos nos permite obter várias imagens de um mesmo objeto (figura 6).

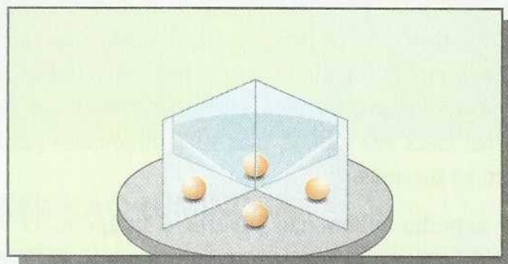


Figura 6 Um objeto e suas três imagens obtidas pela associação de dois espelhos planos perpendiculares entre si.

Dependendo do ângulo entre os espelhos, podemos obter um número relativamente grande de imagens. Teoricamente, obtêm-se infinitas imagens no caso de espelhos paralelos.

O número (n) de imagens formadas na associação de dois espelhos planos depende do ângulo θ entre eles e é dado por:

$$n = \frac{360°}{\theta} - 1$$

Isso será válido nos seguintes casos:

- Se a relação $\frac{360}{\theta}$ for um número par para um objeto colocado em qualquer ponto entre os dois espelhos.
- Se a relação $\frac{360}{\theta}$ for um número ímpar para um objeto colocado no plano bissetor do ângulo θ.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 (PUC-PR) Pedro, que utiliza seu relógio na mão esquerda, coloca-se a 3 m de um espelho plano. O garoto levanta a mão esquerda. Analise as afirmações a seguir:

I. Pedro vê sua imagem a 6 m de si.

II. A imagem é invertida, isto é, está com os pés para cima.

III. A imagem levanta a mão que não possui relógio.

IV. A imagem tem a mesma altura do garoto.

Assinale a única alternativa correta.

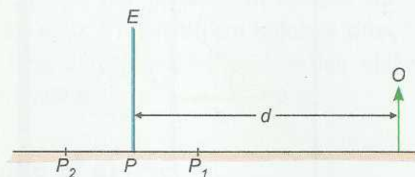
a) Apenas I.
b) I e IV.
c) Apenas II.
d) I e III.
e) II e IV.

2 (UFCE) A figura mostra um objeto, O, diante do espelho plano E, em posição vertical. Originalmente, o espelho está na posição P, a uma distância d do objeto. Deslocando-se o espelho para a posição P_1, a distância da imagem do objeto até o espelho é 7 cm. Se o espelho é deslocado para a posição P_2, a distância da imagem para o espelho passa a ser 11 cm. P_1 e P_2 estão a igual distância de P. Podemos afirmar que:

I. com o espelho na posição P_1, a distância do objeto O ao espelho é 7 cm.

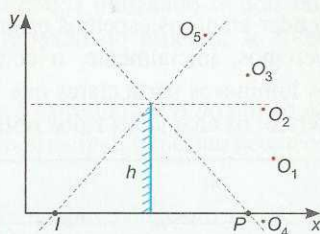
II. com o espelho na posição P_2, a distância do objeto O ao espelho é 4 cm.

III. a distância original, d, entre o espelho e o objeto é 9 cm.



3 (UFRN) No plano xy da figura, encontramos representado um espelho plano vertical de altura h, um objeto puntual P

e sua imagem I, três retas auxiliares (tracejadas) e os observadores O_1, O_2, O_3, O_4 e O_5, que desejam ver a imagem I do objeto.



Diante do exposto, conclui-se que:

a) apenas O_1, O_2 e O_3 verão a imagem.
b) apenas O_1 verá a imagem.
c) apenas O_5 verá a imagem.
d) só O_4 não verá a imagem.
e) todos verão a imagem.

4 (ESPM-SP) Uma foto de um casal é tirada entre dois espelhos planos verticais que formam um ângulo de 60° entre si. A quantidade de indivíduos que aparecerão na chapa é:

a) 2 b) 4 c) 10 d) 12 e) 20

Exercícios complementares: do 9 ao 11.

3. ESPELHOS ESFÉRICOS

CID



O espelho esférico é construído a partir do espelhamento de uma calota esférica. Quando o espelhamento é feito na superfície interna da calota, o espelho esférico é denominado **côncavo** e, quando o espelhamento é feito na superfície externa da calota, o espelho esférico é **convexo** (figura 7).

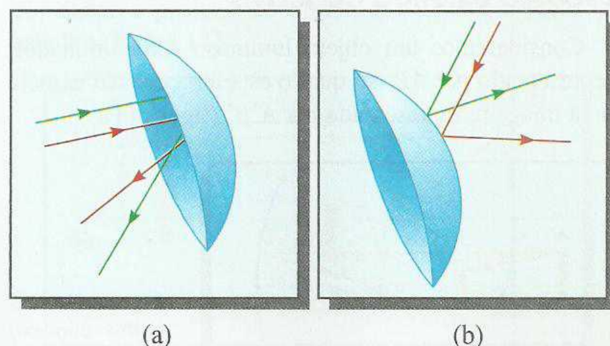


Figura 7 (*a*) Espelho esférico côncavo e (*b*) espelho esférico convexo.

A representação de um espelho esférico está mostrada na figura 8:

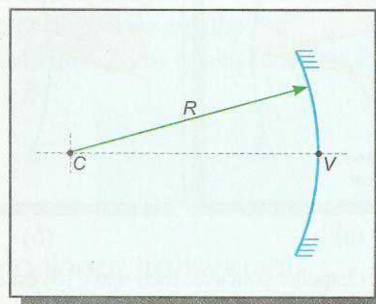


Figura 8 Representação de um espelho esférico côncavo.

Na figura, temos:

C: centro de curvatura do espelho
R: raio de curvatura do espelho
V: vértice do espelho
CV: eixo principal do espelho

4. CONDIÇÕES DE NITIDEZ DE GAUSS

Estudaremos a reflexão luminosa nos espelhos esféricos, dando destaque àqueles que obedecem às condições de nitidez de Gauss. Para que um espelho esférico obedeça às condições de Gauss, é preciso que (figura 9): os raios luminosos que atingem o espelho sejam paralelos ou pouco inclinados em relação ao eixo principal do espelho, e próximos do vértice, ou seja, a região útil do espelho deve ser, no máximo, 10°.

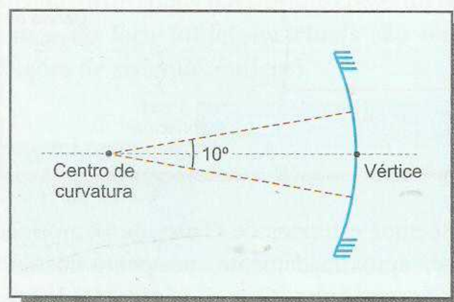


Figura 9 Espelho esférico dentro das condições de Gauss. As dimensões do espelho são muito pequenas em relação ao seu raio.

5. FOCO DE UM ESPELHO ESFÉRICO DE GAUSS

Consideremos um pincel cilíndrico incidindo num espelho esférico. Se o espelho for côncavo, o pincel cilíndrico será transformado, após a reflexão no espelho, em um pincel cônico convergente para o ponto F (foco real); se o espelho for convexo, o feixe será transformado em um pincel cônico divergente do ponto F' (foco virtual), conforme nos mostra a figura 10.

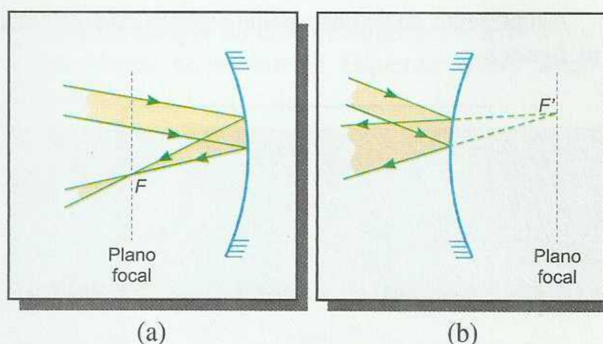
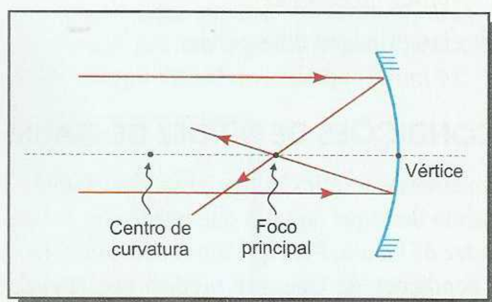
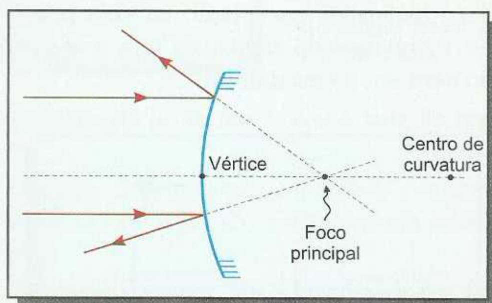


Figura 10 (*a*) Espelho côncavo: foco real e (*b*) espelho convexo: foco virtual.

Observação

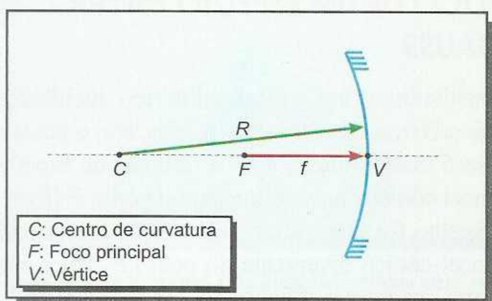
- No caso específico de um pincel cilíndrico paralelo ao eixo principal do espelho, o foco principal localiza-se sobre o eixo principal, tanto o real (espelho côncavo) quanto o virtual (espelho convexo).





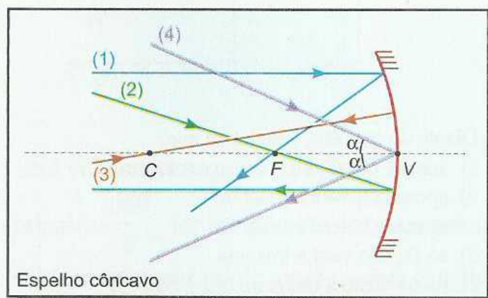
Nos espelhos esféricos de Gauss, o foco principal *F* localiza-se, aproximadamente, no ponto médio entre o centro de curvatura *C* e o vértice *V* do espelho. Chamando de *f* a distância entre o foco e o vértice, temos:

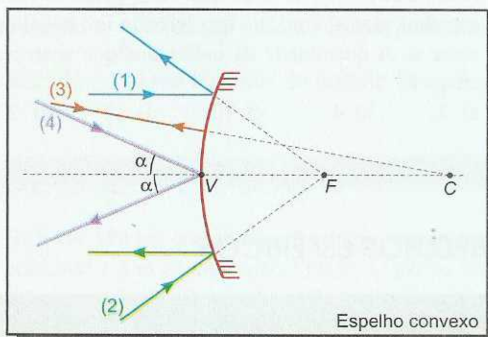
$$f = \frac{R}{2}$$



6. CONSTRUÇÃO DE IMAGENS NOS ESPELHOS ESFÉRICOS

Para entender como os espelhos esféricos formam as imagens, veremos, inicialmente, o comportamento de alguns raios luminosos particulares que incidem em um espelho esférico: os chamados **raios notáveis**.





- **Raio de luz que incide paralelamente ao eixo principal do espelho:** após a reflexão, o raio de luz retorna na direção que passa pelo foco principal do espelho (raio 1).
- **Raio de luz que incide numa direção que passa pelo foco principal do espelho:** após a reflexão, o raio de luz retorna paralelamente ao eixo principal do espelho (raio 2).
- **Raio de luz que incide numa direção que passa pelo centro de curvatura do espelho:** após a reflexão, o raio de luz retorna sobre si mesmo (raio 3).
- **Raio de luz que incide sobre o vértice do espelho:** após a reflexão, o raio de luz retorna numa direção simétrica à incidente, em relação ao eixo principal do espelho (raio 4).

Espelho esférico côncavo

Consideremos um objeto luminoso (ou iluminado), representado por *AB*, ao qual o espelho côncavo associa uma imagem, representada por *A'B'* (figura 11).

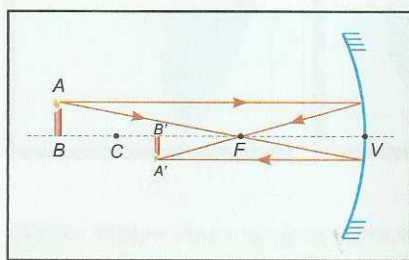


Figura 11 O espelho côncavo associa ao objeto *AB* uma imagem *A'B'*.

Observações

- A imagem A', associada pelo espelho ao extremo A do objeto AB, foi obtida utilizando-se dois raios notáveis que, após a reflexão no espelho, se interceptam no ponto A'.
- Em virtude de a extremidade B do objeto AB localizar-se sobre o eixo principal, o mesmo acontece com a sua imagem B'.
- Tanto o objeto quanto a imagem são perpendiculares ao eixo principal do espelho.

À medida que mudamos a posição do objeto real no eixo principal do espelho, obtemos uma imagem com características diferentes.

Espelho esférico convexo

Para o espelho esférico convexo, qualquer que seja a posição do objeto real em relação ao vértice do espelho, a imagem associada será sempre virtual, direita e menor que o objeto (figura 12).

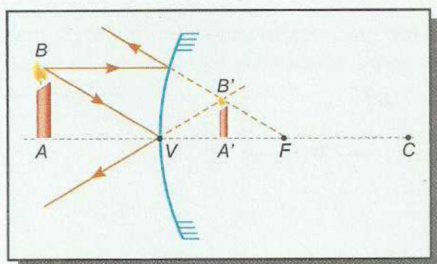


Figura 12 Para um objeto real, o espelho esférico convexo conjuga, sempre, uma imagem virtual, direita e menor que o objeto.

7. EQUAÇÃO DOS PONTOS CONJUGADOS

Suponhamos um ponto P e sua imagem P'. Pelo conceito de objeto e imagem, a luz que emana de P e é refletida no espelho deverá determinar P'. Reciprocamente, se P' for o objeto, sua imagem será o ponto P, considerando-se o princípio da reversibilidade da luz. Tais pontos são ditos **conjugados**. A imagem de P é P' e a imagem de P' é o ponto P. A equação dos pontos conjugados nos permite determinar, analiticamente, a posição da imagem conjugada por um espelho esférico, dadas a posição do objeto e a distância focal do espelho (figura 13).

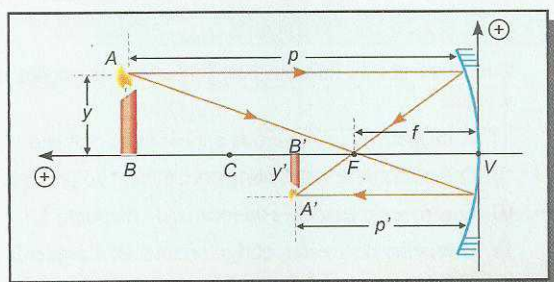


Figura 13 Convenção de sinais para a aplicação da equação dos pontos conjugados.

Na figura, temos:

p : distância do objeto ao vértice do espelho

p': distância da imagem ao vértice do espelho

f : distância focal do espelho

A equação dos pontos conjugados relaciona as variáveis p, p' e f:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

Aumento linear transversal

O aumento linear transversal (A) relaciona os tamanhos do objeto e da imagem com suas distâncias em relação ao vértice do espelho:

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

Observação

- Por uma questão de simplicidade e clareza, as grandezas foram denominadas **distâncias**, mas, na verdade, são grandezas algébricas, a que melhor se aplica o termo **abscissa**.

Ao empregar essas duas expressões, devemos utilizar a convenção de sinais do referencial de Gauss:

- A origem é o vértice do espelho; as abscissas na região onde a luz incide são positivas, e negativas na região oposta.
- As ordenadas acima do vértice são positivas, e negativas no caso contrário. Na figura 13, temos: $y > 0$ e $y' < 0$.

Para as abscissas, consideraremos a convenção dada na tabela a seguir.

Convenção de sinais para as abscissas do objeto, da imagem e do foco (objetos virtuais são obtidos em associações de sistemas ópticos).

	Natureza real	Natureza virtual
Abscissa focal	$f > 0$ (côncavo)	$f < 0$ (convexo)
Abscissa do objeto	$p > 0$	$p < 0$
Abscissa da imagem	$p' > 0$	$p' < 0$

Exercício resolvido

Um objeto é colocado a 40 cm do vértice de um espelho esférico côncavo com distância focal de 15 cm. Determine a distância da imagem ao espelho e classifique a imagem.

Resolução

Aplicando a equação dos pontos conjugados, temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{15} = \frac{1}{40} + \frac{1}{p'} \rightarrow \boxed{p' = 24 \text{ cm}}$$

Como $p' > 0$, a imagem é real e invertida. Sendo $p' < p$, a imagem é menor que o objeto.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

5 (UFR-RJ) Um objeto está a uma distância *P* do vértice de um espelho esférico de Gauss. A imagem formada é virtual e menor. Nesse caso, pode-se afirmar que:

a) o espelho é convexo.
b) a imagem é invertida.
c) a imagem se forma no centro de curvatura do espelho.
d) o foco do espelho é positivo, segundo o referencial de Gauss.
e) a imagem é formada entre o foco e o centro de curvatura.

6 (Unifenas-MG) As afirmativas abaixo referem-se a um espelho côncavo, que tem um raio de curvatura de 30 cm.

I. Um pequeno objeto situado a 20 m do espelho terá sua imagem formada praticamente sobre o foco.
II. Os raios luminosos que incidem no espelho, passando pelo centro de curvatura, são refletidos paralelamente ao seu eixo.
III. A imagem de um objeto situado a 35 cm do espelho será real.

Assinale a alternativa correta.

a) I e II
b) II e III
c) I e III
d) I, II e III
e) somente III.

7 (Fafi/BH-MG) Para fazer maquiagem ou barba é muito comum a utilização de um espelho côncavo como espelho de aumento. Nessas condições, a imagem do rosto de uma pessoa formada pelo espelho côncavo é:

a) real, invertida e menor.
b) virtual, direita e maior.
c) virtual, direita e menor.
d) real, invertida e maior.

8 (UFMT) A um objeto real colocado a 2,0 cm de um espelho esférico, este conjuga uma imagem virtual. Responda verdadeiro ou falso às seguintes afirmações:

I. Se a distância da imagem ao espelho é 2,0 cm, o espelho utilizado é convexo.
II. Se a imagem formada estiver a 2,5 cm do espelho, este é côncavo de distância focal igual a 10 cm.
III. Se o espelho for convexo, de distância focal igual a 3,0 cm, a imagem estará a 1,2 cm do espelho.

Exercícios complementares: do 12 ao 15.

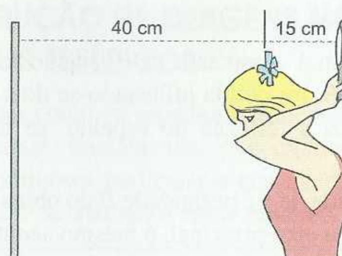


EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

9 (VUNESP) Muitas vezes, ao examinar uma vitrina, é possível observar não só os objetos que se encontram em exposição como também a imagem de si próprio formada pelo vidro. A formação dessa imagem pode ser explicada pela:

a) reflexão parcial da luz.
b) reflexão total da luz.
c) refração da luz.
d) transmissão da luz.
e) difração da luz.

10 (UERJ) Uma garota, para observar seu penteado, coloca-se na frente de um espelho plano de parede, situado a 40 cm de uma flor presa na parte de trás dos seus cabelos. Buscando uma visão melhor do arranjo da flor no cabelo, ela segura com uma das mãos um pequeno espelho plano atrás da cabeça, a 15 cm da flor.



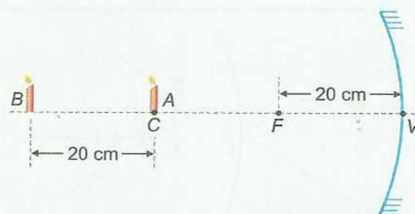
A menor distância entre a flor e sua imagem, vista pela garota no espelho da parede, está próxima de:

a) 55 cm b) 70 cm c) 95 cm d) 110 cm

11 (PUC-SP) Sabemos que no espelho plano ocorre o fenômeno de reversão da imagem (troca da direita pela esquerda e vice-versa). Uma pessoa encontra-se diante de dois espelhos planos que formam entre si um ângulo de 60°. Se ela levantar a mão direita, quantas imagens irão levantar a mão esquerda?

a) 3 b) 2 c) 5 d) 0 e) 1

12 (Mackenzie-SP) Em frente a um espelho esférico côncavo, de centro de curvatura *C* e foco principal *F*, são colocados dois objetos, *A* e *B*, conforme figura.



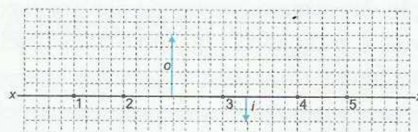
Considere as afirmações:

I. A imagem do objeto *A* é real e invertida e localizada no ponto *C*.
II. A imagem do objeto *B* é real, direita e menor que o objeto.
III. A distância entre as respectivas imagens conjugadas de *A* e *B* é 10 cm.

Assinale a alternativa correta.

a) Somente I é correta.
b) Somente II é correta.
c) Somente III é correta.
d) Somente I e II são corretas.
e) Somente I e III são corretas.

13 (U. E. Londrina-PR) Na figura estão representados um objeto *o* e sua imagem *i* conjugada por um espelho esférico côncavo, cujo eixo principal é *xx'*.



Com base nessas informações, julgue as afirmações que seguem:

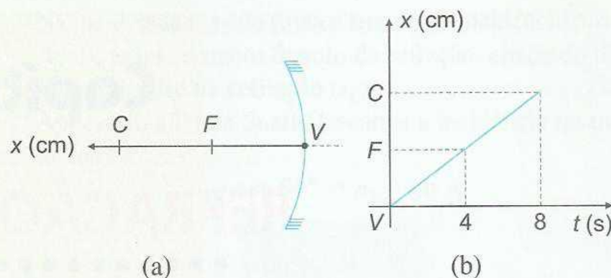
I. A imagem é real, invertida e menor que o objeto.
II. O espelho deve estar, obrigatoriamente, no ponto 3.
III. O vértice do espelho está localizado no ponto 1.
IV. O espelho deve estar, obrigatoriamente, à esquerda do objeto.

14 (U. F. Pelotas-RS) Defronte de um espelho côncavo de raio *R* é colocado, sobre o eixo principal e perpendicular a ele,

um objeto real a uma distância igual a $\frac{3R}{4}$ do vértice do espelho. Nesse caso, a imagem será:

a) real, invertida e menor que o objeto.
b) real, invertida e maior que o objeto.
c) real, direita e menor que o objeto.
d) virtual, direita e menor que o objeto.
e) virtual, invertida e maior que o objeto.

15 (U. F. Uberlândia-MG) Na figura (*a*) está representado um espelho côncavo de vértice *V*, foco *F* e centro *C*. Um ponto luminoso se desloca ao longo do eixo *x*, a partir do vértice *V*, sendo sua posição em cada instante representada pela reta do gráfico da figura (*b*).



O valor da distância focal do espelho é 20 cm.

a) Determine em que posição está localizada a imagem em $t = 5$ s.
b) Nesse instante, a imagem é real ou virtual?

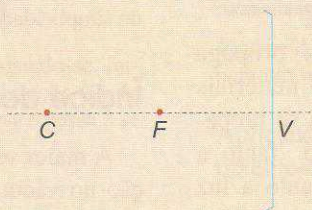


ATIVIDADE ESPECIAL: Imagens de um espelho côncavo

Esta atividade tem como objetivo obter, por um método geométrico, as características da imagem fornecida por um espelho côncavo para diferentes posições de um objeto real.

Para isso, vamos considerar os seguintes dados:

- O objeto será sempre representado por uma seta vertical com 1,0 cm de altura.
- O espelho côncavo possui um raio de curvatura de 8,0 cm (distância focal de 4,0 cm) e será representado conforme figura.



O objeto deverá ser colocado sobre o eixo principal, e perpendicular a ele, nas posições abaixo indicadas:

1. a 2,0 cm do vértice do espelho.
2. a 4,0 cm do vértice do espelho.
3. a 6,0 cm do vértice do espelho.
4. a 8,0 cm do vértice do espelho.
5. a 12 cm do vértice do espelho.

Deve-se construir uma imagem, para cada caso, utilizando os raios notáveis:

Observação

Todas as construções geométricas devem ser feitas em escala. Utilize uma régua milimetrada para as construções e para medir o tamanho da imagem.

Após a construção desses cinco casos, preencha a tabela.

Distância do objeto em relação ao vértice	Distância da imagem em relação ao vértice	Imagem real ou virtual?	Imagem direita ou invertida?	Tamanho da imagem, em cm
2,0 cm				
4,0 cm				
6,0 cm				
8,0 cm				
12 cm				

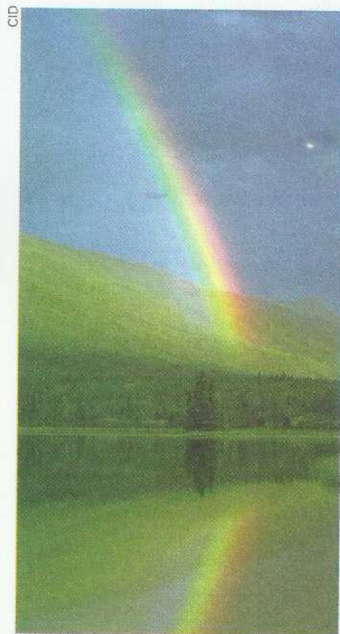
O que acontece com a imagem se continuarmos a afastar o objeto do espelho? E se aproximarmos o objeto até encostar no espelho?

Capítulo 21

REFRAÇÃO LUMINOSA

Brincas todos os dias com a luz do universo.
Visitante sutil, chegas na flor e na água.

Pablo Neruda



CID

Quando falamos da luz, estamos nos referindo a uma faixa das radiações eletromagnéticas. De acordo com nossa percepção visual, essa faixa é dividida em 7 regiões e, para cada região, temos uma cor de referência.

A luz se propaga nos meios materiais mas também se propaga no vácuo. Tanto a luz solar quanto a luz das estrelas atravessam todo o espaço livre que separa a Terra desses corpos antes de nos atingir.

Para cada meio material de propagação e para cada estreita faixa de cores, a luz tem uma determinada velocidade, mas no vácuo todas as radiações eletromagnéticas têm a mesma velocidade, representada por c ($c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s).

Quando a luz muda de meio de propagação, sofre uma mudança de velocidade. Isso é o que denominamos **refração**.

Na refração, os raios de luz que não tiverem incidência normal sofrem desvios. Ajustando as superfícies refratoras para produzir desvios convenientes, construímos as lentes. Usando esse mesmo princípio focalizamos a nossa visão.

1. REFRAÇÃO LUMINOSA

A luz propaga-se em determinados meios materiais e também no vácuo. Para cada meio, a luz propaga-se com uma velocidade diferente. Por exemplo, no vácuo a velocidade da luz é 300.000 km/s enquanto na água é 225.000 km/s. Esse fenômeno — mudança na velocidade da luz devido à mudança do meio de propagação — é chamado de **refração luminosa** (figura 1).

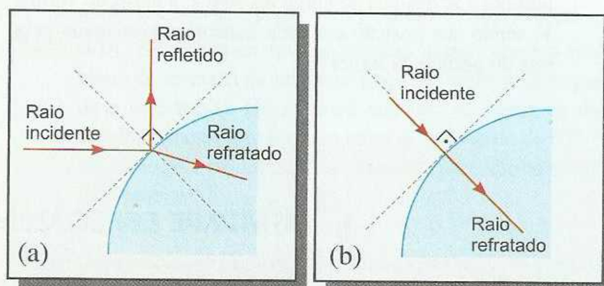


Figura 1 Refração luminosa com (*a*) mudança na direção de propagação do raio incidente (a incidência é oblíqua) e (*b*) sem mudança na direção de propagação (a incidência é normal à superfície). A reflexão sempre acompanha a refração, mas na maioria dos casos, a reflexão não será representada por motivo de simplicidade.

Índice de refração

A maior velocidade da luz é obtida para uma propagação no vácuo. Representaremos esse valor pela letra c. Em qualquer outro meio, homogêneo e transparente, a velocidade da luz é menor do que c e será representada pela letra v. A comparação entre as velocidades da luz no vácuo e num meio qualquer é denominada **índice de refração absoluto** (n) do meio:

$$n = \frac{c}{v}$$

Como $c > v$, o índice de refração absoluto de um meio é um número sempre maior do que 1 e não apresenta unidades.

Um mesmo meio pode apresentar diferentes índices de refração absolutos, dependendo da cor da luz que se propaga. Por exemplo, o índice de refração absoluto do vidro assume um valor específico para cada cor componente da luz branca, pois cada uma delas se propaga no vidro com uma velocidade diferente. No vácuo isso não acontece; todas as componentes da luz branca se propagam no vácuo com a mesma velocidade.

Quando um meio possui índice de refração absoluto maior do que outro, dizemos que ele é **mais refringente.** Assim, o diamante ($n = 2{,}42$) é mais refringente que a água ($n = 1{,}33$). Uma maior refringência implica uma menor velocidade da luz: a luz se propaga com maior velocidade na água do que no diamante.

A comparação entre os índices de refração absoluto de dois meios quaisquer é chamada de **índice de refração relativo**. O índice de refração relativo de dois meios diferentes, 1 e 2, é dado por:

$$n_{1,2} = \frac{n_1}{n_2}$$

Leis da refração luminosa

Vimos que a luz, ao passar de um meio 1 para um meio 2, tem sua velocidade alterada (refração luminosa) e, na maioria das situações, a direção de propagação também se altera. Vamos estabelecer as leis que regem o fenômeno da refração luminosa (figura 2).

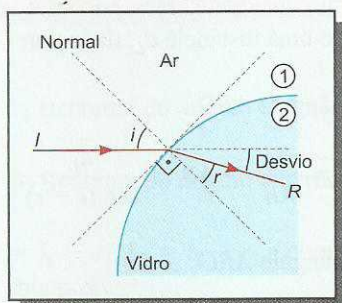


Figura 2 Um raio de luz monocromática propagando-se, inicialmente, no meio 1 incide na superfície de separação (*S*) do meio 1 com o meio 2, sofre uma refração luminosa e passa a se propagar no meio 2.

A refração luminosa obedece a duas leis:

- O raio incidente (*I*), o raio refratado (*R*) e a normal à superfície de separação, no ponto de incidência, são coplanares.
- Para cada par de meios 1 e 2 e para cada cor de luz, temos a lei de Snell-Descartes:

$$n_1 \cdot \text{sen } i = n_2 \cdot \text{sen } r$$

2. ÂNGULO LIMITE

Quando a luz muda de meio de propagação, podemos ter três situações:

- A luz passa de um meio menos refringente (meio 1) para um meio mais refringente (meio 2).

A figura 3 representa todas as possibilidades, desde a incidência normal ($i = 0°$) até a incidência rasante ($i = 90°$).

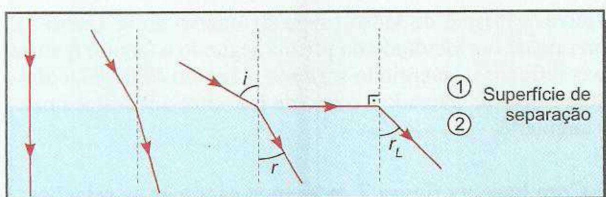


Figura 3 Refração luminosa de um meio menos refringente para um meio mais refringente ($n_2 > n_1$).

Na incidência rasante (maior ângulo de incidência possível), temos o maior ângulo de refração, chamado de **ângulo limite de refração** (r_L).

Aplicando a lei de Snell-Descartes à incidência rasante, temos:

$$n_1 \cdot \text{sen } 90° = n_2 \cdot \text{sen } r_L$$

$$\text{sen } r_L = \frac{n_1}{n_2}$$

- A luz passa de um meio mais refringente (meio 1) para um meio menos refringente (meio 2).

Em relação ao caso anterior a situação se inverte. O ângulo de refração será rasante quando o ângulo de incidência atingir um certo valor limite, chamado **ângulo limite de incidência** (i_L), a partir do qual não haverá mais refração (figura 4).

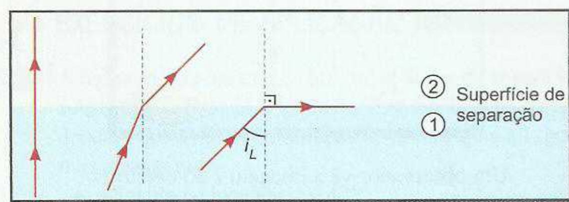


Figura 4 Refração luminosa de um meio mais refringente para um meio menos refringente ($n_2 < n_1$).

Aplicando a lei de Snell-Descartes, com $r = 90°$, obtemos:

$$n_1 \cdot \text{sen } i_L = n_2 \cdot \text{sen } 90°$$

$$\text{sen } i_L = \frac{n_2}{n_1}$$

- A luz passa para um outro meio de mesma refringência.

Existem substâncias diferentes que possuem o mesmo índice de refração. É o caso, por exemplo, do vidro e do tetracloroetileno. A luz, ao passar do vidro para o tetracloroetileno, comporta-se conforme mostra a figura 5.

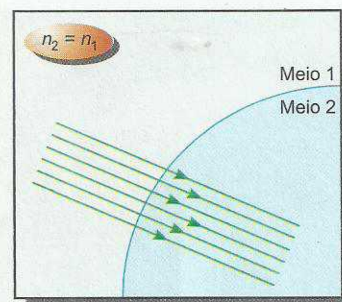
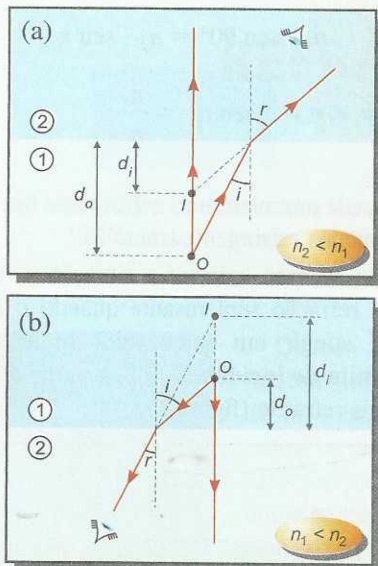


Figura 5 Em termos ópticos, não houve mudança de meio de propagação: os meios apresentam continuidade óptica.

3. DIOPTROS PLANOS

Quando olhamos para dentro de uma piscina, vemos os objetos a uma profundidade aparente menor do que a real: o que vemos é uma imagem virtual do objeto.

Ao par de meios ar–água separados por uma superfície plana damos o nome de **dioptro plano**. De um modo geral, quaisquer dois meios homogêneos e transparentes, separados por uma superfície plana, constituem um dioptro plano.



Um observador vê a imagem I do objeto O.

Para um par de meios 1 e 2, as distâncias d_o e d_i se relacionam com os índices de refração n_1 e n_2 pela expressão:

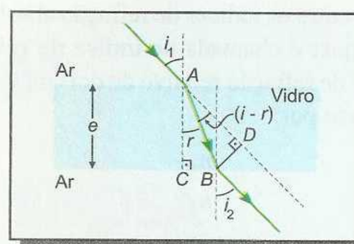
$$\frac{d_o}{d_i} = \frac{n_1}{n_2}$$

4. LÂMINA DE FACES PARALELAS

Uma janela de vidro constitui um bom exemplo de uma lâmina de faces paralelas: um conjunto de três meios homogêneos e transparentes (ar–vidro–ar) separados por duas superfícies planas e paralelas.

De um modo geral, quaisquer três meios obedecendo a essas características recebem o nome de **lâmina de faces paralelas** (figura 6).


CID



$\overline{BD} = d_L$

$i_1 = i_2 = i$

Figura 6 Ao atravessar a placa de vidro (lâmina de faces paralelas), o raio luminoso proveniente do ar sofre duas refrações: nos pontos A e B.

Aplicando a lei de Snell-Descartes para os pontos A e B, podemos concluir que os ângulos i_1 e i_2 têm a mesma medida. Portanto, o raio luminoso emergente da lâmina é paralelo ao raio incidente, mas encontra-se deslocado lateralmente de uma distância d_L, dada por:

- triângulo retângulo ABD

$$\text{sen}\,(i - r) = \frac{d_L}{\overline{AB}} \rightarrow \overline{AB} = \frac{d_L}{\text{sen}\,(i - r)}$$

- triângulo retângulo ABC

$$\cos r = \frac{e}{\overline{AB}} \rightarrow \overline{AB} = \frac{e}{\cos r}$$

Dessas duas expressões, concluímos:

$$d_L = e\,\frac{\text{sen}\,(i - r)}{\cos r}$$

5. PRISMA

Em Óptica, definimos prisma como um conjunto de três meios homogêneos e transparentes separados por duas superfícies planas e não-paralelas (figura 7).

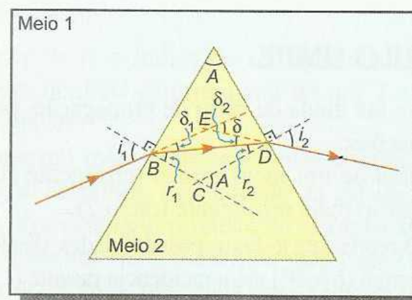


Figura 7 Prisma de vidro (meio 2) imerso no ar (meio 1). Um raio de luz incidindo no prisma segundo o ângulo i_1 sofre duas refrações, emergindo segundo o ângulo i_2, tendo a direção e o sentido alterados: o raio de luz sofre um deslocamento angular δ.

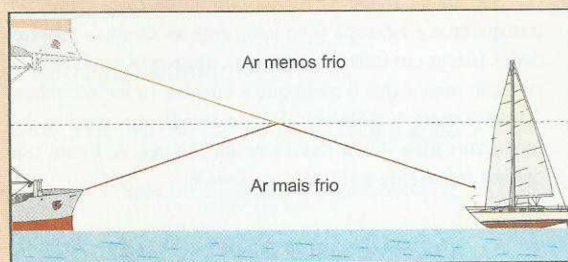
Com base na figura 7, podemos escrever as relações:

- n_1 sen $i_1 = n_2$ sen r_1 (lei de Snell no ponto B)
- n_2 sen $r_2 = n_1$ sen i_2 (lei de Snell no ponto C)

Miragens

Nos gases, o índice de refração diminui com o aumento da temperatura. Assim, quando a luz passa de uma camada de ar mais fria para outra mais quente, ela está passando de um meio mais refringente para outro menos refringente. Dependendo do ângulo de incidência, os raios podem sofrer reflexão total.

Em dias muito ensolarados, a camada de ar imediatamente acima do asfalto está bem mais quente que o ar ambiente. A luz proveniente de objetos distantes atinge a camada de ar próxima ao asfalto com grande ângulo de incidência, podendo sofrer reflexão total, o que nos dá a ilusão de que existem poças d'água à nossa frente. O interessante é que essas poças vão avançando junto com o observador. Ele nunca as alcança.



No deserto, esse fenômeno é uma combinação da sede do observador e da imaginação, que pode produzir resultados surpreendentes.

Em regiões muito frias, como o Ártico, camadas de ar mais quente, acima do ar da superfície, podem produzir miragens "aéreas", como na figura acima.

- $A = r_1 + r_2$ (teorema do ângulo externo no triângulo *BCD*)
- $\delta = \delta_1 + \delta_2$ (teorema do ângulo externo no triângulo *BDE*).

Sendo $\delta_1 = i_1 - r_1$, $\delta_2 = i_2 - r_2$ e combinando essas expressões, obtemos:

$$\delta = i_1 + i_2 - A$$

Observações

- À medida que variamos o ângulo de incidência (i_1), o desvio angular δ também varia.
- Experimentalmente, observamos um valor para o ângulo de incidência (i) ao qual corresponde um desvio angular mínimo ($\delta_{mín.}$). Isso acontece para $i_1 = i_2$ e, portanto, $r_1 = r_2$:

$$\delta_{mín.} = 2i - A$$

Prisma de reflexão total

É comum, em determinados prismas, o raio de luz sofrer refração na primeira face e reflexão total na segunda face. Nesse caso, o prisma recebe o nome de **prisma de reflexão total** (figura 8).

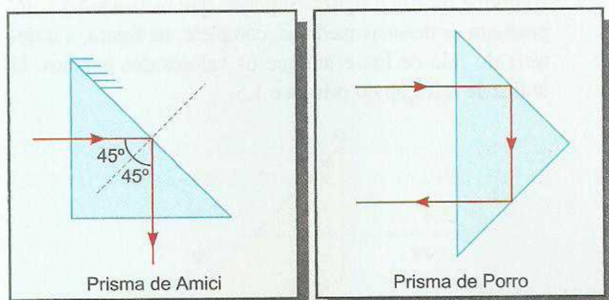


Figura 8 Prismas de reflexão total



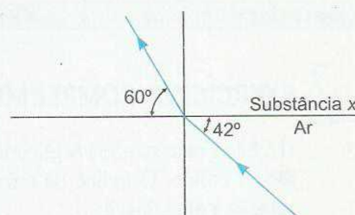
EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 A figura mostra um raio de luz que se dirige do ar para uma substância *x*. Usando a lei de Snell, a tabela dada e considerando que o índice de refração do ar seja igual a 1, podemos afirmar que:

I. o ângulo de incidência é 42°.
II. o ângulo de refração é 30°.
III. o índice de refração da substância *x* é 1,48.
IV. se o ângulo de incidência for maior que 60°, não haverá refração, mas sim reflexão total.

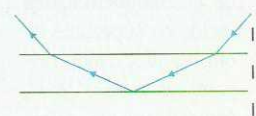
Quais das afirmações são corretas?

θ	sen θ
30°	0,50
42°	0,67
48°	0,74
60°	0,87
90°	1,00



2 (UFMG) A figura mostra a trajetória de um feixe de luz que vem de um meio I, atravessa um meio II, é totalmente refletido na interface dos meios II e III e retorna ao meio I. Sabe-se que o índice de refração do ar é menor que o da água e que o da água é menor que o do vidro. Nesse caso, é correto afirmar que os meios I, II e III podem ser, respectivamente:

a) ar, água e vidro.
b) vidro, água e ar.
c) água, ar e vidro.
d) ar, vidro e água.

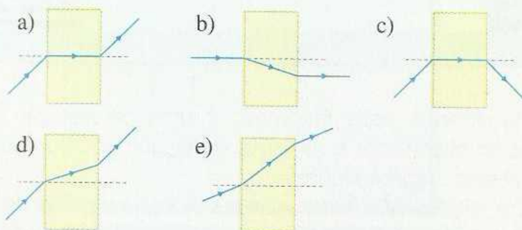


3 Ao olharmos num lago de águas claras, os objetos no fundo parecem estar mais próximo da superfície. Considere $n_{ar} = 1$ e $n_{água} = \frac{4}{3}$.

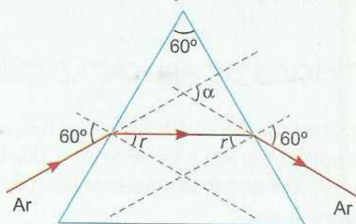
I. O fenômeno físico que explica o fato enunciado é a refração luminosa.
II. Se um objeto se encontra a 2 m de profundidade, será visto por nós a uma profundidade aparente de 1,5 m.
III. As imagens observadas são reais.

a) Somente I é correta.
b) Somente II é correta.
c) Somente I e II são corretas.
d) Somente I e III são corretas.
e) Todas são incorretas.

4 (U. São Judas Tadeu-SP) Uma lâmina de faces paralelas, transparente e isótropa (que apresenta as mesmas propriedades físicas em todas as direções), apresenta um índice de refração menor que o meio que a envolve (o meio também é transparente e isótropo). Faz-se incidir um raio de luz monocromática numa das faces da lâmina. A figura que melhor representa a situação exposta é:



5 (Mackenzie-SP) Um raio luminoso atravessa um prisma de vidro de índice de refração $\sqrt{3}$, conforme a figura.



a) Aplicando a lei de Snell, determine o ângulo r.
b) Qual é o desvio angular na primeira refração? E na segunda refração?
c) O que representa o ângulo α mostrado na figura? Qual é o seu valor?

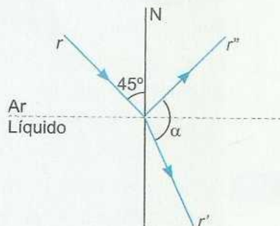
Exercícios complementares: do **6** ao **12**.



EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

6 (U. São Francisco-SP) A glicerina é mais refringente que o álcool etílico. O índice de refração do álcool etílico, em relação à glicerina, é:
a) menor do que zero.
b) igual a zero.
c) igual a um.
d) maior do que um.
e) maior do que zero e menor do que um.

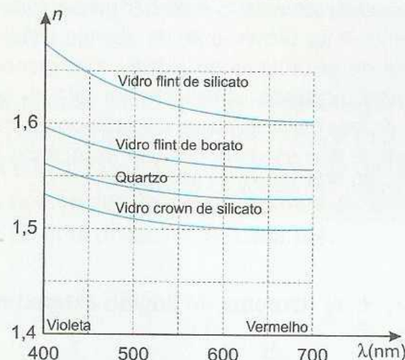
7 (Unifor-CE) Um raio de luz monocromática incide na superfície de um líquido, dando origem aos raios r' e r'', respectivamente refratado e refletido, conforme esquema.



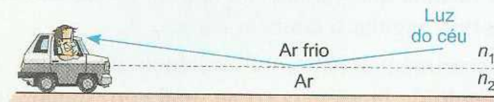
Sendo $n_{ar} = 1$ e $n_{líquido} = \sqrt{2}$, determine o ângulo α.

8 (ITA-SP) No final de uma tarde de céu límpido, quando o Sol está no horizonte, sua cor parece "avermelhada". A melhor explicação para esse belo fenômeno da natureza é que:
a) o Sol está mais distante da Terra.
b) a temperatura do Sol é menor no final da tarde.
c) a atmosfera da Terra espalha comprimentos de ondas mais curtos, como por exemplo o da luz azul.
d) a atmosfera da Terra absorve os comprimentos de onda azul e verde.
e) a atmosfera da Terra difrata a luz emitida pelo Sol.

9 (PUC-MG) O gráfico representa a variação do índice de refração (eixo vertical) de diversos materiais (nome das curvas) em função do comprimento de onda (eixo horizontal). A opção que permite o menor valor para o ângulo limite, em relação ao ar, é:
a) vidro flint de silicato e luz violeta.
b) vidro crown de silicato e luz vermelha.
c) quartzo e luz violeta.
d) vidro flint de silicato e luz vermelha.
e) vidro crown de silicato e luz violeta.



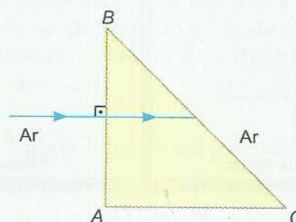
10 (Unicamp-SP) Ao vermos miragens, somos levados a pensar que há água no chão de estradas. O que vemos é, na verdade, reflexão da luz do céu por uma camada de ar quente próxima ao solo. Isso pode ser explicado por um modelo simplificado como o da figura abaixo, onde n representa o índice de refração. Numa camada próxima ao solo, o ar é aquecido, diminuindo assim seu índice de refração n_2.
Considere a situação na qual o ângulo de incidência é 84°. Adote $n_1 = 1{,}010$ e use a aproximação sen 84° = 0,995.



a) Qual deve ser o máximo valor de n_2 para que a miragem seja vista? Dê a resposta com três casas decimais.
b) Em qual das camadas (1 ou 2) a velocidade da luz é maior? Justifique sua resposta.

11 (Mackenzie-SP) Quaisquer que sejam a forma e a posição de um objeto, visto por um observador por meio de uma lâmina de faces paralelas no ar, sua imagem é:
a) virtual e mais próxima da lâmina.
b) real e mais próxima da lâmina.
c) virtual e mais afastada da lâmina.
d) real e mais afastada da lâmina.
e) nenhuma das anteriores.

12 Um raio luminoso incide sobre a face AB de um prisma, conforme mostra a figura. Supondo que os lados AB e AC possuam as mesmas medidas, complete, na figura, a trajetória do raio de luz e indique os valores dos ângulos. O índice de refração do prisma é 1,5.



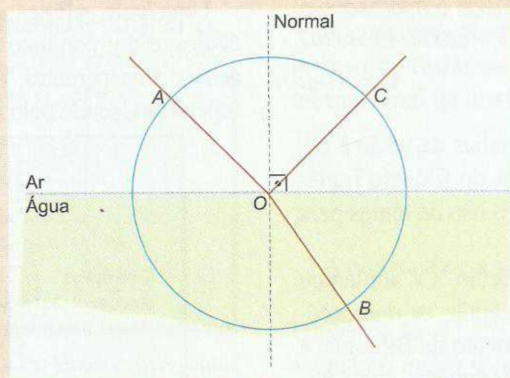


ATIVIDADE ESPECIAL: Refração luminosa

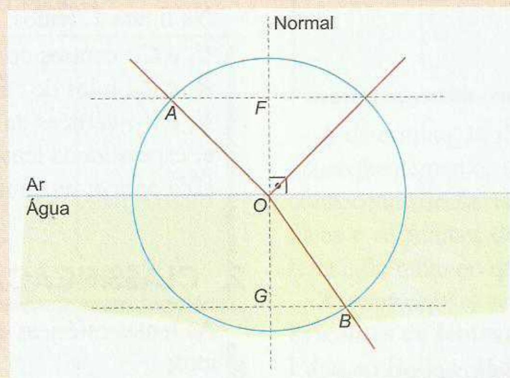
A figura a seguir mostra a refração sofrida por um estreito pincel luminoso ao passar do ar para a água, numa vista lateral.

Para melhor visualizar o pincel, o ar foi esfumaçado e na água foi adicionada uma pequena quantidade de pó que nela se dispersa.

Uma circunferência, centrada no ponto de incidência (O), e a reta normal à superfície foram desenhadas como elementos auxiliares para o estudo dessa refração. O pincel, que podemos considerar como um raio de luz, intercepta essa circunferência nos pontos A, B e C.



1. Qual é o significado do raio OC? Indique o sentido de propagação da luz em cada um dos raios.
2. Indique na figura os ângulos de incidência e de refração desse raio. Baseado nesses ângulos e no conhecimento que você tem de refração da luz, determine em que meio a velocidade da luz é maior. Qual dos meios é mais refringente?
3. Na figura abaixo foram traçadas retas que contêm os pontos A e B, paralelas à superfície refratora. Essas retas vão interceptar a reta normal nos pontos F e G, respectivamente. Qual o significado da relação $\frac{\overline{AF}}{\overline{AO}}$? E da relação $\frac{\overline{BG}}{\overline{BO}}$?



4. Considerando a lei de Snell, as medidas dos segmentos e o índice de refração do ar unitário, qual é o índice de refração da água, para a radiação utilizada?
5. Se a velocidade da luz no ar é $3,0 \cdot 10^8$ m/s, qual será a velocidade da luz na água?

Capítulo 22

LENTES E INSTRUMENTOS ÓPTICOS

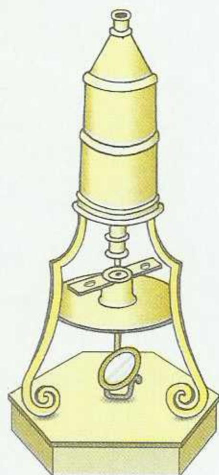
Onde termina o telescópio começa o microscópio.
Qual deles tem a mais importante visão?

Victor Hugo

O uso de lentes para corrigir anomalias da visão é conhecido há muito tempo. Manuscritos do filósofo inglês Roger Bacon, de 1268, já apontavam o uso de lentes para ampliar os limites da visão.

Com a invenção da imprensa no século XV aumentou muito a demanda por óculos. Vieram então os microscópios, fundamentais para o desenvolvimento da Biologia, e no século XVII surgiram as primeiras lunetas, logo utilizadas e aperfeiçoadas por Galileu.

As lentes, esses simples objetos de refração, desempenharam um papel importante na ampliação dos limites de nossas observações. Entender o processo de nossa visão envolve a compreensão do funcionamento das lentes, pois o olho humano também é um sofisticado instrumento óptico.



Microscópio composto usado no século XVIII, França.

1. LENTES ESFÉRICAS DELGADAS

As lentes são os dispositivos ópticos de maior aplicação prática: desde o seu uso para a correção das anomalias da visão até as aplicações em instrumentos ópticos como máquinas fotográficas, microscópios, lunetas, projetores de *slides* etc.



Uma lente esférica, como as lentes de vidro usadas nos óculos, é um conjunto constituído de três meios homogêneos e transparentes, ar—vidro—ar, separados por duas superfícies, sendo pelo menos uma delas esférica (figura 1).

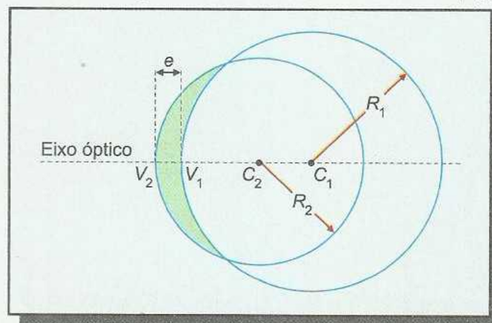


Figura 1 Normalmente, as lentes esféricas delgadas são formadas por duas superfícies que apresentam raios diferentes e uma espessura (e) desprezível em relação aos raios de curvatura das superfícies.

Na figura 1, temos:

***C_1 e C_2*:** centros de curvatura das superfícies
***R_1 e R_2*:** raios de curvatura da lente
***V_1 e V_2*:** vértices da lente
***e*:** espessura da lente
***eixo óptico*:** reta que passa por C_1 e C_2

2. CLASSIFICAÇÃO DAS LENTES

As lentes esféricas delgadas são classificadas em dois grupos:

- **lentes convexas** — são as lentes que apresentam a parte central mais espessa que os extremos. São também chamadas de lentes de bordas finas.
- **lentes côncavas** — são as lentes que apresentam os extremos mais espessos que a parte central. Chamadas também de lentes de bordas espessas.

Observações

- O critério utilizado para a nomenclatura de uma lente é dizer, em primeiro lugar, a face (côncava, convexa ou plana) que possui maior raio de curvatura.
- As superfícies planas são consideradas como possuidoras de raio infinito; logo, sempre serão ditas em primeiro lugar.
- Se a face côncava de uma lente possui maior raio de curvatura do que a convexa, a lente é côncavo-convexa. Caso contrário, convexo-côncava.

3. COMPORTAMENTO ÓPTICO

O comportamento óptico de uma lente depende do meio onde ela esteja imersa. Se o índice de refração da lente (n_ℓ) for maior do que o índice de refração do meio (n_m), as lentes convexas são convergentes e as lentes côncavas são divergentes. Caso contrário, o comportamento óptico se inverte.

Normalmente, as lentes são utilizadas no ar e, nesses casos, o índice de refração da lente é maior do que o do ar ($n_\ell > n_m$). Assim, no ar as lentes convexas são convergentes e as lentes côncavas são divergentes (figura 2).

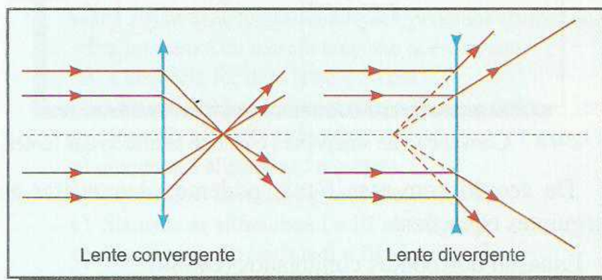


Figura 2 Representações esquemáticas das lentes convergentes e divergentes.

4. FOCOS DE UMA LENTE

Cada lente delgada possui dois focos principais: o foco principal objeto e o foco principal imagem, ambos localizados sobre o eixo principal (figura 3).

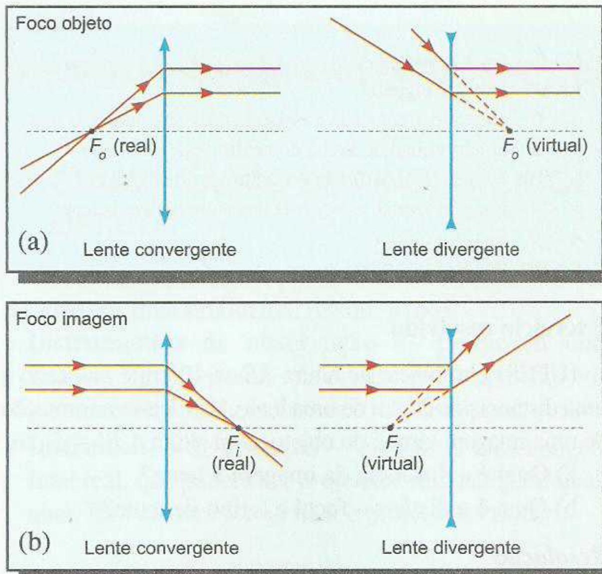
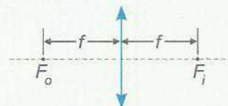


Figura 3 (a) O foco principal objeto se refere à luz incidente: raios de luz que incidem numa direção que contenha o foco objeto emergem paralelamente ao eixo óptico. (b) O foco principal imagem se refere à luz que emerge da lente: raios luminosos que estejam incidindo paralelamente ao eixo principal emergem numa direção que contenha o foco imagem.

Observação

- Os focos principais (objeto e imagem) da lente convergente têm natureza real, e os da lente divergente, natureza virtual.

Se os meios externos à lente forem idênticos, os dois focos principais, objeto e imagem, são simétricos em relação à lente. A distância entre um foco principal e o centro óptico da lente é chamada de distância focal (*f*), sendo associada a uma abscissa positiva para as lentes convergentes, e negativa para as lentes divergentes.



5. CONVERGÊNCIA

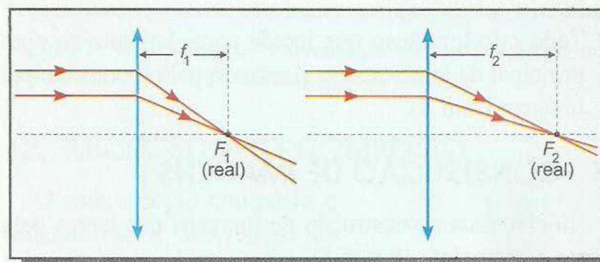
A convergência (*C*) de uma lente é definida como o inverso da distância focal (*f*), em metros, e apresenta o mesmo sinal da distância focal:

$$C = \frac{1}{f}$$

A convergência possui como unidade a **dioptria (di)**.

Observação

- Quanto maior a convergência de uma lente, maior sua capacidade de desviar a luz que sobre ela incide.



A determinação da distância focal (*f*) de uma lente e, conseqüentemente, sua convergência (*C*) pode ser feita conhecendo-se os raios de curvaturas R_1 e R_1 de suas faces e os índices de refração do material de que ela é feita e do meio no qual está imersa.

A expressão a seguir, denominada **fórmula dos fabricantes de lentes**, foi proposta pelo astrônomo inglês Edmond Halley (1656-1742):

$$C = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_\ell}{n_m} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

Para os raios de curvatura das faces da lente, devemos usar uma convenção de sinais:

Face	Raio
Convexa	$R > 0$
Côncava	$R < 0$
Plana	$R \rightarrow \infty$

6. RAIOS NOTÁVEIS

De todos os raios luminosos emitidos por um objeto e que atingem uma lente, três deles apresentam um comportamento específico: são os **raios notáveis** (figura 4).

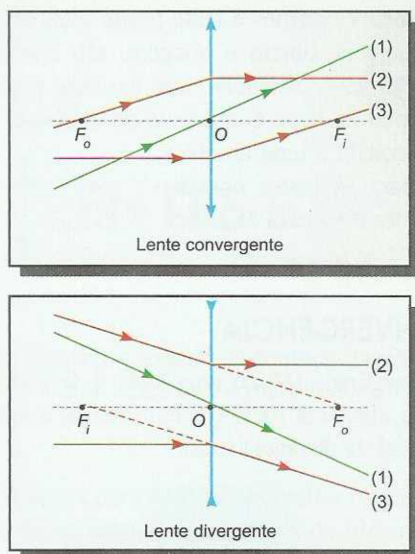


Figura 4 Raios notáveis.

- Todo raio luminoso que incide passando pelo centro óptico da lente não sofre desvio (raio 1).
- Todo raio luminoso que incide passando pelo foco principal objeto da lente emerge paralelamente ao eixo principal (raio 2).
- Todo raio luminoso que incide paralelamente ao eixo principal da lente emerge passando pelo foco principal imagem (raio 3).

7. CONSTRUÇÃO DE IMAGENS

Iniciaremos a construção de imagens nas lentes pela lente convergente (figura 5).

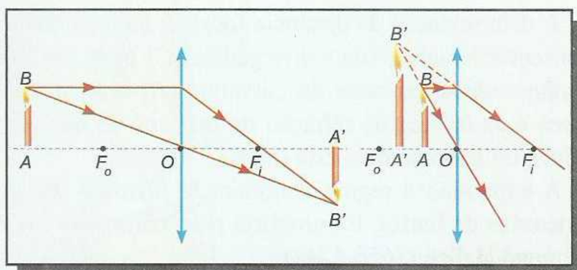


Figura 5 A lente convergente pode associar, a um objeto real, uma imagem real ou virtual, direita ou invertida, maior, menor ou igual ao tamanho do objeto, dependendo da posição do objeto em relação ao centro óptico da lente.

No caso de uma lente divergente, o objeto real pode ser colocado em qualquer posição diante da lente que a imagem será sempre virtual, direita e menor do que o objeto (figura 6).

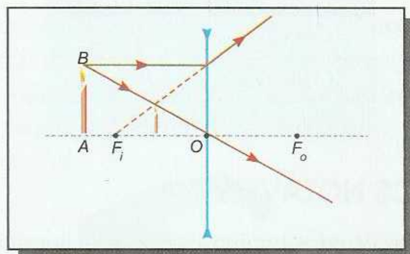


Figura 6 De um objeto real a lente divergente conjuga uma imagem virtual, direita e menor que o objeto.

8. ESTUDO ANALÍTICO

Para o estudo analítico das lentes vamos considerar (figura 7):

p: distância do objeto ao centro óptico da lente
p': distância da imagem ao centro óptico da lente
f: distância focal da lente

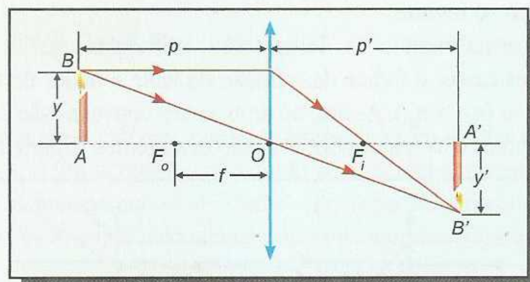


Figura 7 Convenção de sinais para o estudo analítico das lentes.

De acordo com essa figura podemos demonstrar as seguintes equações:

- Equação dos pontos conjugados (Gauss)

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

- Aumento linear transversal

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

Ao aplicar essas equações, devemos obedecer à seguinte convenção de sinais:

$f > 0$	lente convergente
$f < 0$	lente divergente
$p > 0$	objeto real, colocado à esquerda do centro óptico da lente
$p < 0$	objeto virtual, à direita do centro óptico da lente
$p' > 0$	imagem real, à direita do centro óptico da lente
$p' < 0$	imagem virtual, à esquerda do centro óptico da lente
$A > 0$	imagem direita
$A < 0$	imagem invertida

Exercício resolvido

(UFES) Um objeto de altura $AB = 10$ cm é colocado a uma distância de 20 cm de uma lente. Verifica-se a formação de uma imagem virtual do objeto, com altura $A'B' = 5$ cm.

a) Qual é a distância da imagem à lente?
b) Qual é a distância focal e o tipo de lente?

Resolução

a) $\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{5}{10} = -\frac{p'}{20} \Rightarrow \boxed{p' = -10 \text{ cm}}$

A imagem encontra-se a 10 cm da lente.

b) $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

$\frac{1}{f} = \frac{1}{20} - \frac{1}{10} \Rightarrow \boxed{f = -20 \text{ cm}}$

A distância focal da lente é 20 cm, e a lente é divergente.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 Em relação às lentes esféricas delgadas, são feitas quatro afirmações. Assinale as corretas.

I. A lente convergente produz tanto imagem real quanto virtual.

II. A lente divergente somente produz imagem invertida e ampliada.

III. Todas as lentes convergentes colocadas na água tornam-se divergentes.

IV. Quanto maior a distância focal de uma lente, maior sua convergência.

2 Um objeto distante 30 cm de uma lente forma uma imagem real a 30 cm dela. Nessas condições, podemos afirmar que:

I. a imagem é do mesmo tamanho que o objeto.

II. a distância focal da lente é 30 cm.

III. quando o´objeto estiver distante 20 cm, a imagem será formada a 60 cm da lente.

a) Somente a afirmativa I é correta.
b) Somente as afirmativas I e II são corretas.
c) Somente as afirmativas I e III são corretas.
d) Somente as afirmativas II e III são corretas.
e) Todas as afirmativas são corretas.

3 Uma vela de 10 cm de altura é colocada acesa diante de uma lente convergente, sobre seu eixo principal e a 20 cm do centro óptico dessa lente. A imagem formada conjugada pela lente é nove vezes o tamanho do objeto e invertida. Determine:

a) o tamanho da imagem;
b) a distância da imagem ao centro óptico da lente;
c) a distância focal da lente;
d) as características da imagem.

Exercícios complementares: do 10 ao 12.

9. CLASSIFICAÇÃO DOS INSTRUMENTOS ÓPTICOS

Os instrumentos ópticos são classificados em função da imagem final produzida. Assim, temos:

- **Instrumentos de observação** — produzem uma imagem final virtual, observada pelo operador do instrumento. Ex.: lupa, luneta e microscópio.
- **Instrumentos de projeção** — produzem uma imagem final real, que poderá ser projetada num anteparo qualquer. Ex.: câmera fotográfica e projetor de *slides*.

10. LUPA

É um instrumento de observação conhecido como lente de aumento, composto de uma lente convergente de pequena distância focal (figura 8).

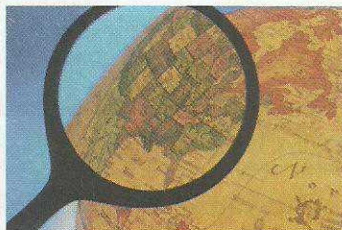


Figura 8 A lupa é considerada um microscópio simples.

11. LUNETA ASTRONÔMICA

A função da luneta é produzir um aumento visual na observação dos astros. Ela é constituída de duas lentes convergentes: a **objetiva**, de grande distância focal, que proporciona uma imagem real e invertida do astro observado, e a **ocular**, que nos fornece uma **imagem final virtual** e invertida do objeto (figura 9).



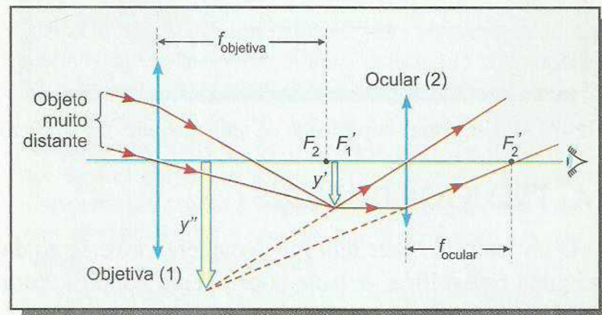


Figura 9 Representação esquemática da observação de um astro distante por intermédio de uma luneta.

12. MICROSCÓPIO COMPOSTO

O microscópio composto é utilizado para observação de regiões minúsculas cujos detalhes não podem ser distinguidos a olho nu.



O microscópio composto é constituído basicamente de duas lentes convergentes, ambas de pequena distância focal: a **objetiva**, que fornece uma imagem real, invertida e ampliada (*y*') do objeto (*y*), e a **ocular**, que fornece uma **imagem final virtual**, direita e ampliada (*y*") em relação à imagem da objetiva (*y*'), mas invertida em relação ao objeto (*y*) (figura 10).

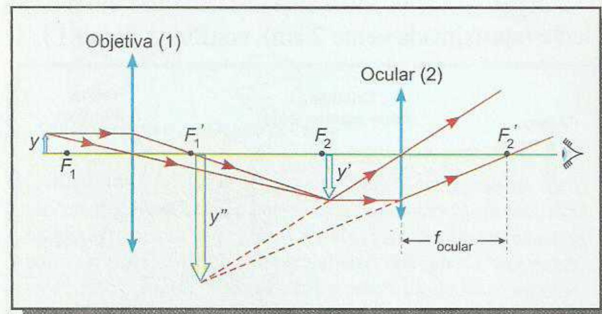


Figura 10 Representação esquemática da formação da imagem num microscópio composto.

13. CÂMERA FOTOGRÁFICA

A câmera fotográfica é constituída por uma lente convergente que deverá projetar uma imagem real exatamente sobre o filme.

Como os objetos fotografados estão normalmente a uma distância bem maior que a distância focal da objetiva da câmera, a imagem se forma, praticamente, no plano focal imagem da lente. As pequenas diferenças são ajustadas alterando-se a posição da lente em relação ao filme (figura 11).

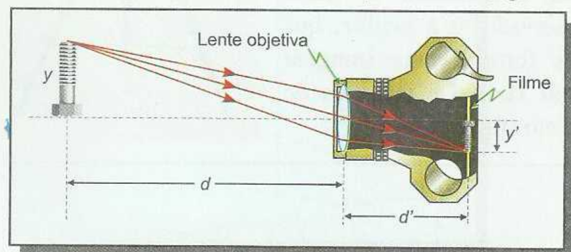


Figura 11 Esquema simplificado de uma máquina fotográfica.

14. PROJETOR DE *SLIDES*

O projetor de *slides* tem funcionamento inverso ao da máquina fotográfica. A lente convergente conjuga, para um pequeno *slide* bem iluminado, uma imagem real, ampliada e projetada sobre um anteparo (figura 12).

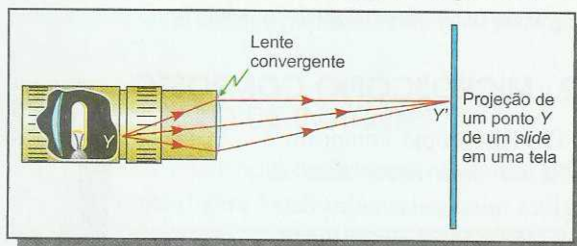


Figura 12 Esquema de um projetor de *slides*.

15. ÓPTICA DA VISÃO

Em relação aos padrões tecnológicos atuais, o olho humano é um instrumento óptico altamente sofisticado. Seu sistema de funcionamento pode ser comparado ao de uma câmera fotográfica, em que o cristalino é a lente, a pupila é o diafragma e a retina faz a função do filme fotográfico em cores.

Para simplificar o estudo do olho humano, utiliza-se um esquema denominado **olho reduzido**, constituído de uma lente convergente (de convergência variável) e de um anteparo posicionado a uma distância fixa em relação à lente (aproximadamente 2 cm), conforme figura 13.

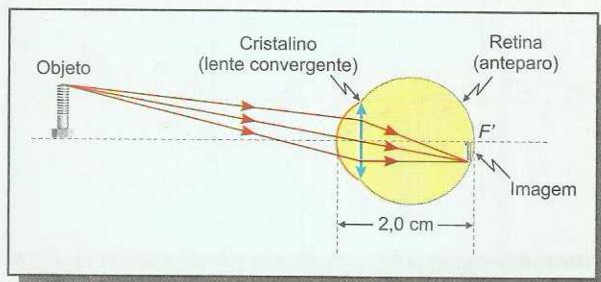


Figura 13 Formação de imagem no olho reduzido.

Em um olho normal, o ponto mais distante de visão nítida, denominado **ponto remoto**, situa-se no infinito. Nessa situação, o cristalino está completamente relaxado, e a visão ocorre sem esforço de acomodação. (Talvez seja essa a raiz da expressão "descansar a vista", quando olhamos para uma paisagem distante.)

Ainda no olho normal, sob máximo esforço de acomodação, o ponto mais próximo de visão nítida, chamado **ponto próximo**, situa-se a 25 cm do cristalino.

Aplicando a equação dos pontos conjugados a essas duas situações, obtemos:

- Ponto remoto ($p \to \infty$ e $p' = 2$ cm $= 0{,}02$ m)

$$C = \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$C = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{0{,}02} \to \boxed{C = 50 \text{ di}}$$

- Ponto próximo ($p = 25$ cm $= 0{,}25$ m e $p' = 2$ cm $= 0{,}02$ m)

$$C = \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$C = \frac{1}{0{,}25} + \frac{1}{0{,}02} \to \boxed{C = 54 \text{ di}}$$

A diferença entre a máxima e a mínima convergência do olho humano é conhecida como **amplitude de acomodação visual** e vale, para um olho normal, quatro dioptrias (4 di).

16. ANOMALIAS DA VISÃO

As principais anomalias da visão, denominadas **ametropias**, são a miopia, a hipermetropia e a presbiopia.

17. MIOPIA

Geralmente, a razão dessa anomalia, conhecida como "vista curta", é um alongamento do globo ocular. Em razão disso, com o cristalino completamente relaxado, o míope não consegue acomodação visual para um objeto no infinito, pois a imagem se forma antes da retina, na posição onde teríamos a retina do olho normal (figura 14).

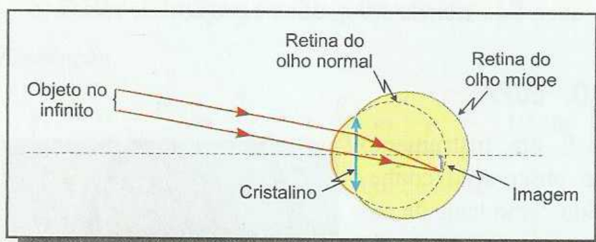


Figura 14 No olho míope, a imagem se forma antes da retina.

Para corrigir a miopia, usa-se uma lente corretora divergente, cuja função é: conjugar, para um objeto no infinito, uma imagem no ponto remoto do míope.

Observação

- As *lentes corretoras* não corrigem a ametropia, mas, sim, produzem as imagens num intervalo onde o usuário tenha acomodação visual.

A distância focal (f) da lente corretora da miopia é, em módulo, igual à distância máxima de visão nítida, sendo porém negativa, já que a lente é divergente:

$$f = -d_R \rightarrow \quad C = -\frac{1}{d_R}$$

18. HIPERMETROPIA

O olho hipermetrope é "mais curto" que o olho normal. Essa diferença não permite que ele consiga acomodação visual para objetos muito próximos: falta-lhe convergência.

O ponto próximo do olho hipermetrope está, portanto, mais distante que os 25 cm usuais (figura 15).

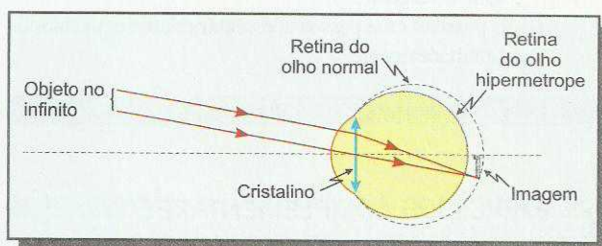


Figura 15 No olho hipermetrope, a imagem se forma depois da retina.

A correção da hipermetropia é feita com uma lente convergente que conjuga, para um objeto a 25 cm do olho, uma imagem no ponto mais próximo de visão nítida do olho hipermetrope.

Sendo $p = 25$ cm $= 0{,}25$ m e $p' = -d_{mín.}$, a convergência da lente corretora é dada por:

$$C = 4 - \frac{1}{d_{mín.}}$$

19. PRESBIOPIA

Com o passar dos anos, o cristalino vai sofrendo um enrijecimento, perdendo sua amplitude de acomodação. É a chamada "vista cansada".

Comumente, acima dos 40 anos uma pessoa não consegue a necessária contração do cristalino para visualizar objetos a 25 cm de distância, mesmo que anteriormente não tenha tido nenhuma deficiência visual. Nesse caso, devemos corrigir apenas o ponto próximo, visto que o problema se localiza no cristalino e não na geometria do globo ocular. O procedimento é idêntico ao que usamos para correção da hipermetropia, com a ressalva de que a visão do ponto remoto não deve ser prejudicada. Uma solução é o presbita usar os óculos somente para visão próxima, retirando-os para visão distante. Uma outra solução é o uso de lentes bifocais.

Visão

A córnea é uma lente de curvatura fixa. Já o cristalino tem curvatura variável, sendo preso ao músculo ciliar, que pode torná-lo mais delgado ou mais curvo, levando a imagem mais para trás ou mais para a frente e permitindo que ela se projete sobre a retina. Essa propriedade, denominada **acomodação visual**, possibilita focalizar objetos localizados a diferentes distâncias.

A acomodação visual é um dos mecanismos que permitem estimar a distância até o objeto. Em pessoas com idade superior a 45 ou 50 anos, o cristalino perde parte de sua flexibilidade, dificultando a leitura e a focalização de objetos próximos.

Em alguns animais, como peixes e anfíbios, a acomodação visual ocorre de outra forma. Em vez de modificar a curvatura do cristalino, eles afastam ou aproximam o cristalino da retina, focalizando a imagem exatamente como uma máquina fotográfica.

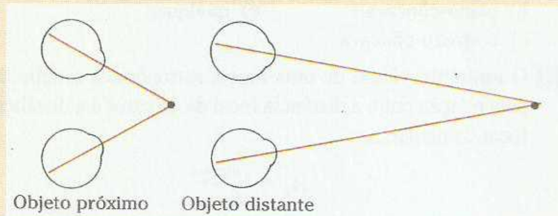
A visão nítida ocorre quando a imagem é projetada exatamente sobre a retina (**emetropia**). Se a imagem se formar antes ou depois dela, o que se vê é uma imagem desfocada. A miopia e a hipermetropia podem ser corrigidas com o uso de lentes divergentes e convergentes, respectivamente.

A cirurgia para a correção da miopia consiste na execução, com profundidade e distância rigorosamente determinadas, de cortes radiais na córnea, semelhantes aos que se fazem ao fatiar uma pizza. Com a cicatrização, a córnea se retrai e altera a sua curvatura, permitindo a formação da imagem sobre a retina.

A noção de profundidade — ou **visão estereoscópica** — resulta da acomodação visual e da movimentação simultânea dos dois olhos, ao focalizar o mesmo objeto. É uma característica dos mamíferos, particularmente dos primatas, cujos olhos se localizam em um mesmo plano.

Com o envelhecimento, o cristalino pode perder a transparência normal, tornando-se opaco. Essa opacificação é chamada de **catarata**, cujo tratamento consiste na remoção cirúrgica do cristalino e no implante de uma lente intra-ocular artificial. O nome "catarata" vem da Grécia antiga, onde se imaginava que o fato de o olho tornar-se esbranquiçado fosse devido ao derrame dos líquidos do cérebro, à semelhança de uma queda-d'água.

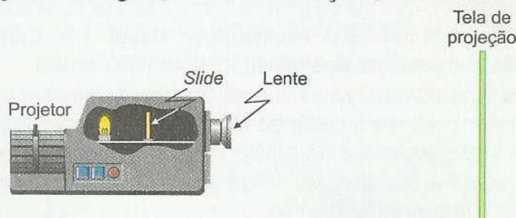
Fonte: José Arnaldo Favaretto e Elias Avancini de Brito, *Biologia – Uma abordagem evolutiva e ecológica*, 1. ed., São Paulo, Moderna, 1997, p. 428, vol. 2.



Quanto mais próximo de um objeto nos encontramos, mais precisamente podemos determinar a que distância ele está, pois os olhos realizam um intenso movimento de convergência. A partir de certa distância, há paralelismo dos olhos e a estimativa é menos precisa. Podemos dizer com facilidade se um objeto está a 1 m ou a 2 m de distância, mas teremos dificuldade de dizer se um avião está a 2.000 ou a 3.000 m de altura.

Exercício resolvido

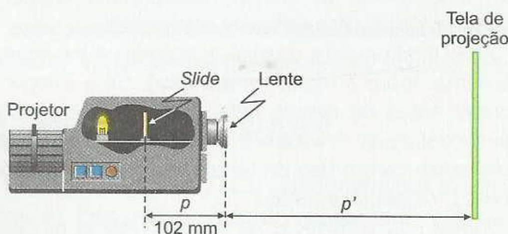
(U. F. Viçosa-MG) A figura representa um projetor de *slides* contendo um *slide* (objeto) fortemente iluminado pela lâmpada, uma lente de 100 mm de distância focal, a 102 mm do objeto, e uma tela de projeção (local de formação da imagem). Nessas condições, calcule:



a) a distância ideal entre a tela e a lente.

b) a razão entre os tamanhos da imagem e do objeto.

Resolução



a) $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

$$\frac{1}{100} = \frac{1}{102} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \boxed{p' = 5.100 \text{ mm}}$$

b) $A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow A = -\frac{5.100}{102} \Rightarrow \boxed{|A| = 50}$



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

4 Uma lupa é uma lente convergente (geralmente com alguns centímetros de distância focal) que produz imagem aumentada de um objeto quando este se encontra entre o foco e o centro óptico da lente. A imagem conjugada pela lupa é real ou virtual? Justifique.

5 (Mackenzie-SP) Um dos instrumentos ópticos mais simples é a lupa, popularmente conhecida como lente de aumento. A classificação geral divide as lentes em convergentes e divergentes. A lupa se enquadra num desses grupos, podendo ser uma lente:

a) bicôncava.
b) plano-côncava.
c) convexo-côncava.
d) plano-convexa.
e) qualquer.

6 O **aumento visual** de uma luneta astronômica é definido pela relação entre a distância focal da objetiva e a distância focal da ocular:

$$A_v = \frac{f_{\text{objetiva}}}{f_{\text{ocular}}}$$

Considere que, numa luneta astronômica, o aumento visual seja igual a 30. Nessas condições, podemos afirmar que:

I. essa luneta nos proporciona uma visão dos objetos ampliada 30 vezes.

II. se a distância focal da lente ocular for 5,0 cm, o comprimento da luneta será, aproximadamente, 1,5 m.

III. uma luneta astronômica é tanto melhor quanto maiores forem as distâncias focais da objetiva e da ocular.

a) Todas as afirmativas estão corretas.
b) Somente as afirmativas I e II estão corretas.
c) Somente a afirmativa III está correta.
d) As afirmativas II e III estão incorretas.
e) Somente a afirmativa II está incorreta.

7 (PUC-PR) Numa máquina fotográfica, a lente possui distância focal de 40 mm. O filme posiciona-se a exatamente 41 mm da lente. Para uma foto nítida, a distância entre a máquina e o objeto fotografado deve ser, aproximadamente, de:

a) 1,0 m b) 1,6 m c) 3,0 m d) 4,5 m e) 10 m

8 (UERJ) Uma pessoa míope não enxerga nitidamente objetos colocados a distâncias maiores do que 40 cm de seus olhos. O valor absoluto da convergência de suas lentes corretoras, em dioptrias, é igual a:

a) 1,5 b) 2,5 c) 3,5 d) 4,5

9 Verdadeiro ou falso?

I. Pessoas míopes possuem o globo ocular longo. Para corrigir esse defeito, elas devem usar lentes convergentes.

II. A correção da presbiopia (vista cansada) é feita com lente divergente.

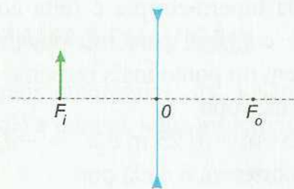
III. É possível uma pessoa apresentar miopia e presbiopia, simultaneamente.

Exercícios complementares: do 13 ao 15.



EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

10 (U. F. Santa Maria-RS) A figura representa um objeto colocado sobre o foco de uma lente delgada divergente. A imagem formada será:



a) virtual, direita e menor.
b) virtual, invertida e maior.
c) real, direita e menor.
d) real, direita e maior.
e) real, invertida e maior.

11 (UFRJ) Uma vela é colocada a 50 cm de uma lente, perpendicular ao seu eixo principal. A imagem obtida é invertida e do mesmo tamanho da vela.

a) Determine se a lente é convergente ou divergente.
b) Calcule a distância focal da lente.

12 (Cefet-MG) A imagem de um objeto colocado a 30 cm de uma lente convergente é virtual. Se a distância focal da lente for 50 cm, a posição de formação da imagem, atrás da lente, estará a .... cm. A opção que completa corretamente a lacuna é:

a) 90 b) 75 c) 55 d) 40 e) 20

13 (UFPR) Em relação à Óptica, é certo ou errado afirmar:

I. A superfície refletora de um farol de automóvel é um espelho plano.

II. Uma lupa é constituída por uma lente divergente.

III. Um espelho de maquiagem, para o qual a imagem de um objeto próximo é maior que o próprio objeto, é um espelho esférico.

IV. O cristalino do olho humano comporta-se como uma lente convergente.

V. Óculos de sol (usados apenas para reduzir a intensidade luminosa) são constituídos por lentes convergentes.

VI. Alguns prismas podem ser utilizados como espelho porque permitem a reflexão interna total.

14 (PUC-SP) Um olho anômalo, para correção da visão, necessita de uma lente de -4 dioptrias. Essa lente deve ser:

a) convergente, com distância focal de 4 m.
b) divergente, com distância focal de 4 m.
c) divergente, com distância focal de 0,25 m.
d) convergente, com distância focal de 0,15 m.

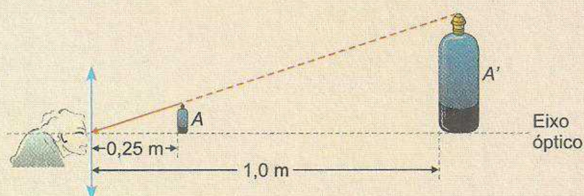
15 (FGV-SP) Um olho hipermetrope tem o ponto próximo a 50 cm. Esse olho, para enxergar objetos a 25 cm, deve utilizar lentes de contato de:

a) $-2{,}0$ dioptrias.
b) $-1{,}0$ dioptria.
c) 1,0 dioptria.
d) 1,5 dioptria.
e) 2,0 dioptrias.



ATIVIDADE ESPECIAL: Anomalias da visão

Uma pessoa idosa está precisando colocar os objetos a 1,0 m de distância de seus olhos para vê-los nitidamente. Ocorre que, a essa distância, não há definição suficiente para que ela possa ler, por exemplo, as pequenas letras em uma garrafa. Ela então coloca a garrafa a 25 cm de seus olhos e, com a utilização de uma lente, faz com que a imagem dessa garrafa, conjugada pela lente, esteja a 1,0 m de seus olhos, conforme ilustra a figura.



1. Considerando os pontos A e A', para o sistema óptico lente, quem é o ponto objeto e quem é o ponto imagem?
2. Para o sistema óptico globo ocular, a imagem se forma sobre a retina do observador. Quem é o objeto correspondente a essa imagem?
3. Considerando o sistema óptico lente, verifique a natureza de cada elemento (real ou virtual).
4. Determine qual é a abscissa do objeto e qual é a abscissa da imagem, no referencial de Gauss. (Considere desprezível a distância entre o olho da pessoa e a lente.)
5. Utilizando a equação dos pontos conjugados, determine a abscissa focal da lente utilizada.
6. A lente é convergente ou divergente?
7. Quantos "graus" tem essa lente? (Qual é sua convergência?)

Capítulo 23

ONDAS

As coisas tangíveis
tornam-se insensíveis
à palma da mão.
Mas as coisas findas,
muito mais que lindas,
essas ficarão.
Carlos Drummond de Andrade

Assistindo a um jogo de futebol você comemora um gol de falta. Quando a bola balança a rede, houve transporte de energia dos pés do jogador para a rede, mas essa transferência de energia foi feita pela bola que se deslocou. O mesmo acontece quando uma pedra atinge o vidro de um carro ou quando o vento empurra um barco a vela.

Seria possível transportar energia sem envolver o transporte de matéria? A resposta é sim. Imagine agora um passageiro, sentado em uma estação ferroviária, aguardando calmamente a chegada do trem. Mesmo de olhos fechados, ele percebe a aproximação do trem. Um pequeno tremor passa por seus pés, o ruído das rodas atinge seus ouvidos e, finalmente, abrindo os olhos, ele vê o trem se aproximando. O passageiro não se sentiu arrastado pelas vibrações que chegaram a seus pés nem pelo ruído que chegou a seus ouvidos nem tampouco pela luz que recebeu do trem. Esses sinais correspondem à energia que se propaga pelo solo e pelo ar, mas sem arrastar o meio em que se propagam. Isso também acontece quando atiramos uma pedra na água e vemos os objetos que flutuam serem atingidos pela oscilação ou quando o rádio do carro recebe os sinais de uma emissora. Esta é a principal característica das ondas: elas transportam energia sem envolver o transporte de matéria.

CID



A energia da onda eleva o surfista e a ação da gravidade o faz escorregar para baixo.

Mas como os cientistas conseguiram explicar as vibrações e suas propagações? O grande salto para essa compreensão foi dado por Christiaan Huyghens (1625-1695), no século XVII, com trabalhos sobre oscilações mecânicas e ondas. Suas idéias no campo da Ondulatória foram utilizadas nos trabalhos de Snell, René Descartes, Fresnel, Young, Louis de Broglie, Planck e outros.

Na Astronomia, as ondas desempenham um papel fundamental. Pelas ondas captadas dos confins do espaço sideral, os astrônomos procuram equacionar os céus, buscando o entendimento da criação do Universo.

Atualmente, são inúmeras as aplicações da Ondulatória. Entre outras, podemos citar o forno microondas, o ultrasom, os raios X, o radar e as telecomunicações.

1. CLASSIFICAÇÃO DAS ONDAS

Uma onda é uma perturbação que se propaga transportando energia, sem envolver transporte de matéria.

Podemos classificar as propagações ondulatórias de acordo com a direção da vibração, com a natureza da vibração e com os graus de liberdade para a propagação.

Em relação à direção da vibração, temos:

- **ondas transversais** — a direção da vibração é perpendicular à direção em que se propaga a onda.
- **ondas longitudinais** — a direção da vibração é a mesma em que se efetua a propagação da onda.
- **ondas mistas** — ambas as condições anteriores ocorrem simultaneamente, como é o caso das perturbações se propagando na superfície dos líquidos.

Em relação à natureza da vibração, temos:

- **ondas mecânicas** — transportam vibrações mecânicas: as partículas materiais estão vibrando. É o caso das ondas em cordas, molas, superfície e interior dos líquidos, sólidos (terremotos) e gases (som no ar) etc. As ondas mecânicas necessitam de um meio material para sua propagação.
- **ondas eletromagnéticas** (ondas de rádio, microondas, luz visível, raios X e outras — não necessitam, obrigatoriamente, de um meio material para sua propagação, fazendo-o até mesmo no vácuo, onde todas as ondas eletromagnéticas têm a mesma velocidade: 300.000 km/s.

Em relação aos graus de liberdade para a propagação, temos:

- **ondas unidimensionais** — a propagação da onda acontece sobre uma linha. Como exemplo, temos as ondas em cordas.

- **ondas bidimensionais** — a propagação da onda acontece sobre uma superfície. É o caso das ondas na superfície dos líquidos.
- **ondas tridimensionais** — a propagação da onda acontece sobre todo o espaço tridimensional. Como exemplo, temos o som se propagando no ar.

Armas do futuro neutralizam sem matar

[...] Num centro de pesquisas de Huntington Beach, na Califórnia, cientistas militares vêm estudando o que há muito tempo os escritores de ficção científica já descreviam: armas que fazem o inimigo desmaiar sem matá-lo.

[...] O governo tem investido na pesquisa dos "bioefeitos" de microondas que possam afetar o comportamento humano. E progressos recentes da eletrônica miniaturizada e da geração de raios de energia direcionável podem estar tornando tais armas perfeitamente viáveis.

Já existem armas a *laser* que provocam cegueira temporária, ou cujas vibrações provocam náusea ou até mesmo diarréia. Outras, baseadas no princípio do forno de microondas, induzem o sono ou fazem o indivíduo sentir calor excessivo. A pesquisa, agora, concentra-se no "canhão sônico", capaz de fazer um homem desmaiar.

Segundo Louis Slesin, editor da revista *Microwave News*, esta é a extensão natural dos estudos sobre raios que afetam os sistemas eletrônicos de aviões, computadores ou mísseis: o corpo humano é um sistema eletroquímico, e equipamentos que interrompam os seus impulsos elétricos podem afetar o comportamento e as funções corporais.

Fonte: Douglas Pasternak, *O Estado de S. Paulo*, 31 ago. 1997.

Para obter outros textos publicados pelo jornal **O Estado de S. Paulo**, ou propostas de atividades, consulte o site **Estadão na escola** (www.estadao-escola.com.br).

2. PULSOS

Uma onda correspondente a uma perturbação simples é denominada *pulso* (figura 1).

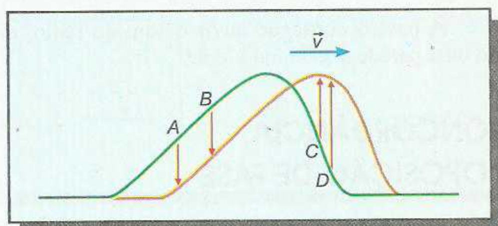


Figura 1 Instantâneo de um pulso transversal propagando-se para a direita, numa corda.

A linha vermelha corresponde a uma posição futura a ser ocupada pela perturbação, após um intervalo de tempo Δt. As setas indicam os deslocamentos que sofrerão os vários pontos da corda para atingir a nova posição. Os pontos A e B estão descendo, os pontos C e D estão subindo.

3. ONDAS PERIÓDICAS

Uma sucessão de pulsos iguais produz uma onda periódica. Das ondas em geral, as periódicas apresentam especial interesse, tanto pela facilidade de descrição quanto pelas aplicações práticas. Analisaremos as ondas periódicas unidimensionais (figura 2).

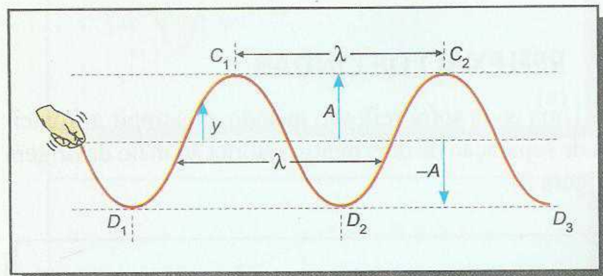


Figura 2 Ondas periódicas.

Nas ondas periódicas, destacamos:

- **elongação (*y*):** valor algébrico da ordenada do ponto oscilante da corda.
- **amplitude da onda (*A*):** o maior valor da elongação, relacionada com a energia transportada pela onda.
- **freqüência (*f*):** número de oscilações executadas por qualquer ponto da corda, por unidade de tempo.
- **período (*T*):** tempo de uma oscilação completa de qualquer ponto da corda.
- **fase (θ):** ângulo pelo qual, no M.H.S., calculamos a elongação.
- **cristas e vales:** os pontos C_1, C_2, ... são denominados cristas, e os pontos D_1, D_2, ... , vales.
- **concordância de fase:** dois pontos estão em concordância de fase quando têm sempre o mesmo sentido de movimento (C_1 e C_2; D_1 e D_2).
- **oposição de fase:** dois pontos estão em oposição de fase quando têm sempre sentidos opostos de movimento (C_1 e D_2).
- **comprimento de onda (λ):** genericamente, é a menor distância entre dois pontos que vibram em concordância de fase; em particular, é a distância entre duas cristas ou dois vales consecutivos.

As ondas periódicas são periódicas no tempo e no espaço. Assim, a cada intervalo de tempo igual a um período (T) as fases se repetem. Se fixarmos um instante (fotografia), a cada comprimento de onda (λ), as fases também se repetem. Portanto:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T}$$

Como $f = \frac{1}{T}$, obtemos:

$$v = \lambda f$$

Observações

- A freqüência de uma onda é a freqüência da fonte que a produziu, não variando, portanto, durante a propagação.
- A velocidade de propagação é característica do meio. Para ondas de mesmo tipo, num mesmo meio, teremos mesma velocidade.

4. REFLEXÃO DE ONDAS

Uma onda sofre reflexão quando, ao atingir a fronteira de separação de dois meios, retorna ao meio de origem (figura 3).

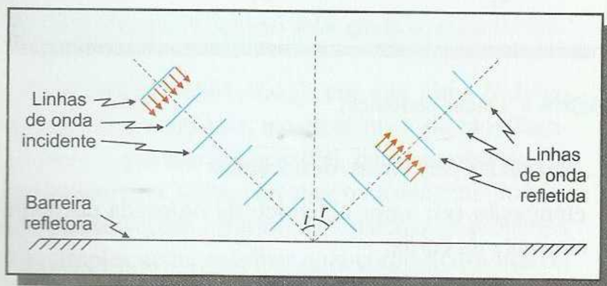


Figura 3 Reflexão de ondas.

Observações

- Como a velocidade é característica do meio de propagação, a onda refletida tem a mesma velocidade da onda incidente, pois ambas se propagam no mesmo meio.
- A freqüência, por ser uma característica da fonte, permanece inalterada.
- O comprimento de onda também permanece inalterado.

5. REFRAÇÃO DE ONDAS

Uma onda sofre refração quando transpõe a fronteira de separação de dois meios de propagação, passando a se propagar no outro meio e, naturalmente, com outra velocidade (figura 4).

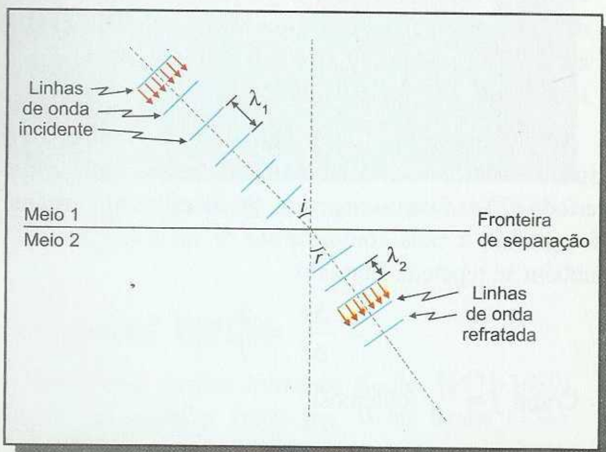


Figura 4 Refração de ondas.

O que caracteriza a refração é uma mudança na velocidade de propagação, podendo haver ou não mudança de direção de propagação, dependendo do ângulo de incidência.

A refração de ondas obedece à lei de Snell-Descartes:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

Observações

- A freqüência das ondas, característica da fonte de ondas, não se altera na refração.
- A reflexão e a refração ocorrem simultaneamente; são analisadas em separado por motivos didáticos.

6. DIFRAÇÃO

A difração ocorre quando uma onda encontra uma fenda ou um obstáculo. As ondas conseguem contornar obstáculos e fendas que, se levada em consideração apenas a propagação retilínea, não seriam atingidos (figura 5).

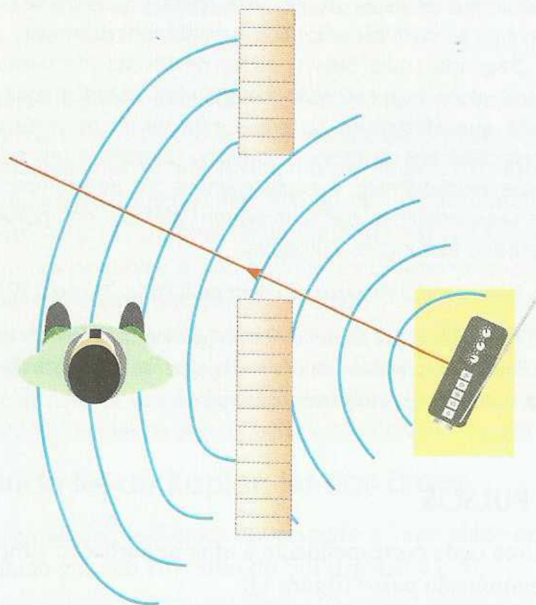


Figura 5 A pessoa consegue ouvir o som do rádio, mesmo havendo uma parede separando-a dele.

7. CONCORDÂNCIA E OPOSIÇÃO DE FASE

Dois pontos de uma onda encontram-se em concordância de fase quando a distância entre eles é:

$$D = n\lambda \qquad n = 0, 1, 2, 3, ...$$

Os pontos que representam as cristas de uma onda estão em concordância de fase; o mesmo acontece com os pontos que determinam os vales (figura 6).

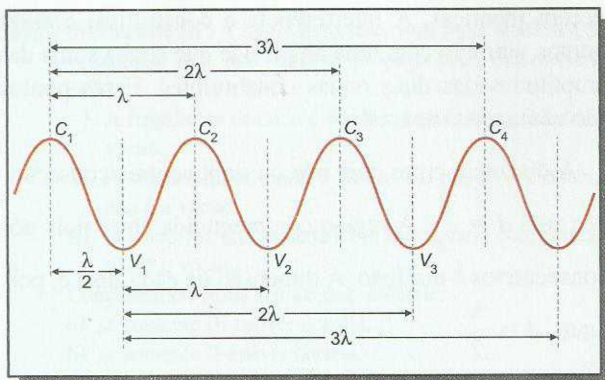


Figura 6 "Instantâneo" de uma onda senoidal: cada ponto da onda encontra-se em uma fase da oscilação.

Vejamos, agora, as condições para que dois pontos de uma onda encontrem-se em oposição de fase. Na figura acima, os pontos C_1 e V_1 estão em oposição de fase. O ponto C_1 está em oposição de fase em relação a todos os pontos que estejam em concordância de fase com V_1. Assim, temos:

- distância de C_1 a V_1: $D_1 = \dfrac{\lambda}{2}$
- distância de V_1 a outro vale qualquer: $D_2 = n\lambda$

A distância D entre dois pontos quaisquer em oposição de fase é dada por:

$$D = D_1 + D_2$$

$$D = n\lambda + \frac{\lambda}{2} \rightarrow \quad D = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

8. INTERFERÊNCIA

Consideremos dois pulsos unidimensionais propagando-se em uma corda elástica em sentidos opostos (figura 7).

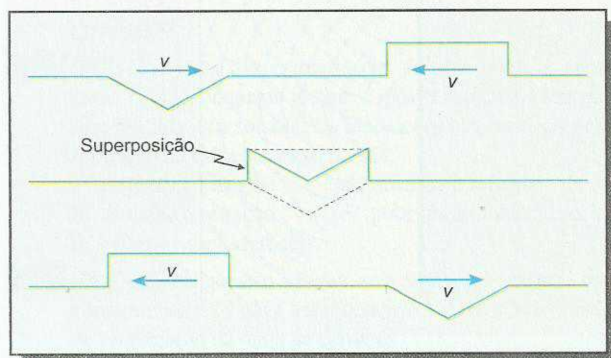
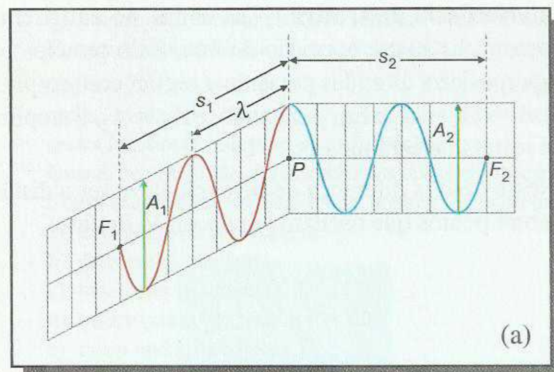
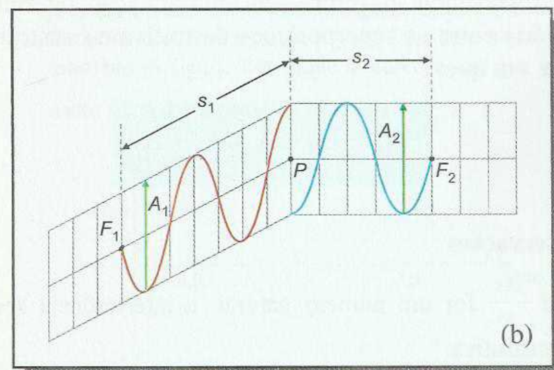


Figura 7 Interferência de um pulso retangular e outro triangular.

Um pulso não interfere na propagação do outro. Na realidade, não há interferência de ondas; o que ocorre nos pontos onde elas se encontram é uma superposição.

Vejamos, agora, os vários tipos de superposição (interferência) que podem ocorrer quando duas ondas bidimensionais atingem simultaneamente o mesmo ponto (figura 8).





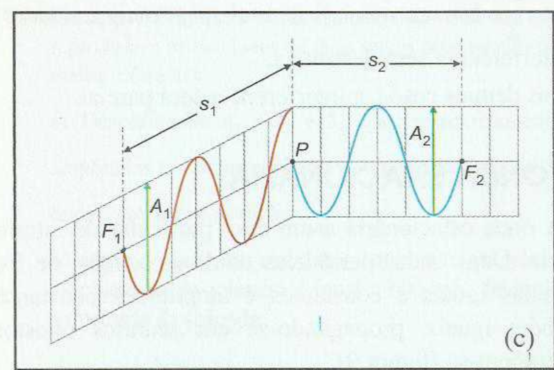


Figura 8 Duas fontes F_1 e F_2, em concordância de fase, produzindo ondas bidimensionais que atingem o ponto P. Em (*a*) temos interferência construtiva, em (*b*), interferência destrutiva, e em (*c*), interferência parcial.

Sejam: s_1 o percurso da onda da fonte F_1 ao ponto P, s_2 o percurso da onda da fonte F_2 ao ponto P e $\Delta s = |s_1 - s_2|$ a diferença de percurso.

Ao atingirem o ponto P, as ondas podem provocar três tipos de superposição:

- **Interferência construtiva** — as ondas, ao atingirem o ponto P, estão em concordância de fase. Sendo A_1 a amplitude da primeira onda e A_2, a amplitude da segunda, o ponto P, em virtude da superposição, passará a oscilar com amplitude $A = A_1 + A_2$.

A diferença de percurso deve corresponder à distância entre pontos em concordância de fase:

$$\Delta s = n\lambda \quad (n\text{: número natural})$$

- **Interferência destrutiva** — as ondas, ao atingirem o ponto P, estão em oposição de fase. Pelo princípio da superposição, as ondas passarão a oscilar com amplitude $A = |A_1 - A_2|$. Em particular se $A_1 = A_2$, a amplitude resultante será nula ($A = 0$).

Nesse caso, a diferença de percurso deve ser a distância entre pontos que oscilam em oposição de fase:

$$\Delta s = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

- **Interferência parcial** — é uma situação intermediária entre as superposições destrutiva e construtiva, em que:

$$|A_1 - A_2| < A < A_1 + A_2$$

Observações

- Se $\frac{\Delta s}{\lambda}$ for um número natural, a interferência será construtiva.
- Se $\frac{\Delta s}{\lambda}$ for um número natural mais meia unidade, a interferência será destrutiva.
- Nos demais casos, a interferência será parcial.

9. ONDA ESTACIONÁRIA

A onda estacionária é um caso particular de interferência. Duas ondas periódicas unidimensionais, de freqüências iguais e constantes e amplitudes constantes também iguais, propagando-se em sentidos opostos, superpõem-se (figura 9).

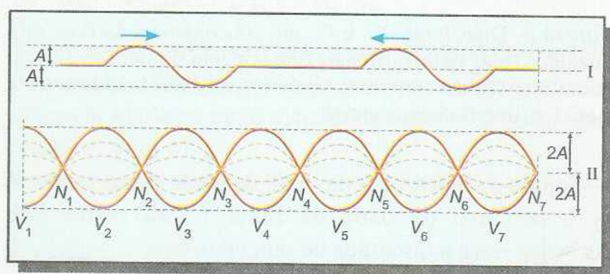


Figura 9 Superposição de duas ondas estacionárias.

Os pontos N_1, N_2, N_3 etc. são pontos nos quais as ondas estão em oposição de fase. A interferência é destrutiva. Como, por hipótese, as ondas têm, rigorosamente, a mesma freqüência, elas permanecerão indefinidamente em fase nesses pontos e, a interferência será sempre destrutiva. São, portanto, pontos que não vibram, chamados **nós**, ou **nodos** da vibração estacionária.

Os pontos V_1, V_2, V_3 etc. são pontos em que as ondas estão em concordância de fase no instante considerado, e estarão sempre, pois as freqüências, por hipótese, permanecem idênticas. A interferência é construtiva, e esses pontos vibrarão com uma amplitude que será a soma das amplitudes das duas ondas constituintes. Esses pontos são chamados **ventres**.

A distância entre dois nós ou dois ventres consecutivos será $d = \frac{\lambda}{2}$. A região compreendida entre dois nós consecutivos é um **fuso**. A dimensão de cada fuso é, portanto, $d = \frac{\lambda}{2}$.

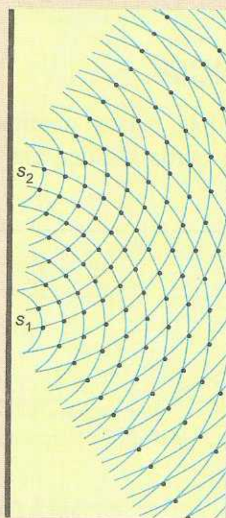
Difração da luz e interferência

Para uma onda sofrer difração, a fenda ou o obstáculo a ser contornado deve possuir a mesma ordem de grandeza do comprimento de onda da onda difratada. No caso da luz, essa medida é da ordem de 10^{-6} m.



Figura de difração: a luz passa por uma fenda estreita.

Com dois pequenos cortes em uma cartolina, feitos por uma lâmina bem fina, e a luz coerente passando por essas fendas, obtemos num anteparo uma figura de interferência, fenômeno característico da propagação ondulatória.





EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 (Unirio) Uma onda com velocidade v_1 e comprimento λ_1, após ser refratada, passa a ter velocidade v_2 e comprimento de onda λ_2. Considerando que $v_2 = 2v_1$, podemos afirmar que:

a) $\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{3}$
b) $\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2}$
c) $\lambda_2 = \lambda_1$
d) $\lambda_2 = 2\lambda_1$
e) $\lambda_2 = 3\lambda_1$

2 (Mackenzie-SP) A figura representa uma onda mecânica de velocidade 340 m/s, que se propaga num determinado meio.

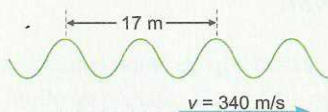
I. A freqüência da onda é 40 Hz somente se o meio for o vácuo.

II. A freqüência da onda é 20 Hz e o meio com certeza não é o vácuo.

III. O comprimento de onda é 8,5 m e o meio com certeza não é o vácuo.

Considerando essas afirmações, assinale:

a) se somente III estiver correta.
b) se somente II estiver correta.
c) se somente I estiver correta.
d) se as três estiverem corretas.
e) se II e III estiverem corretas.



3 (PUC-MG) Em Belo Horizonte há três emissoras de rádio, que estão listadas abaixo, juntamente com as freqüências de suas ondas portadoras, que são de natureza eletromagnética:

Rádio América	$f = 750$ kHz
Rádio Atalaia	$f = 950$ kHz
Rádio Itatiaia	$f = 610$ kHz

Sendo a velocidade da luz igual a 300.000 km/s, assinale a alternativa que contém os comprimentos de onda dessas ondas portadoras, na mesma ordem em que foram apresentadas:

a) 316 m, 400 m e 492 m
b) 316 m, 492 m e 316 m
c) 492 m, 316 m e 400 m
d) 400 m, 316 m e 492 m
e) 492 m, 400 m e 316 m

4 (Univali-SC) Em uma sala de paredes espessas e uma porta ligeiramente entreaberta, é possível ouvir-se nitidamente o barulho do trânsito do lado de fora. Esse fato pode ser mais bem explicado pelo(a):

a) eco.
b) difração.
c) reflexão.
d) refração.
e) convergência.

5 (PUC-RS) Uma das extremidades de uma corda é presa numa parede, enquanto a outra é movimentada até formar-se uma onda estacionária. Os fenômenos responsáveis pela formação da onda estacionária são:

a) reflexão e refração.
b) difração e refração.
c) reflexão e interferência.
d) difração e reflexão.
e) polarização e interferência.

6 (PUC-RS) Na questão anterior, se a distância entre dois nós consecutivos é 30 cm e a freqüência é 6,0 Hz, a velocidade de propagação da onda na corda é:

a) 0,6 m/s b) 1,0 m/s c) 1,2 m/s d) 2,0 m/s e) 3,6 m/s

Exercícios complementares: do 7 ao 11.



EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

7 (U. São Francisco-SP) Todas as ondas que compõem o espectro eletromagnético:

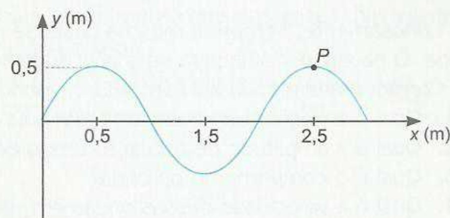
a) têm o mesmo comprimento de onda.
b) possuem a mesma freqüência.
c) transportam energia e matéria.
d) produzem o mesmo efeito ao interagir com a matéria.
e) apresentam no vácuo a mesma velocidade de propagação.

8 (Cefet-PR) Considere as ondas citadas a seguir: infravermelho, ondas de rádio, raios gama, ultra-som, raios X, ondas luminosas, microondas e ultravioleta.

Quanto ao critério de classificação das ondas em mecânicas e eletromagnéticas, verifica-se que, dentre elas, existe(m):

a) uma única onda mecânica.
b) duas ondas mecânicas.
c) três ondas mecânicas.
d) quatro ondas mecânicas.
e) cinco ondas mecânicas.

9 (UFCE) Uma onda transversal de freqüência 2,0 Hz se propaga em uma corda muito longa. A figura representa a forma da corda no instante $t = 0$. Considere o ponto P, mostrado na figura. Determine as coordenadas (par ordenado) $(x; y)$ desse ponto no instante $t = \frac{1}{8}$ s.



10 (Vunesp) As figuras 1 e 2, desenhadas numa mesma escala, reproduzem instantâneos de duas ondas propagando-se em meios diferentes.

a) Denominando A_1 e A_2 e λ_1 e λ_2, respectivamente as amplitudes e os comprimentos de onda associados a essas ondas, determine as razões $\frac{A_1}{A_2}$ e $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$.

b) Supondo que essas ondas têm a mesma freqüência e que a velocidade da primeira é igual a 600 m/s, determine a velocidade da segunda.

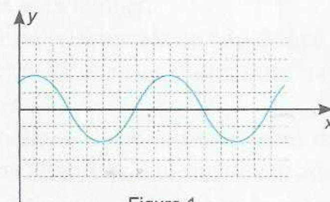


Figura 1

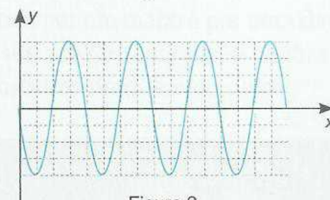
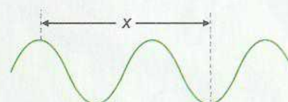


Figura 2

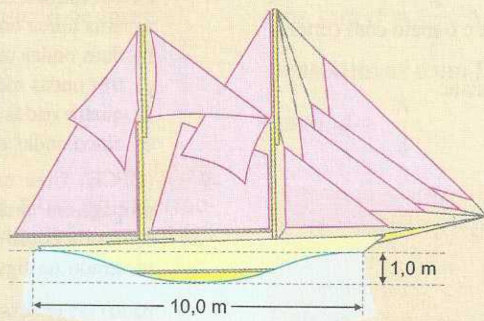
11 (Unifor-CE) Uma onda periódica, cujo período é 0,50 s, está se propagando numa corda com velocidade de 1,6 m/s. Um trecho dessa propagação está representado na figura. Determine a distância x.





ATIVIDADE ESPECIAL: *Ondas*

Um barco tem 10 m de comprimento (≅ 30 pés). O navegador observa que, quando a proa está sobre uma crista, a popa também está sobre uma crista e entre elas há apenas um vale, conforme indica a figura.



Curiosamente, sempre a mesma crista se mantém sob a proa e também sempre a mesma crista se mantém sob a popa. O navegador olha para uma bóia ancorada e verifica que ela perfaz 10 oscilações em 20 s.

Considerando a onda apresentada, responda às questões seguintes:

1. Qual é a freqüência de oscilação da bóia no S.I.?
2. Qual é a amplitude de oscilação dessa bóia?
3. Qual é o comprimento de onda?
4. Qual é a velocidade dessas ondas em relação à boia?
5. Qual é a velocidade dessas ondas em relação ao barco?
6. Se o barco baixar as velas e ancorar, com que freqüência ele vai oscilar?

Capítulo 24

ACÚSTICA

... as goteiras pingavam lá fora,
o vento sacudia os ramos da catingueira,
e o barulho do rio era como um trovão distante.

Graciliano Ramos

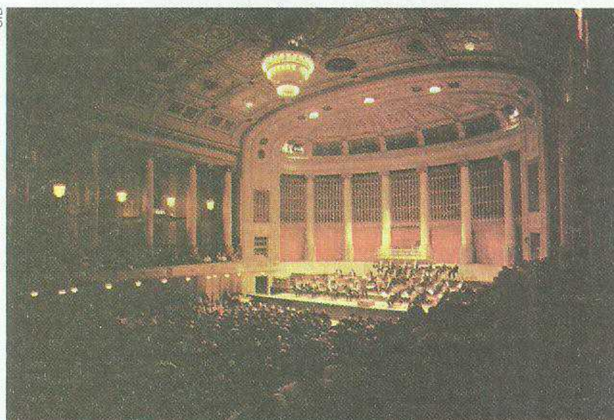
Raramente nos damos conta de que nossa audição tem características muito especiais. Fechando os olhos por alguns momentos percebemos o seu poder.

Ouvimos uma buzina distante, o vento nas janelas, um carro passando, um botão caindo. Todas essas perturbações chegam aos nossos ouvidos ao mesmo tempo, mas a nossa percepção auditiva é capaz de identificá-las isoladamente.

Além disso, somos capazes de dizer quais fontes sonoras estão mais próximas e mais distantes, assim como a direção de onde elas provêm.

É realmente uma verdadeira percepção tridimensional, muitas vezes ofuscada pela predominância da visão, mas com tantas características especiais que justificam um ramo da Física inteiramente dedicado ao seu estudo — a Acústica.

CID



Casa de concertos de Viena (Konzerthaus).

1. SOM

As ondas sonoras são ondas longitudinais que se propagam no ar e em outros meios. Elas têm origem mecânica e, portanto, não se propagam no vácuo.

As ondas sonoras têm a propriedade de sensibilizar os nossos ouvidos. A sensibilidade do ouvido humano varia de pessoa para pessoa, assim como, para uma mesma pessoa, varia com a idade. Os parâmetros médios adotados são 20 Hz como freqüência mínima audível e 20.000 Hz, como freqüência máxima. Abaixo de 20 Hz, as vibrações são chamadas infra-som e acima de 20.000 Hz, ultra-som.

Velocidade do som

Por ser uma onda mecânica, em geral o som se propaga mais rapidamente nos sólidos que nos líquidos, e nos líquidos mais rapidamente que nos gases. No vácuo não há propagação de som.

No ar, a 15 °C, a velocidade do som é 340 m/s; na água, a 20 °C, o som se propaga a 1.482 m/s, e, no ferro, a 4.480 m/s.

Observação

- Nos fluidos (gases e líquidos), a temperatura tem uma influência muito grande na velocidade de propagação do som.

Qualidades do som

Há várias grandezas físicas que caracterizam um som. As principais são: a altura, a intensidade e o timbre.

A altura é uma qualidade do som que permite ao ouvido humano diferenciar entre um som grave e um som agudo. Som grave é o som de baixa freqüência; som agudo é o som de alta freqüência. A voz do homem é mais grave do que a da mulher.

A intensidade está relacionada ao fato de que as ondas sonoras podem ser mais intensas ("som forte") ou menos intensas ("som fraco").

O timbre nos permite distinguir entre sons de mesma freqüência (mesma altura) e de mesma intensidade, emitidos por fontes diferentes. Por exemplo, uma mesma nota musical emitida por um piano e por uma flauta é distinguida por nossos ouvidos porque o timbre do som emitido por um instrumento difere do outro.

CID



2. REVERBERAÇÃO E ECO

Todas as nossas sensações correspondem a uma combinação entre os órgãos sensitivos e nossa mente. Um aspecto comum a todas as sensações é que elas não são instantâneas. Elas começam, perduram um pequeno intervalo de tempo e se vão. A dor de uma alfinetada, por exemplo, mesmo retirado o estímulo, ainda perdura.

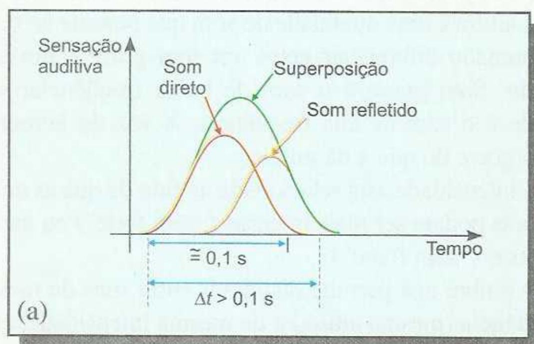
O conhecimento desse aspecto é o ponto básico para o entendimento dos fenômenos do eco e da reverberação. Vamos admitir que, recebida uma vibração auditiva, por mais curta que seja, sua sensação perdure por um décimo de segundo (0,1 s). Chamemos esse intervalo de tempo de **tempo de remanescência** (Δt_r).

Vamos supor, agora, que recebemos dois sons: o primeiro chega diretamente da fonte (som direto), e o segundo, após reflexão numa barreira qualquer. Se recebermos o segundo som, idêntico ao primeiro, menos em relação à intensidade, antes que termine o tempo de remanescência do anterior, teremos uma superposição de ambas as sensações, resultando numa sensação única, mais intensa e prolongada, chamada **reverberação do som** (figura 1a).

Observação

- Quando conversamos em campo aberto, não há reforço para o som direto. Nossa voz parece mais fraca, e os sons ficam mais curtos.

Para que haja eco, devemos receber o som refletido com um atraso maior que o tempo de remanescência (figura 1b).



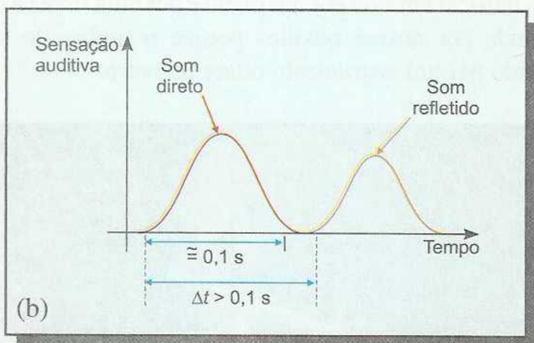


Figura 1 *(a)* Reverberação do som e *(b)* eco.

Analisemos o caso de uma pessoa diante de uma barreira ouvindo o eco de sua própria voz: o som direto chega imediatamente, enquanto o som refletido deve percorrer uma distância *d* até chegar à parede e a mesma distância *d* para retornar à pessoa.

Como $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, temos $\Delta t = \frac{\Delta s}{v}$. Esse intervalo de tempo deve ser maior que o tempo de remanescência. Assim:

$$\frac{\Delta s}{v} > \Delta t_r \Rightarrow 2d > v \cdot \Delta t_r$$

$$d > \frac{v \cdot \Delta t_r}{2}$$

Considerando a velocidade do som no ar 340 m/s, a distância *d*, a partir da qual teremos eco, é:

$$d > \frac{340 \cdot 0{,}1}{2} \rightarrow d > 17 \text{ m}$$

3. CORDAS VIBRANTES

Um sistema mecânico possui um ou mais modos de vibração livre. A cada um dos modos de vibrar corresponde uma freqüência, denominada **freqüência natural**.

Uma corda fixa em seus extremos possui vários modos de vibração: um, chamado **fundamental**, e outros, com freqüências múltiplas do modo fundamental, chamados **modos harmônicos**.


CID

Os instrumentos musicais de corda são constituídos, basicamente, de uma corda esticada e fixa em ambas as extremidades. A perturbação produzida em um ponto qualquer entre os extremos da corda se propaga para as duas extremidades, onde é refletida e volta em sentidos contrários, sucessivamente. Temos, portanto, a formação de uma onda estacionária (figura 2).

Observação

- Entre dois nós (pontos que não vibram) teremos, sempre, pelo menos um ventre.

Como $\ell = n\frac{\lambda_n}{2}$, obtemos, para um número genérico de fusos:

$$\lambda_n = \frac{2\ell}{n}$$

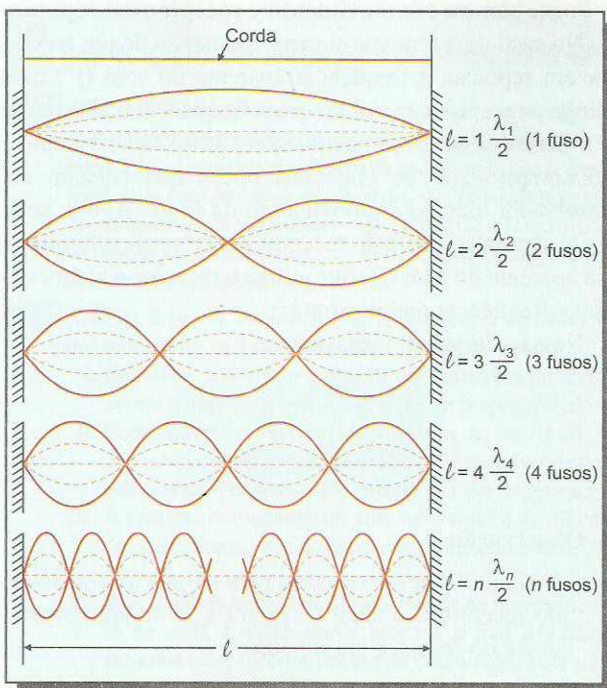


Figura 2 Vários modos de vibração de uma corda fixa em seus extremos e a comparação entre o comprimento de onda de cada modo com o comprimento da corda. Como as extremidades da corda são fixas, esses pontos não vibram.

Lembrando ainda que $v = \lambda f$, podemos escrever:

$$v = \frac{2\ell}{n} f_n \rightarrow \quad f_n = \frac{n}{2\ell} v$$

Nessa expressão, f_n é a freqüência do enésimo modo de vibração.

O primeiro modo de vibração ($n = 1$) é chamado **modo fundamental** ou **primeiro harmônico**.

As vibrações subseqüentes à fundamental possuirão freqüências que são múltiplas do primeiro modo, e são chamadas **harmônicas**.

A velocidade de propagação v de uma onda transversal na corda é determinada por:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Nessa expressão, F é o módulo da força de tração a que está sujeita a corda, e μ é a densidade linear da corda (massa por unidade de comprimento).

Observação

- Para produzir uma melodia com um instrumento de corda, o instrumentista dispõe de três variáveis: ele controla o valor de ℓ (porção vibrante da corda), muda de uma corda mais grossa para outra mais fina (alterando μ) ou, ainda, altera a intensidade da força de tração ao fazer a afinação do instrumento usando roscas especiais (cravelhas).

4. TUBOS SONOROS

Os tubos sonoros contêm uma coluna de ar que pode executar uma vibração estacionária. Se o tubo é aberto nas duas extremidades, é chamado de **tubo aberto**; chamamos de **tubo fechado** àquele que é fechado em uma das extremidades.



CID

Observações

- As extremidades abertas são locais onde a vibração é livre, correspondendo, portanto, a ventres.
- As extremidades fechadas são locais onde não há vibração longitudinal; são, portanto, nós.

Tubo aberto

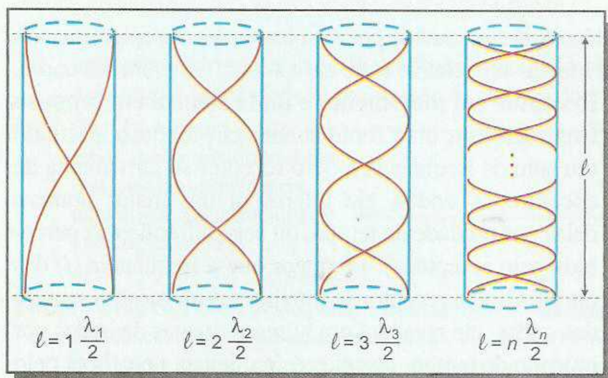


Figura 3 Modos de vibração de uma coluna de ar em um tubo aberto.

Genericamente, temos:

$$\lambda_n = \frac{2\ell}{n}$$

Nessa expressão, n é a ordem do harmônico que o tubo está emitindo. Como $v = \lambda \cdot f$, obtemos:

$$f_n = n\frac{v}{2\ell}$$

Tubo fechado

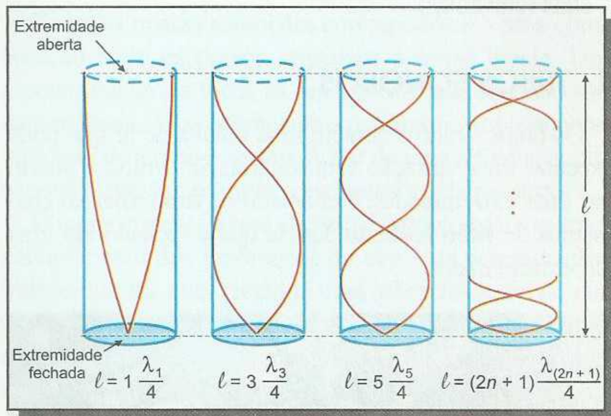


Figura 4 Modos de vibração de uma coluna de ar em um tubo fechado.

Observação

- Os tubos fechados só contêm os harmônicos ímpares ao passo que o tubo aberto possui os harmônicos pares e ímpares.

A freqüência para um harmônico genérico é dada por:

$$f_{(2n+1)} = (2n+1)\frac{v}{4\ell}$$

É importante observar que, nesse caso, a ordem do harmônico não é dada pelo número n, mas, sim, pelo número ímpar $2n + 1$.

5. EFEITO DOPPLER

O efeito Doppler se caracteriza por uma mudança na freqüência do som ouvido por um observador (receptor) quando há movimento relativo entre ele e a fonte emissora das ondas.

- **Receptor em movimento e fonte sonora em repouso**
  Consideremos uma fonte sonora em repouso emitindo um som de freqüência f. Se o receptor se movimenta de encontro às ondas, ele intercepta um maior número delas por unidade de tempo, ou seja, a freqüência percebida pelo receptor (f') é maior que a freqüência (f) das ondas. Caso o receptor se movimente no mesmo sentido das ondas, ele receberá um número menor de ondas por unidade de tempo, ou seja, a freqüência percebida pelo receptor (f') é menor que a freqüência (f) das ondas.
  A relação entre f' (freqüência aparente) e f (freqüência real) depende das velocidades do receptor ($v_{rec.}$) e do som (v_{som}) em relação ao meio em que a onda se propaga, sendo dada por:

$$f' = f\frac{v_{som} \pm v_{rec.}}{v_{som}}$$

Observação

- O sinal (+) deve ser usado para o receptor aproximando-se da fonte em repouso e o sinal (−), para o receptor afastando-se da fonte.

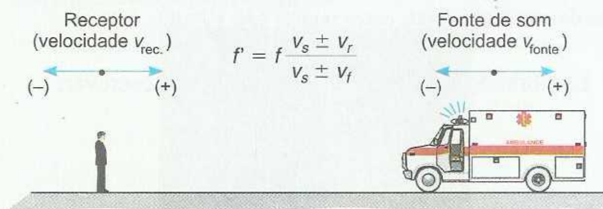
- **Fonte sonora em movimento e receptor em repouso**
  No caso de a fonte de som aproximar-se de um receptor em repouso, a freqüência aparente do som (f') que atinge o receptor é maior do que a freqüência real do som (f). Costuma-se dizer que acontece um "encurtamento" no comprimento de onda das ondas que chegam ao observador, devido ao movimento da fonte. Agora, se a fonte sonora se afasta do receptor em repouso, a freqüência aparente do som (f') que atinge o receptor é menor do que a freqüência real do som (f).
  Nessas situações, escrevemos:

$$f' = f\frac{v_{som}}{v_{som} \pm v_{fonte}}$$

Observação

- O sinal (+) deve ser usado para a fonte afastando-se do receptor e o sinal (−) para a fonte aproximando-se do receptor em repouso.

- **Fonte sonora e receptor em movimento**
  A definição do sinal (+) ou (−) é feita tomando-se como referência a figura abaixo:



Efeito Doppler para a luz

Como a luz tem características ondulatórias, ela também está sujeita ao efeito Doppler. Embora a expressão para o cálculo desse efeito não seja a mesma que usamos para as ondas sonoras, por efeito da Relatividade, as variações de freqüência acontecem no mesmo sentido das ondas em geral. Assim:

- se o movimento relativo é de aproximação, a freqüência da onda recebida é maior que a freqüência da fonte.
- se o movimento relativo é de afastamento, a freqüência da onda recebida é menor que a freqüência da fonte.

A luz recebida de galáxias distantes pode ser decomposta e, nessas condições, obtêm-se figuras muito características, que podem ser comparadas com padrões de laboratório, como se fossem um código de barras identificador da substância analisada. Para a maioria das galáxias, observa-se que a identificação característica dos elementos está deslocada para o lado da radiação vermelha, ou seja, há um deslocamento para freqüências menores, revelando um movimento de afastamento. Esse deslocamento é conhecido pela sua expressão em inglês: *redshift*.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 (PUC-MG) Em linguagem técnica, um som que se propaga no ar pode ser caracterizado, entre outros aspectos, pela altura e intensidade. Os parâmetros físicos da onda sonora que correspondem às características mencionadas são, respectivamente:

a) comprimento e velocidade.
b) amplitude e velocidade.
c) velocidade e amplitude.
d) amplitude e freqüência.
e) freqüência e amplitude.

2 (UFPR) Sobre os conceitos e as aplicações da Acústica e dos fenômenos ondulatórios, assinale certo ou errado.

I. Em ondas sonoras, a vibração das partículas do meio ocorre paralelamente à sua direção de propagação.
II. Considerando a velocidade do som no ar igual a 340 m/s, se uma pessoa ouve um trovão 2 s após ver o raio, este ocorreu a uma distância superior a 1 km da pessoa.
III. A freqüência fundamental num tubo sonoro de 20 cm de comprimento tem o mesmo valor no tubo aberto ou fechado.
IV. Para se produzir uma onda estacionária de comprimento de onda λ numa corda esticada e fixa nas duas extremidades, o comprimento da corda deverá ser um múltiplo inteiro de $\frac{\lambda}{2}$.

3 (PUC-RS) Uma pessoa parada na calçada de uma avenida observa a passagem de uma ambulância com sirena acionada. Após a passagem do carro, o observador percebe que a freqüência do som diminui. Esse fenômeno é conhecido como efeito:

a) Doppler.
b) Volta.
c) Joule.
d) fotoelétrico.
e) de reverberação.

4 (PAS/UnB-DF) A respeito das propriedades do som, cuja velocidade no ar é aproximadamente 340 m/s, julgue os seguintes itens:

I. Se uma pessoa deixa cair uma pedra em um poço e 2 s depois escuta o som do impacto dela com a superfície da água, então a pedra caiu de uma altura maior que 340 m.
II. Se um morcego emite no ar uma onda de comprimento de onda igual a 5,0 mm, a freqüência por ele emitida é inferior a 1.000 Hz.
III. Na utilização do efeito Doppler para a medida da velocidade de veículos, o automóvel atua como um receptor e, quando as ondas forem refletidas de volta para o radar, atua como uma fonte móvel.

5 (U. F. Uberlândia-MG) Assinale verdadeiro ou falso.

Você já deve ter notado que as sirenas dos carros de polícia e de ambulâncias, quando se aproximam de nós, têm som mais agudo do que quando se afastam. Quem já foi a uma corrida de Fórmula 1, por exemplo, sabe que o ruído do motor dos carros também se comporta assim: muda de agudo (maior freqüência) para grave (menor freqüência) quando os carros passam à nossa frente. Isso acontece sempre que a fonte de um som está em movimento. Podemos afirmar que esse fenômeno chama-se efeito Doppler.

CID



Exercícios complementares: do 6 ao 10.



EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

6 Um músico, ao afinar seu instrumento, emite duas notas: a nota dó, que possui uma freqüência de 65,3 Hz, e a nota ré, que possui um comprimento de onda igual a 4,70 m. A velocidade do som no ar é igual a 340 m/s. Leia as afirmações abaixo:

I. A freqüência da nota dó é maior do que a da nota ré.
II. O comprimento de onda da nota dó é maior do que o da nota ré.
III. O comprimento de onda da nota dó é menor do que o da nota ré.
IV. A freqüência da nota dó é menor do que a da nota ré.

Então:

a) I e III estão corretas.
b) apenas a I está correta.
c) II e IV estão corretas.
d) apenas a II está correta.
e) apenas a III está correta.

7 (UFGO) Os instrumentos musicais e nosso aparelho fonador são bons exemplos de fontes sonoras. Essas fontes produzem vibrações das moléculas de ar, resultando em uma onda que se propaga atingindo nosso ouvido, produzindo a sensação sonora. Em relação ao som, julgue os itens abaixo:

I. As vozes das pessoas são classificadas quanto à altura (baixos, tenores, sopranos etc.). A voz grave (baixo) de um cantor possui freqüência menor que a voz aguda (soprano) de uma cantora.
II. A intensidade sonora está relacionada com a amplitude da onda sonora.
III. Os morcegos utilizam a propriedade que os sons têm de serem refletidos por um obstáculo (eco) para percebê-los.
IV. É pelo timbre que podemos diferenciar uma mesma nota (um som fundamental de mesma altura e mesma intensidade) emitida por um violino e por um piano.

8 (Uniube-MG) Um fio de náilon de 90 cm de comprimento e com extremos fixos é tracionado por uma força. Ao ser excitado por uma fonte de 100 Hz, forma-se no fio uma onda estacionária de três nós. Faça a figura correspondente e determine a velocidade de propagação da onda no fio.

9 (FUSC) A figura mostra um tubo aberto emitindo uma onda sonora estacionária. O número de comprimentos de onda dessa onda é:

a) 3
b) 2
c) 1
d) 1,5
e) 0,5

10 (Univali-SC) Uma pessoa com excelente ouvido musical, parada em uma esquina, ouve a sirena de um carro de bombeiros que se encontra parado e identifica essa freqüência como 1.000 Hz. Em seguida, o carro começa a se aproximar com velocidade constante e, quando passa pela pessoa, esta a identifica como 1.100 Hz.

A expressão seguinte relaciona as freqüências ouvidas com a velocidade v_s do som no ar e v_f da fonte sonora quando esta se aproxima de um observador parado:

$$f' = f\frac{v_s}{v_s - v_f}$$

Nessa expressão, f é a freqüência emitida pela fonte, f' é a freqüência ouvida quando a fonte se aproxima e $v_s = 330$ m/s.

A velocidade do carro de bombeiros, desde a partida até o cruzamento com a pessoa, e o comprimento de onda da freqüência ouvida nesse instante são, respectivamente:

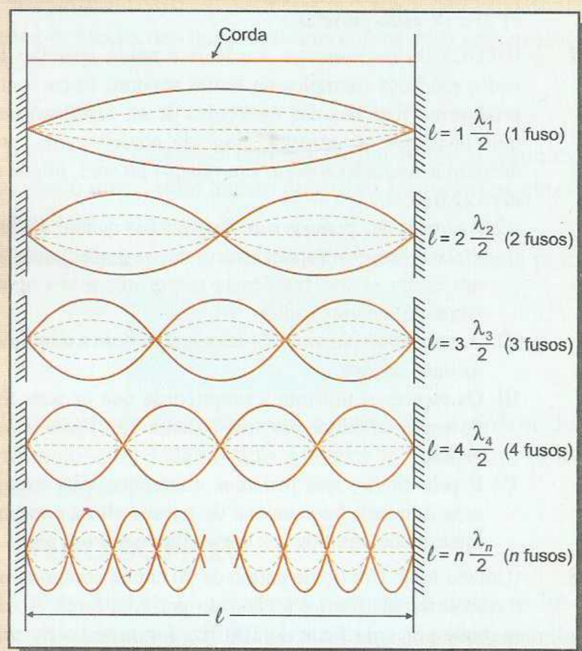
a) 33 m/s e 27 cm.
b) 30 m/s e 30 cm.
c) 27 m/s e 33 cm.
d) 33 m/s e 30 cm.
e) 30 m/s e 27 cm.



ATIVIDADE ESPECIAL: *Ondas estacionárias em cordas vibrantes*

Os instrumentos de corda constituem, basicamente, fios esticados (cordas) presos em ambas as extremidades. A perturbação produzida em um ponto qualquer entre os extremos de uma corda propaga-se para as duas extremidades, onde ela é refletida e volta em sentido contrário, sucessivamente. Temos, portanto, a formação de uma onda estacionária.

As extremidades fixas da corda são pontos que não vibram, chamados nós. Entre dois **nós**, temos pelo menos um **ventre**. A figura ilustra alguns modos de vibração de uma corda, de comprimento ℓ, fixada em seus extremos.



Vejamos como um músico produz uma melodia num instrumento de corda.

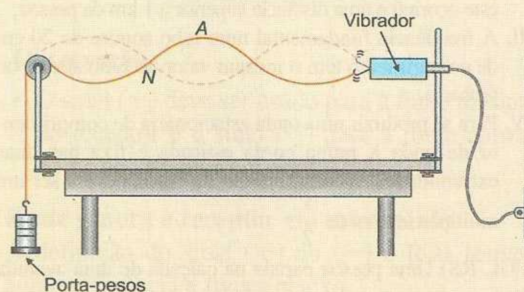
São três as variáveis que ele deve controlar para obter as várias notas de freqüências f_n:

- com roscas especiais (cravelhas), ele controla a intensidade da tração (F) na corda.
- com a mudança de uma corda mais grossa para uma mais fina, ele altera a densidade linear (μ) da corda.
- com o dedo, ele controla o valor de ℓ, a porção vibrante da corda.

A relação entre essas grandezas é dada pela equação a seguir, em que n representa o número de ventres (fusos):

$$f_n = \frac{n}{2\ell}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Apresentamos, agora, os resultados de uma atividade prática, na qual uma corda fina de comprimento $\ell = 1{,}30$ m é posta a vibrar com suas extremidades fixas. A porção vibrante da corda (ℓ) foi mantida constante em todos os ensaios.



O vibrador, ligado à rede elétrica, foi calibrado de modo a fornecer uma freqüência constante de 36 Hz. Portanto, para se obterem os diferentes modos de vibração da corda ($n = 1, 2, 3...$), variou-se a intensidade da tração na corda pela colocação de massas aferidas no "porta-pesos".

Número de ventres		Tração da corda (dinas)
A	2	$12 \cdot 10^4$ (123,6 g)
B	3	$6{,}0 \cdot 10^4$ (61,6 g)
C	4	$3{,}2 \cdot 10^4$ (32,5 g)
D	5	$1{,}9 \cdot 10^4$ (19,7 g)

Com uma balança, determinou-se a massa da corda. Assim, as constantes do experimento foram:

$\ell = 1{,}30$ m $= 130$ cm

$f = 36$ Hz

$\mu = 5{,}6 \cdot 10^{-3}$ g/cm

$g = 9{,}8$ m/s^2 $= 980$ cm/s^2

De acordo com todas essas informações, responda às questões.

1. O que acontece com o modo de vibração da corda à medida que aumentamos a tração sobre ela?

2. Faça os desenhos mostrando os nós e os ventres na corda para cada uma das trações mostradas na tabela.

3. A partir dos desenhos, determine o comprimento de onda em cada caso.

4. Calcule a velocidade de propagação da onda na corda para cada caso. Lembre-se de que a freqüência de vibração da onda é constante e igual à freqüência do vibrador.

5. Utilizando a equação que foi dada, determine o valor da tração (F) na corda para que ela vibre com um único ventre ($n = 1$).

6. Suponha que a freqüência do vibrador possa ser aumentada. Nesse caso, deve-se aumentar ou diminuir a tração para manter constante o número de ventres na corda? Justifique.

7. Suponha que a corda seja trocada por uma outra, mais grossa, de mesmo comprimento, mas com o dobro de densidade linear. Mantendo-se constantes as demais grandezas, qual deve ser o valor da tração para obter uma onda estacionária com 3 ventres?

Capítulo 25

ELETROSTÁTICA: LEI DE COULOMB

Anunciou-se que São Paulo ia ter bondes elétricos. Os tímidos veículos puxados a burros, que cortavam a morna da cidade provinciana, iam desaparecer para sempre... Uma febre de curiosidade tomou as famílias, as casas, os grupos. Como seriam os novos bondes que andavam magicamente, sem impulso exterior?... A cidade tomou um aspecto de revolução. Todos se locomoviam, procuravam ver. E os mais afoitos queriam ir até a temeridade de entrar no bonde, andar de bonde elétrico.

Oswald de Andrade.



ARQUIVO DO ESTADO DE SÃO PAULO

A Humanidade já passou pela Idade da Pedra, Idade do Bronze e Idade do Ferro. Há dois séculos utiliza as máquinas térmicas e hoje convive com a "Era da Eletricidade".

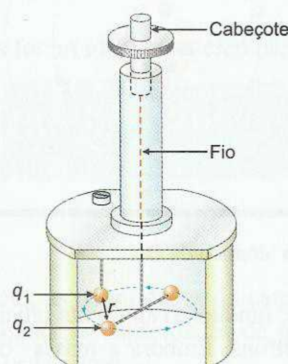
A história da eletricidade remonta aos tempos da Grécia Antiga, seis séculos antes de Cristo, quando Tales de Mileto (625-546 a.C.) percebeu que um pedaço de âmbar, uma resina fóssil, quando friccionado, adquiria a propriedade de atrair corpos leves. Mas foi somente a partir do século XVII que a eletricidade começou a se desenvolver como ciência. No século XVIII a ciência da eletricidade experimentou um desenvolvimento muito rápido e no século XIX houve a consolidação da energia elétrica.

No século XX a associação entre a eletricidade e o magnetismo propiciou a construção das máquinas e dos motores que revolucionaram o nosso modo de vida.

Neste capítulo iniciamos o estudo da eletricidade e para isso é fundamental o entendimento do conceito de **carga elétrica**.

A carga elétrica é uma das propriedades fundamentais da matéria, associada às partículas elementares do modelo simplificado do átomo, que são os prótons e os elétrons.

No simples acendimento de uma lâmpada elétrica — eletricidade dinâmica — por exemplo, atuam forças de origem elétrica. Mas, a verificação das propriedades da força elétrica fica mais simples quando consideramos os casos estáticos. Foi dessa forma que Charles Augustin de Coulomb (1736-1806) pôde, em 1777, por intermédio de sua célebre balança de torção (na verdade um dinamômetro), relacionar a intensidade da força elétrica com a distância entre os corpos e a quantidade de carga elétrica em cada um deles.



Balança de torção de Coulomb. Academia de Ciências de Paris, 1785. Posteriormente, Cavendish usou um dispositivo semelhante para medir atrações gravitacionais.

1. CARGA ELÉTRICA

Iniciaremos nosso estudo sobre cargas elétricas com um experimento. Se friccionamos vigorosamente um canudo de plástico *A* em um pedaço de papel e em seguida o dependuramos por um fio, observamos que (figura 1):

- o papel atritado atrai a parte atritada do canudo *A*.
- o canudo de plástico *B*, atritado com um outro pedaço de papel, repele a parte atritada do canudo *A*.

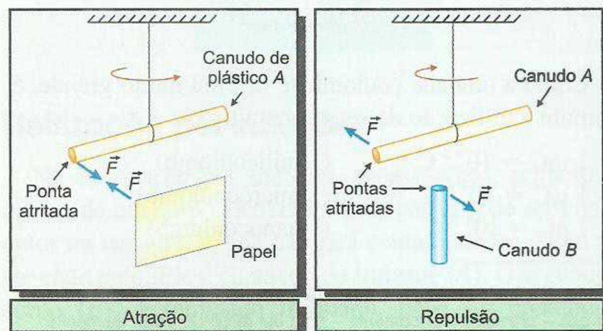


Figura 1 Atração e repulsão elétrica.

O experimento mostra que a interação dos corpos pode ser de atração ou de repulsão. Essa interação foi identificada como uma interação elétrica, devido a uma propriedade da matéria denominada **carga elétrica**. Uma vez que a força entre os corpos pode ser atrativa ou repulsiva, há dois tipos de eletricidade: carga elétrica negativa e carga elétrica positiva.

2. MODELO ATÔMICO

As partículas elementares (estáveis) do átomo são os prótons, os elétrons e os nêutrons (figura 2). O nêutron é eletricamente neutro (razão de seu nome) enquanto os prótons e elétrons possuem, em módulo, a menor quantidade de carga elétrica, não-nula, possível fisicamente[1], chamada de **carga elementar** (e).

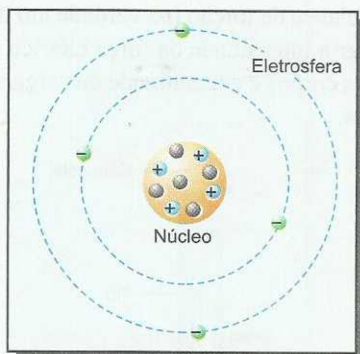


Figura 2 Modelo atômico de Bohr.

Normalmente, um átomo apresenta iguais quantidades de prótons e elétrons. Embora a massa do próton seja muito maior que a massa do elétron (aproximadamente 2.000 vezes maior), essas duas partículas têm quantidades de carga elétrica (q) opostas, ou seja, iguais em valor absoluto e de sinais contrários: $q_{\text{próton}} = -q_{\text{elétron}}$. Nessas condições, dizemos que o átomo é **eletricamente neutro**.

Atribuiu-se ao próton uma quantidade de carga elétrica positiva, ficando para o elétron uma quantidade de carga elétrica negativa. Assim, temos:

$$\begin{cases} q_{\text{próton}} = +e \\ q_{\text{elétron}} = -e \end{cases}$$

A unidade do S.I. para carga elétrica é o **coulomb** (C), e o valor da carga elementar[2] é:

$$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}$$

Como a unidade coulomb se revelou muito grande, é comum a utilização de seus submúltiplos:

$1\ \text{mC} = 10^{-3}\ \text{C}$ (1 milicoulomb)
$1\ \mu\text{C} = 10^{-6}\ \text{C}$ (1 microcoulomb)
$1\ \text{nC} = 10^{-9}\ \text{C}$ (1 nanocoulomb)

[1] Experiências recentes, em condições altamente especiais, detectaram cargas – previstas teoricamente – com um terço do valor elementar.
[2] A melhor avaliação, obtida até nossos dias, foi: $e = 1{,}60217738 \cdot 10^{-19}$ C.

Na Natureza, existem grandezas que podem ser divididas indefinidamente em partes menores, como, por exemplo, um intervalo de tempo. São chamadas **grandezas contínuas**, pois suas medidas podem corresponder a qualquer número real. Há também grandezas que possuem um limite para sua divisão em partes menores. São chamadas **grandezas quantizadas**. É o caso da carga elétrica de um corpo. A quantidade de carga elétrica total (Q) é sempre um número inteiro (n) de vezes o valor elementar (e):

$$Q = ne$$

Como o próton e o elétron possuem cargas opostas, um corpo está eletrizado quando o número total de prótons (n_p) é diferente do número total de elétrons (n_e).

Salvo em experiências nucleares, fisicamente o acesso aos átomos se faz no nível da eletrosfera, onde residem os elétrons. Portanto, se um corpo ficou eletrizado, é porque ele recebeu ou cedeu elétrons.

Corpo neutro	$n_p = n_e$	—
Corpo eletrizado positivamente ($Q > 0$)	$n_p > n_e$	Cedeu elétrons
Corpo eletrizado negativamente ($Q < 0$)	$n_p < n_e$	Recebeu elétrons

3. CONSERVAÇÃO DA CARGA ELÉTRICA

Em um sistema isolado, a quantidade de carga elétrica permanece constante. Nesse sistema, mesmo ocorrendo um fenômeno qualquer, por exemplo uma reação química ou nuclear, a quantidade de carga elétrica é a mesma antes e após o fenômeno.

Considerando que, num sistema formado por dois corpos, A e B, ocorra um fenômeno qualquer, escrevemos:

$$\Sigma Q_{\text{antes}} = \Sigma Q_{\text{após}}$$
$$Q_{A(\text{antes})} + Q_{B(\text{antes})} = Q_{A(\text{após})} + Q_{B(\text{após})}$$

4. CONDUTORES E ISOLANTES

Para que um material seja **condutor** de eletricidade, é necessário que ele possua portadores de carga elétrica livres. Esses portadores podem ser elétrons, íons ou ainda ambos. Os principais condutores elétricos são:

- **os metais** – os portadores de carga elétrica são os elétrons.
- **as soluções eletrolíticas** – os portadores de carga elétrica são os íons.
- **os gases ionizados** – os portadores de carga elétrica são os íons e os elétrons.

Por outro lado, os materiais que possuem portadores de carga elétrica livres em pequena quantidade em relação ao total de partículas são chamados **isolantes**. São exemplos de isolantes: borracha, porcelana, madeira seca, plástico etc.

Na prática não existem isolantes perfeitos, mas sim maus condutores.

5. PROCESSOS DE ELETRIZAÇÃO

Um processo de eletrização se caracteriza por uma transferência (ganho ou perda) de elétrons de um corpo inicialmente neutro.

Eletrização por atrito

Ao atritar vigorosamente dois corpos, A e B, estamos fornecendo energia para que haja transferência de elétrons de um para o outro. Supondo que a interação aconteça unicamente entre esses dois corpos, os elétrons cedidos por um são os recebidos pelo outro (figura 3). Algebricamente, temos:

$$Q_A = -Q_B$$

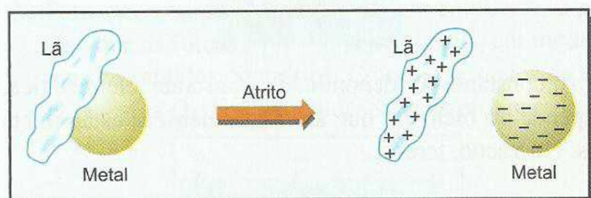


Figura 3 Um pedaço de metal é atritado com um pano de lã. A lã cede elétrons para o metal: este fica eletrizado negativamente e a lã, positivamente.

Para que ocorra o processo de eletrização por atrito, devemos observar que:

- os materiais devem apresentar tendências diferentes de ganhar ou perder elétrons; caso contrário a transferência não acontece.
- pelo menos um dos corpos deve ser isolante; caso contrário os elétrons retornam ao corpo original antes que se desfaça o contato.

Materiais diferentes têm diferentes tendências de ceder ou receber elétrons. Essa tendência pode ser ordenada em uma escala, chamada **série triboelétrica** (do grego *tribo*, ação de esfregar). Ao atritar dois materiais quaisquer de uma série triboelétrica, aquele que estiver posicionado à esquerda ficará eletrizado positivamente e o que estiver à direita ficará eletrizado negativamente.



Eletrização por contato

A eficiência nessa forma de eletrização vai depender de os corpos serem condutores ou isolantes. Se um deles for isolante, a eletrização será local, isto é, vai restringir-se aos pontos de contato.

Se os dois corpos forem condutores, durante o contato, que pode durar uma fração de segundo, o excesso ou a falta de elétrons distribuir-se-á pelos dois corpos, de acordo com a capacidade que cada um tem de armazenar cargas elétricas. Para corpos idênticos, os corpos resultam, após o contato, em cargas idênticas (figura 4).

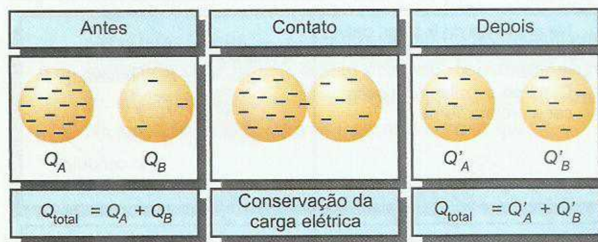


Figura 4 Eletrização por contato.

Ocorre, então, a conservação da carga elétrica:

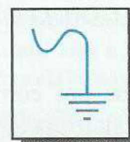
$$Q_A + Q_B = Q'_A + Q'_B$$

Se os corpos forem idênticos, teremos:

$$Q'_A = Q'_B = \frac{Q_A + Q_B}{2}$$

Observações

- Após o contato, as quantidades de carga elétrica (Q') são proporcionais às capacidades de armazenamento de cargas de cada corpo.
- A capacidade de armazenamento de cargas elétricas de um corpo aumenta de acordo com as suas dimensões.
- Se um corpo eletrizado e condutor for posto em contato com outro corpo neutro, mas de dimensões muito maiores, o corpo menor ficará praticamente neutro. O corpo maior recebe o nome de "terra". É o que acontece quando ligamos um corpo eletrizado à Terra: ele se descarrega. A ligação à Terra é representada pelo símbolo:



Eletrização por indução

Na eletrização por indução, necessitamos, primeiramente, de um corpo eletrizado. Esse corpo pode ser condutor ou isolante, já que não fará contato com o corpo a ser eletrizado. Ele é chamado de **indutor** (A). O segundo corpo (B), denominado **induzido**, deve ser condutor, podendo ser até mesmo uma solução eletrolítica, ou ainda dois corpos, B_1 e B_2, ligados eletricamente (figura 5).

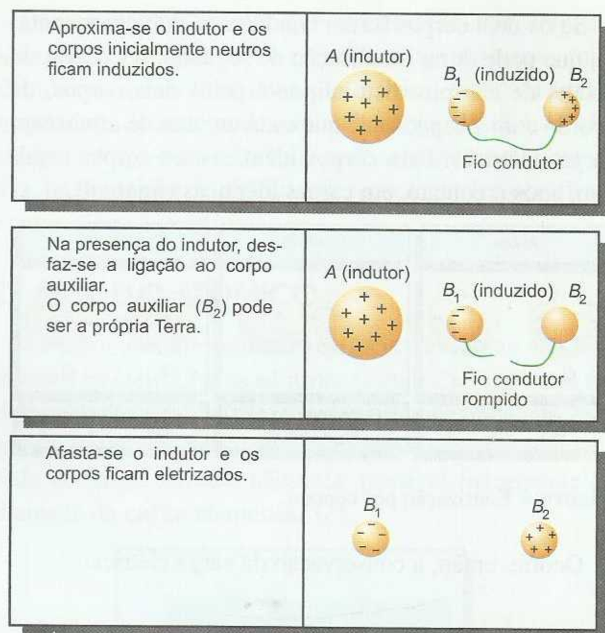


Figura 5 Eletrização por indução.

6. INTERAÇÃO ELÉTRICA

Consideremos dois corpos eletrizados, separados por uma distância *d*. Quando as dimensões desses corpos são muito menores que a distância que os separa, podemos representá-los por pontos e chamá-los de **cargas elétricas puntiformes**.

A intensidade da força elétrica $\vec{F}$ (atração ou repulsão elétrica entre os corpos) diminui à medida que aumentamos a distância entre os corpos. A direção da força elétrica é a direção do segmento de reta que os une. Com relação ao sentido, verificamos que (figura 6):

- cargas de mesmo sinal (mesma natureza): repulsão.
- cargas de sinais diferentes (naturezas diferentes): atração.

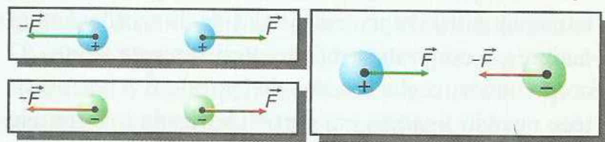


Figura 6 Interação entre corpos eletrizados.

Interação de um corpo eletrizado com um corpo neutro

Quando aproximamos um corpo eletrizado de um corpo neutro, as cargas elétricas induzidas que têm sinal contrário ao do indutor ficam mais próximas desse corpo que as cargas induzidas que têm o mesmo sinal do indutor. Em decorrência da diferença entre as distâncias, a força de atração é mais intensa que a de repulsão e o corpo neutro é, então, atraído (figura 7).

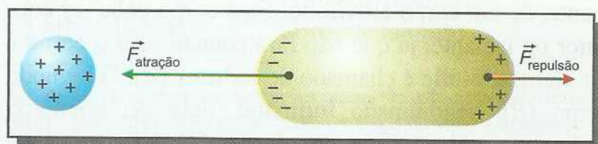


Figura 7 Um corpo eletrizado atrai um corpo neutro.

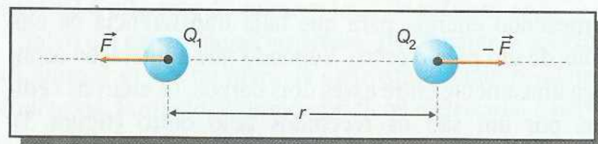
Se o corpo a ser induzido não é condutor, não há uma separação macroscópica das cargas, embora isso aconteça em nível molecular. Nesse caso, dizemos que o corpo fica polarizado, sendo também atraído pelo indutor.

7. LEI DE COULOMB

A lei que permite o cálculo da intensidade da força elétrica entre corpos eletrizados foi elaborada pelo físico francês Charles Augustin de Coulomb.

Considerando duas cargas elétricas puntiformes, a intensidade da força elétrica é:

- diretamente proporcional ao produto das quantidades de carga elétrica de cada corpo.
- inversamente proporcional ao quadrado da distância que os separa.



$$F = k\frac{|Q_1Q_2|}{r^2}$$

A constante *k*, denominada constante eletrostática, depende do meio em que as cargas elétricas estão imersas. No vácuo, temos:

$$k_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

Em certos casos, é interessante escrever a constante eletrostática em função de uma outra constante, denominada **permitividade elétrica** do meio (ε), da seguinte forma:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon}$$

No vácuo, temos:

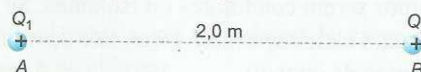
$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$$

Exercício resolvido

Duas cargas elétricas, $Q_1 = 9{,}0\ \mu C$ e $Q_2 = 25\ \mu C$, estão fixas nos pontos *A* e *B*, separadas por 2,0 m no vácuo, conforme figura. Uma terceira carga, $Q_3 = -2{,}0\ \mu C$, pode ser colocada em qualquer ponto da reta que une as cargas Q_1 e Q_2. Considere $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$.

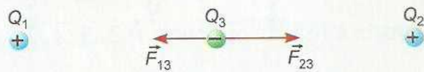
a) Se a carga Q_3 for colocada no ponto médio entre as cargas Q_1 e Q_2, qual será a força elétrica resultante sobre ela?

b) Para que a carga Q_3 permaneça em equilíbrio, devido às forças elétricas, ela deve ser colocada mais próximo de Q_1 ou de Q_2? Justifique.



Resolução

a) A carga Q_3, colocada no ponto médio entre as cargas Q_1 e Q_2, fica sujeita a duas forças elétricas $\vec{F}_{13}$ e $\vec{F}_{23}$, conforme figura abaixo.



Os módulos dessas forças são dados por:

$$F_{13} = k\frac{|Q_1Q_3|}{(d_{13})^2} = \frac{9 \cdot 10^9|9 \cdot 10^{-6}(-2 \cdot 10^{-6})|}{(1)^2}$$

$F_{13} = 0,162$ N

$$F_{23} = k\frac{|Q_2Q_3|}{(d_{13})^2} = \frac{9 \cdot 10^9|25 \cdot 10^{-6}(-2 \cdot 10^{-6})|}{(1)^2}$$

$F_{23} = 0,450$ N

Como as forças $\vec{F}_{13}$ e $\vec{F}_{23}$ possuem a mesma direção, mas sentidos contrários, a força resultante é dada por:

$F_R = F_{23} - F_{13} = 0,450 - 0,162$

$F_R = 0,288$ N, horizontal para direita

b) Para que a carga Q_3 permaneça em equilíbrio, é preciso que as forças $\vec{F}_{13}$ e $\vec{F}_{23}$ sejam iguais, em módulo, mas de sentidos contrários. Como Q_2 é maior do que Q_1, a carga Q_3 deve ser colocada mais próximo de Q_1:

$$\vec{F}_{13} = -\vec{F}_{23} \rightarrow \vec{F}_R = \vec{0}$$



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 Um corpo está eletrizado com uma carga elétrica de -10 μC. Nessas condições, podemos afirmar que:

I. ele possui somente cargas negativas.
II. ele possui, aproximadamente, $6 \cdot 10^{13}$ elétrons em excesso.
III. esse corpo certamente cedeu prótons (cargas positivas).

a) Somente a afirmativa I é correta.
b) Somente a afirmativa II é correta.
c) Somente a afirmatica III é correta.
d) Somente as afirmativas I e II são corretas.
e) Somente as afirmativas II e III são corretas.

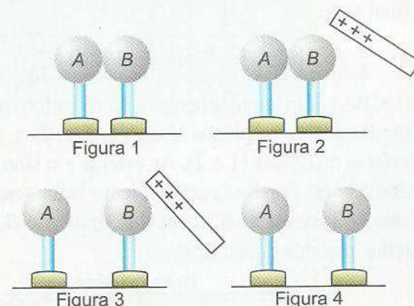
2 (UFSE) Um pedaço de papel higiênico e uma régua de plástico estão eletricamente neutros. A régua de plástico é, então, friccionada no papel higiênico.
Após o atrito, deve-se esperar que:

a) somente a régua fique eletrizada.
b) somente o papel fique eletrizado.
c) ambos fiquem eletrizados com cargas de mesmo sinal e mesmo valor absoluto.
d) ambos fiquem eletrizados com cargas de sinais contrários e mesmo valor absoluto.
e) a carga elétrica do papel seja muito maior que a carga elétrica da régua.

3 (UFR-RJ) Um aluno tem 4 esferas idênticas, pequenas e condutoras (*A*, *B*, *C* e *D*), carregadas com cargas respectivamente iguais a $-2Q$, $4Q$, $3Q$ e $6Q$. A esfera *A* é colocada em contato com a esfera *B* e a seguir com as esferas *C* e *D*. Ao final do processo a esfera *A* estará carregada com carga equivalente a:

a) $3Q$ b) $4Q$ c) $\frac{Q}{2}$ d) $8Q$ e) $5,5Q$

4 (FGV-SP) Duas esferas metálicas neutras e idênticas, *A* e *B*, estão encostadas uma na outra e apoiadas em suportes isolantes (figura 1). Aproxime das esferas um bastão carregado positivamente sem, no entanto, deixar que ele toque nas esferas (figura 2). As esferas são afastadas uma da outra, mantendo-se sempre o bastão próximo da esfera *B* (figura 3). Afaste, então, o bastão eletrizado das esferas (figura 4). Na situação final (figura 4) é correto afirmar que:



a) as duas esferas estão neutras.
b) as duas esferas estão eletrizadas negativamente.
c) as duas esferas estão eletrizadas positivamente.
d) a esfera *A* está eletrizada positivamente e a esfera *B*, negativamente.
e) a esfera *A* está eletrizada negativamente e a esfera *B*, positivamente.

5 Dois corpos puntiformes e condutores estão eletrizados com cargas elétricas de mesmo sinal e estão separados por uma distância *d*, no vácuo. Nessas condições, eles se repelem com uma força elétrica de intensidade *F*. Assinale certo ou errado nas afirmativas a seguir:

I. Dobrando-se a distância entre eles, a intensidade da força de interação eletrostática fica 4 vezes menor.
II. Dobrando-se a quantidade de carga elétrica em cada corpo, a intensidade da força elétrica fica 4 vezes menor.
III. Se os corpos forem colocados em contato e, em seguida, retornarem à posição original, a força elétrica entre eles passa a ser de atração.

6 Duas cargas elétricas puntiformes Q_1 e $Q_2 = 4Q_1$ estão fixas em dois pontos *A* e *B*, distantes 30 cm um do outro.

a) A que distância do ponto *A* deve ser colocada uma carga Q_3 qualquer para ficar em equilíbrio sob a ação exclusiva das forças elétricas?
b) Se a carga Q_3 for colocada no ponto médio da distância entre *A* e *B*, qual será a direção e o sentido da força resultante sobre ela? Considere $Q_3 = 2Q_1$.

Exercícios complementares: do 7 ao 13.



EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

7 (U. E. Londrina-PR) Uma partícula está eletrizada positivamente com uma carga elétrica de $4,0 \cdot 10^{-15}$ C. Como o módulo da carga do elétron é $1,6 \cdot 10^{-19}$ C, essa partícula:

a) ganhou $2,5 \cdot 10^4$ elétrons.
b) perdeu $2,5 \cdot 10^4$ elétrons.
c) ganhou $4,0 \cdot 10^4$ elétrons.
d) perdeu $6,4 \cdot 10^4$ elétrons.
e) ganhou $6,4 \cdot 10^4$ elétrons.

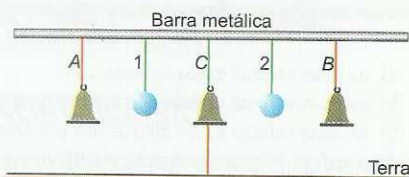
8 (Uniube-MG) Ao friccionar uma barra de vidro em um pano de seda, estando ambos inicialmente neutros, verifica-se que:

a) a barra e a seda ficam descarregadas.
b) a seda fica eletrizada e a barra, neutra.
c) a barra fica eletrizada e a seda, neutra.
d) a barra e a seda eletrizam-se com cargas de sinais iguais.
e) a barra e a seda eletrizam-se com cargas opostas.

9 (Mackenzie-SP) Há quatro esferas idênticas, uma carregada eletricamente com carga Q e as outras eletricamente neutras. Colocando-se, separadamente, a esfera eletrizada em contato com cada uma das outras esferas, a sua carga final será:

a) $\frac{Q}{4}$ b) $\frac{Q}{8}$ c) $\frac{Q}{16}$ d) $\frac{Q}{32}$ e) $\frac{Q}{64}$

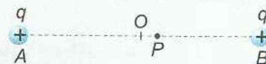
10 (UCBA) Um equipamento é constituído por uma barra metálica, três pequenos sinos (A, B e C) e duas pequenas esferas metálicas (1 e 2). As esferas e o sino C foram ligados à barra por fios perfeitamente isolantes. A ligação do sino C à terra e as ligações dos sinos A e B à barra foram feitas por fios condutores.



Quando a barra metálica é eletrizada, as esferas 1 e 2 são atraídas, respectivamente, pelos sinos A e B, que soam ao seu contato. Após esse primeiro contato, enquanto o conjunto permanecer eletrizado, é mais provável que:

a) as esferas voltem à sua posição de equilíbrio.
b) as esferas, devido à repulsão, toquem no sino C e voltem à posição de equilíbrio.
c) apenas a esfera 1 fique positivamente carregada e toque no sino C, voltando em seguida à posição de equilíbrio.
d) apenas a esfera 2 fique negativamente carregada e toque no sino C, voltando em seguida à posição de equilíbrio.
e) as esferas toquem no sino C e, a seguir, a esfera 1 toque no sino A e a esfera 2 no sino B, e assim sucessivamente.

11 (PUC-RJ) Duas cargas iguais estão fixas em dois pontos, A e B, como mostra a figura. O ponto O é o ponto médio entre A e B. Uma terceira carga é colocada num ponto P bem próximo do ponto O. Pode-se afirmar que essa carga:



a) é repelida para o ponto A se for positiva.
b) é atraída para o ponto A se for negativa.
c) é atraída para o ponto O se for positiva.
d) é atraída para o ponto O se for negativa.
e) é repelida para o ponto B se for positiva.

12 (Ceeteps-SP) Três cargas elétricas puntiformes estão eqüidistantes, fixas ao longo de um eixo, como na figura. As cargas q_1 e q_2 são iguais, possuindo módulo q. Para que a força resultante sobre a carga q_1 seja nula, o módulo da carga q_3 deve ser:



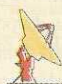
a) $6q$ b) $4q$ c) $3q$ d) $2q$ e) q

13 (PUC-SP) As esferas metálicas A e B da figura estão, inicialmente, neutras e encontram-se no vácuo. Posteriormente, são eletrizadas, atritando-se uma na outra e, nesse processo, a esfera B perde elétrons para a esfera A. Logo após, as esferas A e B são fixadas nas posições que ocupavam inicialmente. Uma terceira esfera, C, carregada positivamente, é colocada no ponto médio do segmento que une as esferas A e B.

Pode-se afirmar que a esfera C:



a) aproxima-se da esfera A, executando movimento retilíneo acelerado.
b) aproxima-se da esfera B, executando movimento retilíneo acelerado.
c) fica em repouso.
d) aproxima-se da esfera B, executando movimento retilíneo uniforme.
e) aproxima-se da esfera A, executando movimento retilíneo uniforme.



ATIVIDADE ESPECIAL: O átomo de hidrogênio

O hidrogênio é o mais simples dos elementos químicos. O átomo de hidrogênio é constituído por um único próton no núcleo e um único elétron na eletrosfera, girando em torno do próton.

De acordo com o modelo de Bohr, o elétron move-se ao redor do núcleo em órbitas circulares, mas somente determinadas órbitas são permitidas. Essas possíveis órbitas foram chamadas de **estados estacionários**. Nesse movimento, a força de atração elétrica entre o elétron (carga elétrica negativa) e o próton (carga elétrica positiva) faz o papel de resultante centrípeta, mantendo a estabilidade do átomo.

Lembrando que a carga do elétron é igual, em módulo, à carga do próton e chamando esse valor de e, a força elétrica atrativa entre o elétron e o próton é dada por:

$$F = k\frac{e^2}{r^2}$$

Sendo $k = 9 \cdot 10^9$ N · m²/C² e $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, essa expressão pode ser assim escrita:

$$F = \frac{2{,}3 \cdot 10^{-28}}{r^2}$$

Nessa expressão, r é o raio da órbita (distância do elétron ao próton). A menor órbita possível possui um raio de $5{,}3 \cdot 10^{-11}$ m. De acordo com o modelo de Bohr, o raio das possíveis órbitas é dado por:

$$r = (0{,}53 \cdot 10^{-10})n^2,$$

em que $n = 1, 2, 3 \ldots$ (número inteiro) é chamado de **número quântico**.

A tabela abaixo foi preenchida com base nesses dados e nas equações acima.

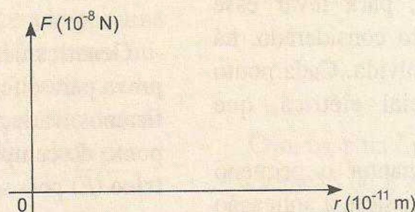
Número quântico	Raio da órbita	Força elétrica
1	$0{,}53 \cdot 10^{-11}$ m	$8{,}2 \cdot 10^{-8}$ N
2	$2{,}12 \cdot 10^{-11}$ m	$0{,}51 \cdot 10^{-8}$ N
3	$4{,}77 \cdot 10^{-11}$ m	$0{,}10 \cdot 10^{-8}$ N
4	$8{,}48 \cdot 10^{-11}$ m	$0{,}03 \cdot 10^{-8}$ N

Com base nessas informações, responda às questões que seguem:

1. Preencha as lacunas: O raio da órbita é.........................proporcional ao...........................do número quântico e a força elétrica entre o próton e o elétron é.........................proporcional ao...........................do raio da órbita.

2. De acordo com o item (1) podemos concluir que a força elétrica é..........................proporcional ao número quântico elevado a.......................potência.

3. Coloque os dados da tabela no gráfico, sendo os valores da força elétrica no eixo vertical e os valores do raio no eixo horizontal.



Existe algum estado estacionário entre dois números quânticos consecutivos.

4. Considerando que a força elétrica é a resultante centrípeta para o movimento do elétron e que $R_C = m\dfrac{v^2}{r}$, determine a velocidade do elétron para a primeira órbita ($n = 1$). Considere a massa do elétron igual a $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

5. Como varia a velocidade do elétron em função do número quântico?

Capítulo 26

CAMPO ELÉTRICO E POTENCIAL ELÉTRICO

O essencial é invisível aos olhos.
Antoine de Saint-Exupéry.

Os fenômenos físicos em geral acontecem em determinada região do espaço. Em particular, assim também acontecem os fenômenos elétricos. Mesmo que essa região compreenda um setor do espaço livre, ela pode estar sob a influência de corpos eletrizados.

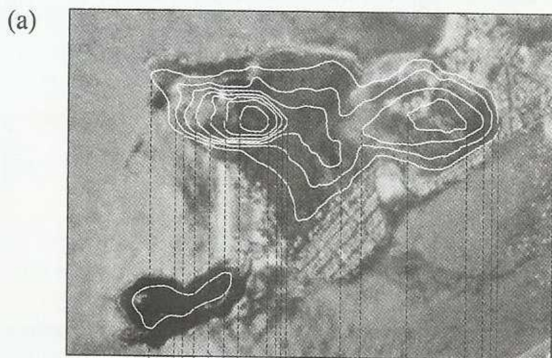
Imagine uma região desconhecida do espaço livre onde estamos caminhando às cegas. Para conhecer as propriedades de cada ponto dessa região vamos usar como instrumento um pequeno corpo eletrizado.

Primeiramente, percebemos que, para levar esse pequeno corpo eletrizado até o ponto considerado, há uma certa quantidade de energia envolvida. Cada ponto tem seu nível de energia potencial elétrica, que chamamos de **potencial elétrico**.

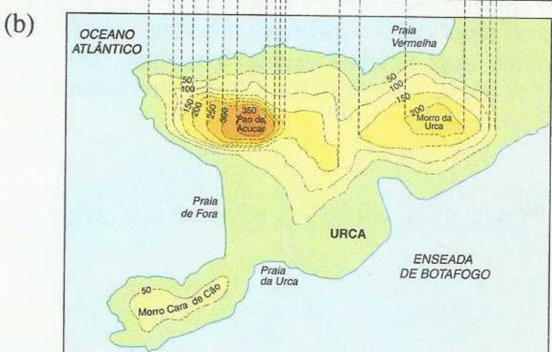
Percebemos também que, para manter o pequeno corpo eletrizado naquele ponto, é necessária a aplicação de uma força. Nessas condições, associamos a cada ponto um **vetor campo elétrico**.

Com postura semelhante à de um geógrafo diante de uma região inexplorada, percorridos os vários pontos, podemos eleborar um mapa da região, que mostre os campos e os potenciais elétricos.

(a)



(b)



Representação de relevo. *(a)* Fotografia aérea do Pão de Açúcar e Morro da Urca na cidade do Rio de Janeiro. *(b)* no mapa, os números correspondem às altitudes em metros. (Reproduzido de Graça M. L. Ferreira, *Atlas geográfico espaço mundial*, São Paulo, Moderna, 1998.

1. VETOR CAMPO ELÉTRICO

Campo elétrico é uma região do espaço na qual, quando se coloca um pequeno corpo eletrizado, chamado **carga de prova**, este fica sujeito a uma força elétrica (figura 1).

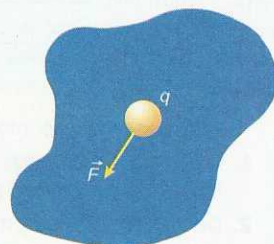


Figura 1 Uma carga elétrica q colocada em um campo elétrico fica sujeita a uma força elétrica $\vec{F}$.

Genericamente, quando deslocamos uma carga de prova para diferentes pontos de um campo elétrico, verificamos variações na força elétrica. Assim, em cada ponto do campo elétrico, definimos o **vetor campo elétrico** ($\vec{E}$) pela seguinte expressão:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{|q|}$$

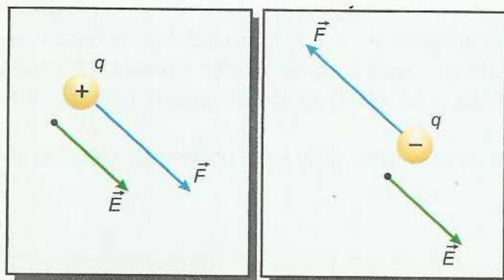
No S.I., a unidade do vetor campo elétrico é newton por coulomb (**N/C**).

Da definição acima, podemos escrever:

$$\vec{F} = |q| \cdot \vec{E}$$

Observações

- Os vetores $\vec{F}$ e $\vec{E}$ possuem sempre a mesma direção.
- Se $q > 0$, os vetores $\vec{F}$ e $\vec{E}$ possuem o mesmo sentido; se $q < 0$, os vetores $\vec{F}$ e $\vec{E}$ possuem sentidos contrários.



2. CAMPO ELÉTRICO GERADO POR UMA CARGA PUNTIFORME

As fontes de campos eletrostáticos são corpos eletrizados. Chamamos esses corpos de fontes de campo elétrico ou cargas fonte (Q). A figura 2 ilustra a representação dos campos elétricos gerados por uma carga fonte positiva e por uma carga fonte negativa.

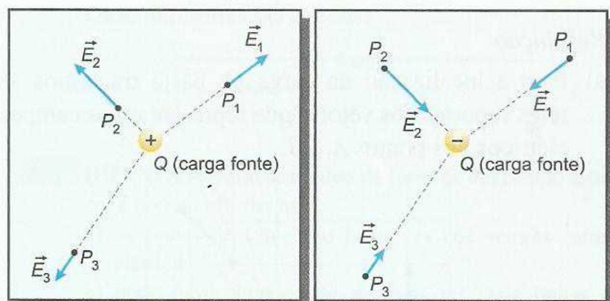


Figura 2 O campo elétrico gerado por uma carga elétrica puntiforme é radial: divergente se $Q > 0$ e convergente se $Q < 0$.

Para obter o vetor campo elétrico ($\vec{E}$) gerado por uma carga fonte puntiforme (Q), a uma distância r, vamos utilizar uma carga de prova (q), por exemplo, positiva, colocada no ponto à distância r da carga fonte. A intensidade da força elétrica que age na carga de prova é dada por:

$$\begin{cases} F = |q| \cdot E \\ F = k\dfrac{|Q| \cdot |q|}{r^2} \end{cases} \rightarrow |q|\, E = k\dfrac{|Q| \cdot |q|}{r^2}$$

Da comparação dessas duas expressões, concluímos que:

$$E = k\frac{|Q|}{r^2}$$

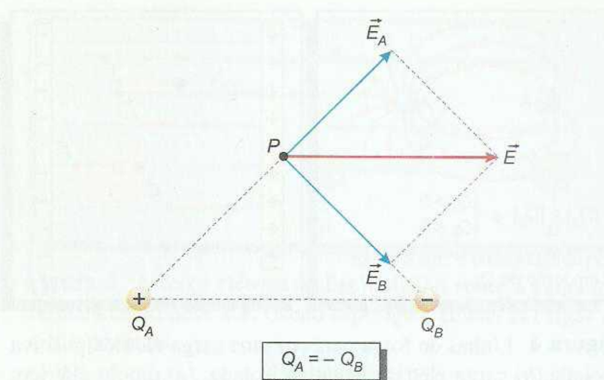
Nessa expressão, obtemos o módulo do vetor campo elétrico. A direção de $\vec{E}$ é radial e o sentido pode ser divergente ($Q > 0$) ou convergente ($Q < 0$).

Observações

- O vetor campo elétrico resultante devido à ação simultânea de várias cargas fontes (Q_1, Q_2, ..., Q_n) é dado pela soma vetorial dos vetores campo elétrico correspondentes a cada carga:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + ... + \vec{E}_n$$

- No caso específico de um **dipolo elétrico** (duas cargas fontes eletrizadas com cargas elétricas opostas: $+Q$ e $-Q$), o vetor campo elétrico resultante em um ponto P, igualmente distanciado das cargas fontes, é mostrado na figura a seguir:



3. LINHAS DE FORÇA

As linhas de força são linhas orientadas – retas ou curvas – que indicam, ponto por ponto do espaço, a intensidade, a direção e o sentido do vetor campo elétrico. Esse campo pode ser fruto de uma ou de várias fontes.

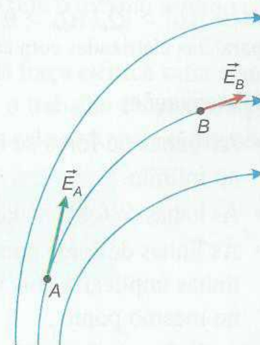
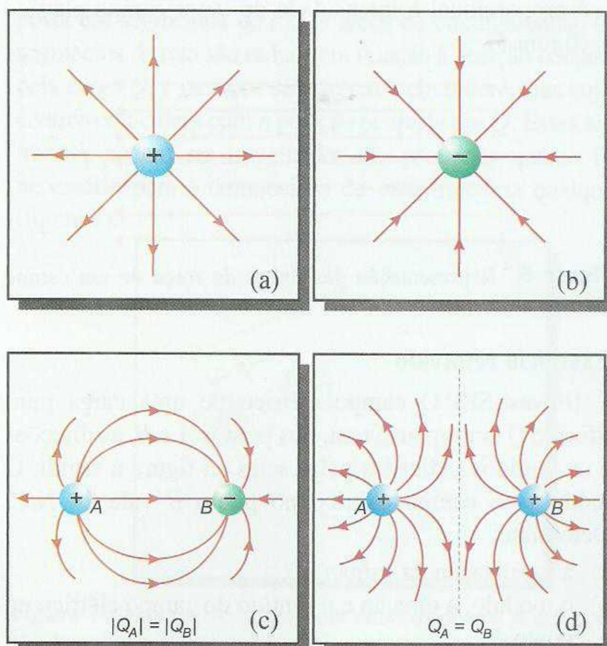


Figura 3 Linhas de força de um campo elétrico.

Com base na figura 3, temos que:

- a direção de $\vec{E}$ é dada pela tangente à linha no ponto considerado.
- o sentido de $\vec{E}$ é o mesmo da linha de força.
- a intensidade de $\vec{E}$ é proporcional à densidade de linhas, ou seja, onde há maior concentração de linhas o *campo* é mais intenso e onde as linhas estão mais espaçadas o campo é menos intenso.

As figuras a seguir representam as linhas de força em algumas situações.



ELETROSTÁTICA

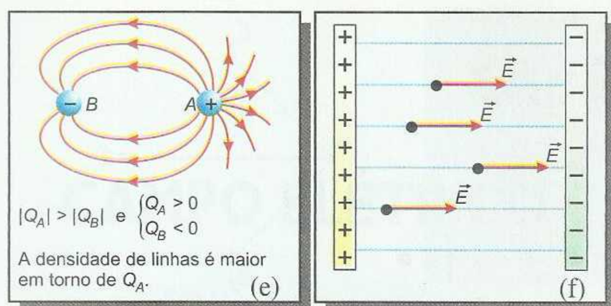


Figura 4 Linhas de força para *(a)* uma carga elétrica positiva isolada;*(b)* carga elétrica negativa isolada; *(c)* dipolo elétrico; *(d)* duas cargas elétricas iguais e positivas; *(e)* duas cargas elétricas $|Q_A| > |Q_B|$ ($Q_A > 0$ e $Q_B < 0$); *(f)* duas placas planas e paralelas eletrizadas com cargas de sinais contrários.

Observações

- As linhas de força se originam nas cargas positivas ou no infinito.
- As linhas de força findam na carga negativa ou no infinito.
- As linhas de força nunca se cruzam. O cruzamento das linhas implicaria dois vetores campo elétrico diferentes no mesmo ponto.
- As linhas de força são sempre linhas abertas. Como se originam no infinito ou nas cargas positivas e findam nas cargas negativas ou no infinito, não podem retornar ao mesmo ponto.

4. CAMPO ELÉTRICO UNIFORME (C.E.U.)

Numa determinada região, o campo elétrico é uniforme quando, em todos os pontos dessa região, o vetor campo elétrico possui a mesma intensidade, a mesma direção e o mesmo sentido.

As linhas devem, então, apresentar:

- a mesma direção (retas paralelas).
- o mesmo sentido.
- um espaçamento constante, pois a densidade de linhas é proporcional à intensidade do vetor campo elétrico (figura 5).

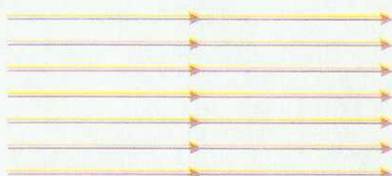


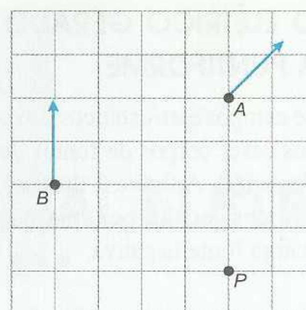
Figura 5 Representação das linhas de força de um campo elétrico uniforme.

Exercício resolvido

(Fuvest-SP) O campo elétrico de uma carga puntiforme Q em repouso tem, nos pontos A e B, as direções e os sentidos indicados pelas setas na figura a seguir. O módulo do campo elétrico no ponto B vale 24 N/C. Determine:

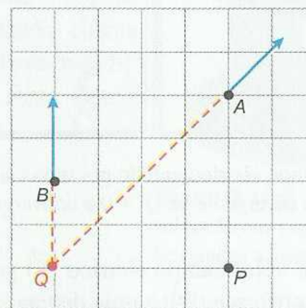
a) a localização da carga Q.

b) o módulo, a direção e o sentido do campo elétrico no ponto P.



Resolução

a) Para a localização da carga Q, basta traçarmos as retas suportes dos vetores que representam os campos elétricos nos pontos A e B.



b) Na figura acima, observamos que $r_p = 2 \cdot r_B$ e, como o módulo do vetor campo elétrico é inversamente proporcional ao quadrado da distância, então:

$$E_P = \frac{1}{4} E_B \rightarrow \boxed{E_P = \frac{24}{4} = 6 \text{ N/C, horizontal para a direita}}$$

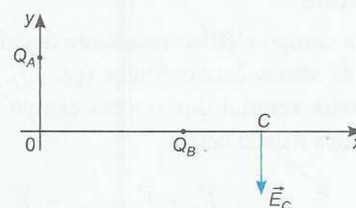


EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 (Univali-SC) Para descobrir se em determinada região do espaço há um campo elétrico, coloca-se ali uma carga elétrica e verifica-se se nessa carga ocorre:

a) vibração.
b) variação na massa.
c) variação no grau de eletrização.
d) aparecimento de força elétrica.
e) neutralização.

2 (UFPR) Na figura abaixo, Q_A e Q_B são cargas elétricas pontuais fixadas no plano xy e o vetor $\vec{E_c}$ representa o campo elétrico resultante no ponto C.



Considerando essa situação, assinale certo ou errado:

I. Q_A é uma carga elétrica positiva e Q_B, uma carga elétrica negativa.

II. Uma carga de prova estará sujeita, no ponto C, a uma força elétrica resultante paralela a $\vec{E_c}$.

III. $|Q_A| > |Q_B|$.

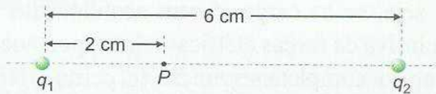
3 (U. F. Santa Maria-RS) Duas cargas puntiformes, q_1 e q_2, estão separadas por uma distância de 6 cm. Sabe-se que, a 2 cm da carga q_1, em um ponto P da linha que une as cargas, o campo elétrico resultante é nulo. São feitas as seguintes afirmações:

I. Obrigatoriamente, as duas cargas devem apresentar sinais contrários.

II. Em módulo, q_2 é maior que q_1.

III. Em módulo, a razão $\frac{q_1}{q_2}$ é igual a $\frac{1}{4}$.

Quais afirmativas são corretas?



4 (UFRN) A respeito das linhas de força de um campo elétrico, é correto afirmar que:

a) as linhas de força são tangentes aos vetores campo elétrico.

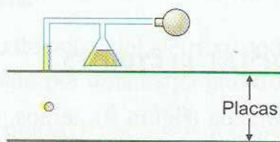
b) pode haver intersecção de duas ou mais linhas de forças.

c) as linhas de força são orientadas no sentido das cargas elétricas positivas.

d) em um campo elétrico uniforme, as linhas de força convergem para um mesmo ponto.

e) uma linha de força pode começar e terminar em uma mesma carga elétrica.

5 (UnB-DF) Robert Millikan verificou, experimentalmente, que a carga elétrica que um corpo adquire é sempre um múltiplo inteiro da carga do elétron. Seu experimento consistiu em pulverizar óleo entre duas placas planas, paralelas e horizontais, entre as quais havia um campo elétrico uniforme. A maioria das gotas de óleo pulverizadas se carrega por atrito. Considere que uma dessas gotas, negativamente carregada, tenha ficado em repouso entre as placas, conforme figura.



Suponha que o módulo do campo elétrico entre as placas seja igual a $2{,}0 \cdot 10^4$ N/C e que a massa da gota seja $6{,}4 \cdot 10^{-15}$ kg. Considere desprezível o empuxo exercido pelo ar sobre a gota e $g = 10$ m/s^2.

a) Determine o peso da gota.

b) Se a gota está em repouso, qual é o valor da força elétrica sobre ela?

c) Determine a carga elétrica da gota, em coulombs.

d) Qual é a direção e o sentido do vetor campo elétrico existente entre as placas?

e) Sendo o módulo da carga do elétron igual a $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, calcule o número de elétrons em excesso na gota.

Exercícios complementares: do 10 ao 13.

5. TRABALHO DA FORÇA ELÉTRICA

Vamos, inicialmente, obter o trabalho realizado pela força elétrica em uma trajetória retilínea. Esse trabalho é realizado ao longo de uma linha de força de uma carga puntiforme Q (figura 6).

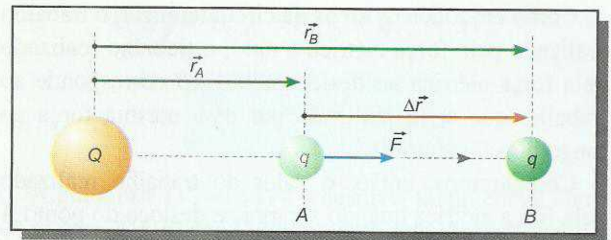


Figura 6 A força elétrica realiza trabalho sobre a carga q no deslocamento de A a B. Como suposição, ambas as cargas Q e q são positivas.

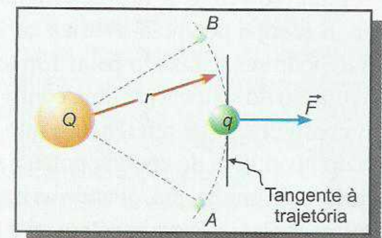
Nessa condição, o trabalho realizado pela força elétrica é motor, pois a força elétrica tem o mesmo sentido que o deslocamento.

Uma vez que a intensidade da força elétrica varia com a distância que separa as cargas, o trabalho é realizado por uma força variável, podendo ser calculado pela expressão:

$$\tau_{A \to B} = \frac{kQq}{r_A} - \frac{kQq}{r_B}$$

Observação

- No caso particular em que a carga q se desloca ao longo de um arco de circunferência cujo centro é a posição ocupada pela carga Q, a força elétrica é sempre perpendicular à tangente à trajetória descrita pela carga q e, portanto, não realiza trabalho. Assim:



Para calcular o trabalho da força elétrica ao longo de uma trajetória qualquer, vamos imaginar essa trajetória decomposta em segmentos de reta e arcos de circunferência. Os segmentos de reta são radiais em relação à posição ocupada pela carga Q, e os arcos se referem a circunferências cujos centros coincidem com a posição ocupada por Q. Esses elementos podem ser imaginados tão pequenos quanto for necessário para a composição de uma trajetória qualquer (figura 7).

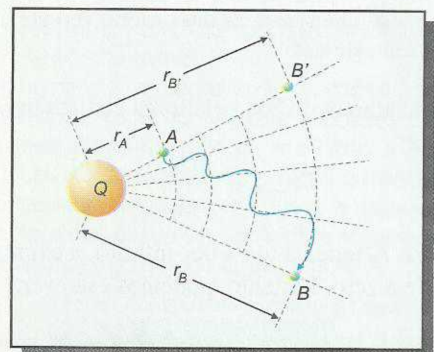


Figura 7 Uma trajetória qualquer entre os pontos A e B pode ser decomposta em segmentos de reta e arcos de circunferência.

Como em todos os arcos de circunferência, o trabalho realizado pela força elétrica é nulo, o trabalho realizado pela força elétrica no deslocamento AB corresponde ao trabalho que seria realizado por essa mesma força ao longo do segmento AB'.

Comparemos, então, o valor do trabalho realizado pela força elétrica quando a carga se desloca do ponto A ao ponto B pela trajetória $AB'B$, com o valor do trabalho quando a carga se desloca do ponto A ao ponto B por uma trajetória qualquer:

- **Trajetória $AB'B$**

$$\tau_{AB'B} = \tau_{AB'} + \tau_{B'B} = \tau_{AB'} + 0 \rightarrow \tau_{AB'B} = \tau_{AB'}$$

- **Trajetória qualquer entre A e B**

$$\tau = \tau_{AB'} + 0 = \tau_{AB'}$$

Observando que $r_{B'} = r_B$, concluímos que:

- o trabalho da força elétrica não depende da trajetória.
- qualquer que seja a trajetória que interliga os pontos A e B, o trabalho realizado pela força elétrica é:

$$\tau_{A \rightarrow B} = \frac{kQq}{r_A} - \frac{kQq}{r_B}$$

6. ENERGIA POTENCIAL ELÉTRICA

A energia potencial de um sistema de cargas corresponde ao trabalho que pode ser realizado pelas forças elétricas.

Convém lembrar que o trabalho de uma ou várias forças sempre se refere a um determinado deslocamento. Assim, a energia potencial elétrica corresponde ao trabalho que pode ser realizado pelas forças elétricas desde a configuração do sistema até uma configuração de referência. A configuração de referência é importante para a definição do nível zero de energia potencial. No caso da eletricidade, admitimos que, quando as cargas estão infinitamente separadas, a energia potencial é nula (figura 8).

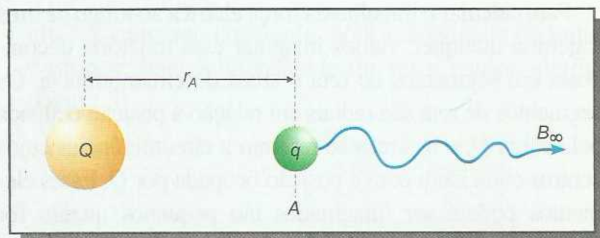


Figura 8 A carga Q é fixa e a carga q se desloca desde a distância inicial que separa as duas cargas (r_A) até um ponto B, infinitamente distante.

O trabalho realizado pela força elétrica nesse deslocamento é:

$$\tau_{A \rightarrow \infty} = \frac{kQq}{r_A} - \frac{kQq}{r_B}$$

Como r_B tende a um valor infinito, a expressão $\frac{kQq}{r_B}$ tende a zero. Portanto, podemos escrever:

$$\tau_{A \rightarrow \infty} = \frac{kQq}{r_A} = E_{p(A)}$$

Pela definição de energia potencial, esse é o valor da energia potencial elétrica associado ao sistema formado pelas duas cargas em sua configuração inicial.

Observações

- Na expressão da energia potencial elétrica, as cargas elétricas devem aparecer com os respectivos sinais.
- Se Q e q têm o mesmo sinal, então a energia potencial elétrica do sistema é positiva. Isso significa que a força elétrica está em condições de realizar trabalho motor, ou seja, se as cargas forem abandonadas sob a ação exclusiva de forças elétricas, elas espontaneamente vão atingir a completa separação ($r_{AB} \rightarrow \infty$).
- Se Q e q têm sinais diferentes, então a energia potencial elétrica do sistema é negativa. A força elétrica, nesse caso, é atrativa. Isso significa que é necessário fornecer energia ao sistema para que as cargas possam atingir a completa separação ($r_{AB} \rightarrow \infty$).

Relacionando o trabalho da força elétrica com a energia potencial elétrica, temos:

$$\tau_{A \rightarrow B} = E_{p(A)} - E_{p(B)}$$

O trabalho da força elétrica é a diferença entre a energia potencial inicial e a energia potencial final.

Como vimos, as forças cujo trabalho não depende da trajetória são chamadas de **forças conservativas**. A força elétrica, juntamente com as forças peso e elástica, é uma força conservativa.

7. POTENCIAL ELÉTRICO

Em uma escada (figura 9), temos, em correspondência, para cada degrau, um certo nível de energia. Se considerarmos um mesmo corpo, colocado em níveis de energia diferentes, obteremos valores diferentes para a energia potencial.



CID

Figura 9 Para cada degrau de uma escada, o sistema Terra-menina, ou Terra-gato, apresenta uma energia potencial diferente.

Analogamente, quando analisamos o espaço ao redor de uma carga puntiforme (carga fonte), encontramos níveis de energia diferentes. Para uma carga puntiforme positiva, os pontos mais próximos a ela correspondem a níveis de energia maiores. O nível zero corresponde aos pontos infinitamente afastados da carga.

Se, em algum ponto do espaço que circunda a carga puntiforme (fixa), colocarmos uma carga de teste (carga de prova), o sistema ficará dotado de energia potencial elétrica.

Assim, definimos:

Potencial elétrico (V) é a grandeza que mede o nível de energia associado a cada ponto do espaço que circunda uma carga fonte. Esse nível de energia será a quantidade de energia potencial elétrica por unidade de carga que venhamos a colocar nesse ponto.

Algebricamente:

$$V = \frac{E_p}{q}$$

No S.I., a unidade de potencial elétrico é volt (V), com 1 V = 1 J/C.

Como a energia é uma grandeza escalar, também o potencial elétrico é uma grandeza escalar, podendo ser positiva, negativa ou nula.

8. POTENCIAL ELÉTRICO DE CARGA PUNTIFORME

Com a definição de potencial elétrico, podemos calcular o potencial gerado por uma carga puntiforme. Para a carga puntiforme, temos $E_p = \frac{kQq}{r}$ e, como $V = \frac{E_p}{q}$, podemos escrever:

$$V = \frac{kQ}{r}$$

Observação

- Quando um ponto do espaço estiver sujeito à ação de várias cargas puntiformes, poderemos obter o potencial elétrico desse ponto usando o critério da superposição:

$$V = \underbrace{V_1 + V_2 + ... + V_n}_{\textbf{Escalar}}$$

9. DIFERENÇA DE POTENCIAL

Quando uma carga de prova é deslocada entre dois pontos do espaço, o trabalho da força elétrica depende do desnível de energia entre esses dois pontos. Assim, temos:

$$\tau_{A \to B} = E_{p(A)} - E_{p(B)} = qV_A - qV_B$$

$$\tau_{A \to B} = q(V_A - V_B)$$

A grandeza $(V_A - V_B)$ é o desnível de potencial entre os pontos A e B, sendo geralmente representada por U. Essa grandeza recebe o nome de **diferença de potencial elétrico** (ddp), ou **tensão**, ou ainda **voltagem**.

$$U = V_A - V_B$$

Logo:

$$\tau = qU$$

Observação

- Para que a água escorra espontaneamente quando abrimos uma torneira, é necessário que haja um desnível entre a superfície do líquido no reservatório e a saída na torneira. Da mesma maneira, para o funcionamento de um aparelho elétrico, é necessário que haja uma diferença de potencial entre os pontos em que ele for ligado, provocando o deslocamento de cargas elétricas.

Plástico ajuda a regenerar nervos

Pesquisadores do Instituto de Tecnologia de Massachusetts (MIT) e do Hospital Infantil da Universidade de Harvard desenvolveram um tipo de plástico que pode ajudar nervos danificados a voltar a crescer. [...] "Trata-se de um plástico, como um pedaço normal de plástico, só que se você coloca corrente nele, ele age como um fio condutor e é compatível com as células; e quando se aplica um campo elétrico, as células crescem bem", explicou Robert Langer, do MIT.

As principais aplicações potenciais para o ser humano, por enquanto, são duas: a primeira, no reparo de danos nervosos periféricos, quando alguém tem dedo ou mão cortados ou sofre alguma lesão no nervo facial, e a segunda, na coluna vertebral.

O plástico desenvolvido é um polímero, um tipo de filme chamado *polypyrrole*. Quando os nervos danificados e o material são expostos a uma carga elétrica adicional, "os nervos crescem ainda mais, pelo menos o dobro", disse o cientista. A eletricidade, supõem os pesquisadores, pode estimular os fatores de crescimento dos nervos no tecido.

O corpo humano é um depósito de atividade bioelétrica. Cargas elétricas estão por trás das transmissões nervosas, as mensagens que vão de um nervo a outro. Impulsos bioelétricos sustentam o coração e mantêm o batimento cardíaco sincopado. Até agora, a capacidade de células nervosas destruídas voltarem a regenerar-se era um desafio e um dos dogmas da ciência.

Fonte: *O Estado de S. Paulo*, 20 ago. 1997.

Para obter outros textos publicados pelo jornal **O Estado de S. Paulo**, ou propostas de atividades, consulte o *site* **Estadão na escola** (www.estadao-escola.com.br).

Exercício resolvido

Uma carga elétrica $Q = -2{,}0\ \mu C$ encontra-se fixa em um ponto no vácuo ($k = 9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2/C^2$). Considere dois pontos, A e B, situados a 3,0 cm e 9,0 cm, respectivamente, da carga elétrica Q.

a) Determine os potenciais elétricos, em volts, nos pontos A e B.

b) Uma carga de prova, $q = 1{,}0\ \mu C$, é deslocada de A para B. Determine o trabalho realizado pela força elétrica nesse deslocamento. Explique o sinal do trabalho.

Resolução

a) O potencial elétrico de uma carga puntiforme é dado por: $V = \frac{kQ}{r}$. Substituindo os valores dados, obtemos:

$$V_A = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-2{,}0 \cdot 10^{-6})}{3{,}0 \cdot 10^{-2}} \rightarrow \boxed{V_A = -6{,}0 \cdot 10^5\ V}$$

$$V_B = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-2{,}0 \cdot 10^{-6})}{9{,}0 \cdot 10^{-2}} \rightarrow \boxed{V_B = -2{,}0 \cdot 10^5\ V}$$

b) O trabalho realizado pela força elétrica no deslocamento da carga de prova é dado por: $\tau = q(V_A - V_B)$. Substituindo os valores, temos:

$\tau = 1{,}0 \cdot 10^{-6}\,[-6{,}0 \cdot 10^5 - (-2{,}0 \cdot 10^5)] \rightarrow$

$\rightarrow \boxed{\tau = -0{,}40\ J}$

O sinal de menos indica que o movimento da carga de prova, entre os pontos A e B, não é espontâneo. É preciso que um agente externo realize um trabalho de 0,40 J para movimentar a carga.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

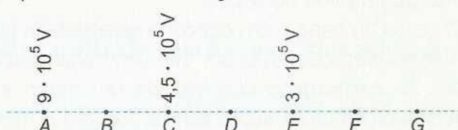
6 Considere uma carga elétrica puntiforme $Q = 10\ \mu C$ fixa em um ponto A e dois pontos B e C, distantes 2 cm e 6 cm, respectivamente, da carga Q. Uma carga de prova, $q = 2\ \mu C$, é colocada no ponto B e, em seguida, deslocada para o ponto C.

a) Determine a energia potencial elétrica do sistema constituído pelas cargas Q e q quando esta se encontra no ponto B.

b) Repita o item (a) com a carga q no ponto C.

c) Determine o trabalho da força elétrica no deslocamento da carga q de B para C.

7 A figura representa os potenciais elétricos em pontos de um campo de força gerado por uma carga elétrica puntiforme Q = 2,0 μC. A distância entre pontos consecutivos é 1,0 cm.



Com base na figura, assinale certo ou errado nas afirmativas seguintes:

I. A carga Q localiza-se a 2,0 cm à esquerda do ponto A.

II. O potencial elétrico do ponto B é $6 \cdot 10^5$ V.

III. Uma carga de prova positiva colocada no ponto B movimenta-se espontaneamente para a direita.

IV. O trabalho da força elétrica sobre uma carga de prova negativa que se movimenta de C para A é positivo.

8 (U. E. Maringá) Considere uma partícula de massa m e carga Q positiva. Então, é correto afirmar que:

01) a partícula produzirá em seu redor um campo gravitacional e um campo elétrico.

02) a carga Q poderá ser escrita como sendo um número inteiro N de cargas elementares.

04) o potencial elétrico produzido pela carga puntiforme Q, a uma distância finita r do seu centro, será nulo.

08) o potencial elétrico de Q, a uma distância r de seu centro, é uma grandeza escalar e positiva.

Dê como resposta a soma das afirmativas corretas.

9 Duas cargas elétricas, de mesmo módulo mas de sinais contrários, estão fixas em dois pontos, A e B, e separadas pela distância d. Assinale a alternativa correta:

a) Qualquer carga de prova colocada no ponto médio entre as cargas fixas ficará em equilíbrio.

b) Tanto o potencial elétrico quanto o campo elétrico são nulos no ponto médio entre as cargas.

c) No ponto médio o potencial elétrico é nulo, mas o campo elétrico, não.

d) Em qualquer ponto sobre a reta que une as cargas o potencial elétrico é nulo.

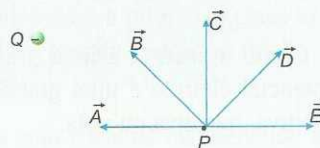
e) O potencial elétrico, em qualquer ponto, é diferente de zero.

Exercícios complementares: do 14 ao 16.



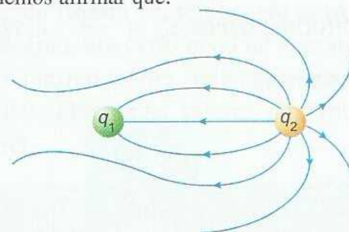
EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

10 (Vunesp) Na figura, o ponto P está eqüidistante das cargas fixas $+Q$ e $-Q$. Qual dos vetores indica a direção e o sentido do campo elétrico em P, devido a essas cargas?



a) $\vec{A}$ b) $\vec{B}$ c) $\vec{C}$ d) $\vec{D}$ e) $\vec{E}$

11 (FEI-SP) Quanto à representação das linhas de força da figura podemos afirmar que:



a) q_1 é positivo, q_2 é negativo e $|q_1| < |q_2|$.

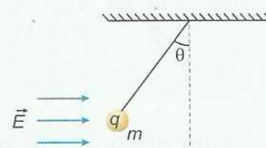
b) q_2 é positivo, q_1 é negativo e $|q_2| > |q_1|$.

c) q_2 é negativo, q_1 é positivo e $|q_1| > |q_2|$.

d) q_2 é negativo, q_1 é positivo e $|q_1| = |q_2|$.

e) q_2 é positivo, q_1 é negativo e $|q_2| < |q_1|$.

12 (Unicamp-SP) Considere uma esfera de massa m e carga q pendurada no teto e sob a ação da gravidade e do campo elétrico $\vec{E}$, como indicado na figura.



a) Qual é o sinal da carga q?

b) Quais são as forças que agem na carga q?

c) Se trocarmos o sinal da carga q, qual será a nova posição ocupada por ela?

13 (PUC-SP) Numa certa região da Terra, nas proximidades da superfície, a aceleração da gravidade vale 9,8 m/s² e o campo eletrostático do planeta (que possui carga negativa na região) vale 100 N/C.

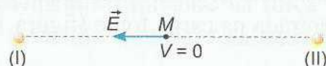
Determine o sinal e o valor da carga elétrica que uma bolinha de gude, de massa 50 g, deveria ter para permanecer suspensa em repouso, acima do solo.



Considere o campo elétrico praticamente uniforme no local e despreze qualquer outra força atuando sobre a bolinha.

14 (Mackenzie-SP) Uma carga elétrica positiva e puntiforme cria em um ponto *P* situado a 20 cm um campo elétrico de intensidade 900 V/m. O potencial elétrico nesse ponto *P* é:
a) 100 V b) 180 V c) 200 V d) 270 V e) 360 V

15 (Cesgranrio) Duas cargas puntuais (I) e (II) estão fixas nas posições indicadas na figura.



O ponto *M* é o ponto médio do segmento que une as duas cargas.

Observa-se experimentalmente que, em *M*, a intensidade *E* do campo elétrico tem a direção e o sentido mostrados na figura, e que o potencial elétrico *V* é nulo (o potencial é também nulo no infinito). Esses dados permitem afirmar que as cargas (I) e (II) têm valores respectivos:

a) $-q$ e $+q$ c) $+q$ e $-\frac{1}{2}q$ e) $+q$ e $+q$
b) $-\frac{1}{2}q$ e $+q$ d) $-q$ e $-q$

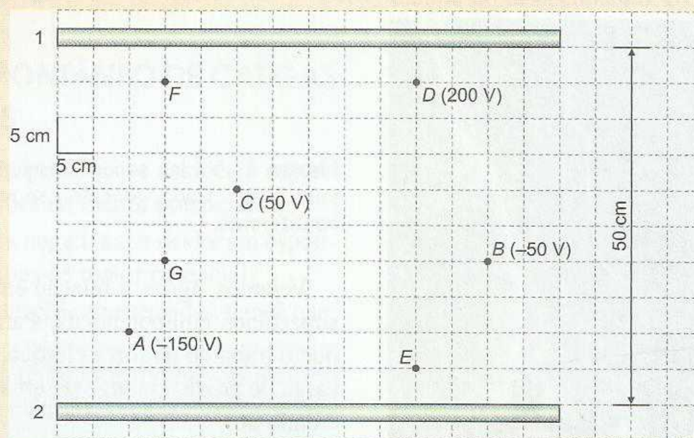
16 (UFMA) Ao chegar a casa num dia chuvoso, João disse ter visto uma andorinha morrer quando pousava na rede elétrica de alta tensão. Podemos afirmar que:
a) João não disse a verdade visto que não há diferença de potencial entre os dois pontos de contato no fio.
b) a ave morrerá visto que a oscilação da rede elétrica, durante a chuva, estabelece uma diferença de potencial entre seus pés.
c) A ave poderá morrer durante a chuva, visto que ocasionalmente haverá ddp entre um ponto e outro do fio, onde a ave irá tocar.
d) João não disse a verdade visto que a elevada tensão do fio protege a ave.
e) a ave morre em decorrência do efeito Joule durante a chuva.



ATIVIDADE ESPECIAL: *Campo elétrico: placas planas e paralelas*

A figura representa duas placas planas e paralelas, eletrizadas com cargas elétricas de sinais contrários e separadas por uma distância de 50 cm. Na região entre as placas temos um campo elétrico uniforme gerado pelas cargas elétricas.

Na figura estão indicados os potenciais elétricos de alguns pontos do campo elétrico.



Analisando a figura, responda às questões.

1. Determine a diferença de potencial elétrico entre os pontos *A* e *D*; *C* e *B*; *D* e *A*.
2. Qual é a diferença de potencial elétrico entre as placas?
3. Quais são os potenciais elétricos dos pontos *E*, *F* e *G*?
4. Quais pontos possuem o mesmo potencial: os que estão alinhados na vertical (*F* e *G*) ou na horizontal (*D* e *F*)? Justifique.
5. Determine a intensidade do campo elétrico uniforme entre as placas.
6. Qual é o sinal da carga elétrica na placa 1? E na placa 2?
7. Trace, na figura, as linhas de força do campo elétrico e as superfícies eqüipotenciais.
8. Considere um elétron lançado horizontalmente para a direita a partir do ponto G. Trace, na figura, a trajetória descrita por ele. Como seria a trajetória se no lugar do elétron tivéssemos um próton?
9. Suponha que uma partícula de massa *m* e carga *q* seja colocada no ponto C e aí permaneça em equilíbrio. O que podemos concluir a respeito do sinal da carga da partícula?
10. Qual é o movimento espontâneo de uma carga elétrica positiva colocada em repouso no ponto D? E se a carga elétrica for negativa?

Capítulo 27

CONDUTORES EM EQUILÍBRIO ELETROSTÁTICO

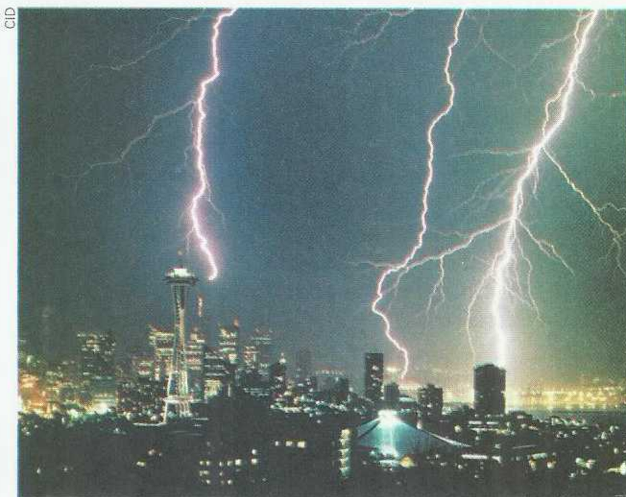
Existe um momento no qual os elementos em movimento estão equilibrados.

Henry Cartier-Bresson

Nos corpos eletrizados, constituídos de materiais isolantes, podemos ter muitas distribuições de carga diferentes. Essas distribuições permanecem devido à pequena mobilidade dos portadores de carga. Já nos condutores as distribuições de carga, nas condições de equilíbrio, não são aleatórias. Elas são previsíveis e determinadas pelas forças de natureza elétrica.

Há, então, algumas relações especiais entre o campo elétrico, os níveis de energia e as distribuições de carga nos condutores em equilíbrio eletrostático. Conhecer essas relações nos permite construir instalações em que é necessário esse equilíbrio. Ao mesmo tempo, podemos também, evitando as condições de equilíbrio eletrostático, obter aplicações dinâmicas da eletricidade, como é o caso, por exemplo, do pára-raios.

CID



1. SUPERFÍCIES EQÜIPOTENCIAIS

Quando analisamos o espaço ao redor de uma ou de várias cargas elétricas – fontes de campo elétrico –, encontramos vários pontos que possuem o mesmo potencial.

Um conjunto de pontos que têm o mesmo potencial pode corresponder a um volume, a uma superfície ou até mesmo a uma linha. Na maioria dos casos, esses conjuntos de pontos determinam uma superfície, que chamamos de **superfície eqüipotencial**.

Vejamos o caso em que a fonte é uma carga puntiforme. Como o potencial elétrico gerado por essa carga é dado por $\frac{kQ}{r}$, com k e Q constantes, todos os pontos situados à mesma distância r da fonte têm o mesmo potencial. Já para cada valor de r, a superfície que contém esse conjunto de pontos é uma superfície esférica, de raio r e centrada na carga fonte (figura 1).

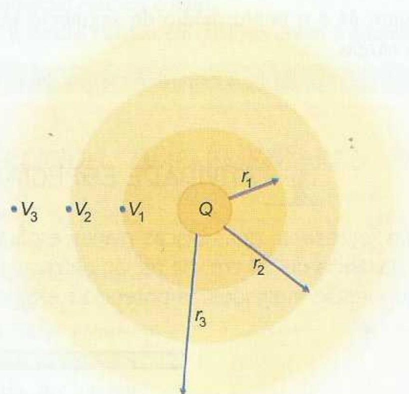


Figura 1 Várias superfícies eqüipotenciais de uma carga puntiforme. Cada valor de r se refere a um potencial elétrico diferente.

Vejamos, agora, a relação entre as linhas de força e as superfícies eqüipotenciais. Para isso, devemos lembrar que o trabalho da força elétrica, quando deslocamos uma carga de prova ao longo de uma superfície eqüipotencial, é dado por:

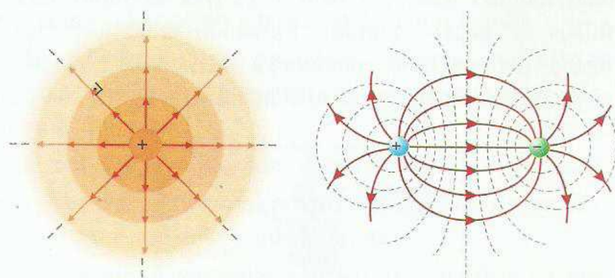
$$\tau_{A \to B} = q(V_A - V_B)$$

Como os pontos A e B pertencem à mesma superfície eqüipotencial, têm o mesmo potencial, ou seja, $V_A - V_B = 0$. Portanto, o trabalho é nulo, qualquer que seja a trajetória escolhida. Para que tal fato aconteça, a força elétrica deve ser sempre normal à superfície e, em decorrência, o campo elétrico também o será, pois este tem sempre a mesma direção da força:

O campo elétrico é sempre normal às superfícies eqüipotenciais.

Observação

- As linhas de força são sempre normais às superfícies eqüipotenciais.



Se uma carga de prova, colocada em repouso em um campo elétrico, entra em movimento sob a ação exclusiva da força elétrica, temos um movimento espontâneo; nesse tipo de movimento o trabalho da força elétrica é sempre positivo (trabalho motor). Analisemos as duas situações seguintes:

- **Carga de prova positiva**
  $\tau = q(V_i - V_f) > 0$. Como $q > 0$:
  $V_i - V_f > 0$, então:
  $V_i > V_f$
- **Carga de prova negativa**
  $\tau = q(V_i - V_f) > 0$. Como $q < 0$:
  $V_i - V_f < 0$, então:
  $V_i < V_f$

2. MOVIMENTO ESPONTÂNEO DE CARGAS ELÉTRICAS LIVRES

- As cargas elétricas livres positivas se deslocam espontaneamente para as regiões de menor potencial.
- As cargas elétricas livres negativas se deslocam espontaneamente para as regiões de maior potencial.

Considerando as duas situações apresentadas, temos que:

O sentido do campo elétrico é sempre do maior para o menor potencial elétrico.

3. CAMPO ELÉTRICO UNIFORME

Como o vetor campo elétrico é sempre normal às superfícies eqüipotenciais, estas são constituídas de planos paralelos, perpendiculares às linhas de força (figura 2).

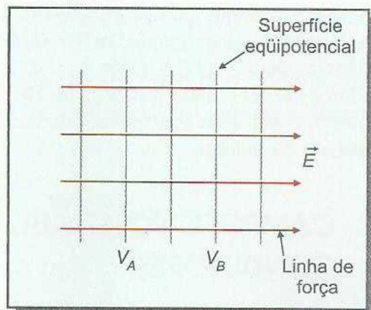
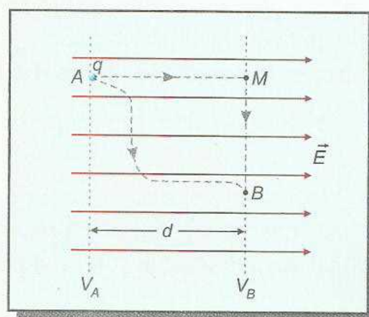


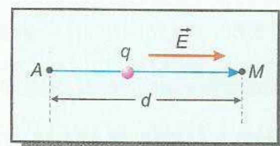
Figura 2 Linhas de força e superfícies eqüipotenciais.

Desloquemos uma carga de prova q, positiva, do ponto A, na superfície de potencial V_A, para o ponto B, na superfície de potencial V_B, por uma trajetória qualquer. Como o trabalho da força elétrica não depende da trajetória descrita, vamos realizar o cálculo do trabalho fazendo uma composição de dois deslocamentos retilíneos: uma do ponto A ao ponto M, e o outro do M ao B.

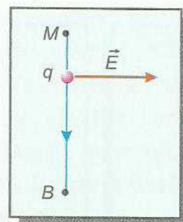


Do ponto A ao ponto M, temos a ação de uma força constante e paralela ao deslocamento, cuja intensidade é $F = qE$. O trabalho dessa força é:

$$\tau_1 = Fd$$
$$\tau_1 = qEd$$



Do ponto M ao ponto B, o trabalho da força elétrica é nulo, pois nesse trecho a força elétrica é sempre perpendicular ao deslocamento: $\tau_2 = 0$.



O trabalho total é:

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = qEd + 0 = qEd$$

Como $\tau = qU$, obtemos:

$$qEd = qU \rightarrow \boxed{Ed = U}$$

Observação

- Na aplicação desta última expressão, devemos observar que a distância d não é a distância percorrida pela carga de prova, mas sim a distância entre as duas superfícies eqüipotenciais.

4. CONDUTORES EM EQUILÍBRIO ELETROSTÁTICO

Os condutores dispõem de portadores de carga elétrica livres. Se houver a ação de um campo elétrico sobre os portadores de carga, eles não ficarão em equilíbrio. Nessas condições, concluímos que:

- no interior de um condutor em equilíbrio eletrostático, o campo elétrico é nulo.
- o excesso ou a falta de cargas elétricas de um condutor em equilíbrio eletrostático se situa em sua superfície.

Sendo o campo elétrico nulo em qualquer ponto do interior de um condutor, a força elétrica também é nula; o mesmo acontece com o trabalho realizado pela força elétrica: é nulo, para qualquer trajetória.

Assim, quaisquer que sejam os pontos A e B, temos:

$$V_A - V_B = 0 \rightarrow V_A = V_B$$

Ou seja:

> Todos os pontos de um condutor em equilíbrio eletrostático possuem o mesmo potencial elétrico.

Observação

- O volume de um condutor em equilíbrio eletrostático é um volume eqüipotencial; em particular, sua superfície é uma superfície eqüipotencial. É indiferente se o condutor é oco ou maciço. Do ponto de vista da eletrostática, seu volume interno é descartável.

5. BLINDAGEM ELETROSTÁTICA

Vejamos um experimento simples, em que se verificam as propriedades dos condutores em equilíbrio eletrostático (figura 3).

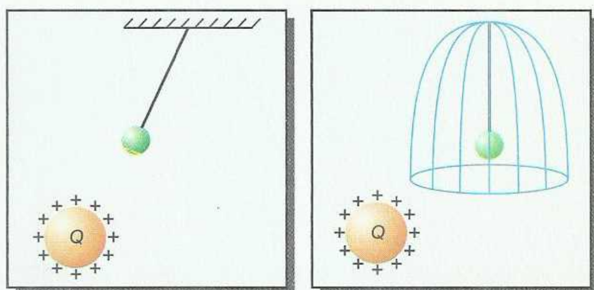


Figura 3 Um pêndulo eletrostático é atraído por um corpo eletrizado. Após a atração, o pêndulo é envolvido por uma gaiola metálica (condutora), e a deflexão desaparece.

A figura 3 mostra que o pêndulo encarcerado na gaiola fica imune aos campos elétricos externos, ou seja, mesmo sob a ação de cargas exteriores, o campo elétrico no interior do condutor é nulo. É um experimento clássico, denominado **gaiola de Faraday**, em homenagem a Michael Faraday, um dos patronos da eletricidade.

Esse raciocínio pode ser aplicado a um veículo trafegando em meio a uma tempestade, ou mesmo sendo tocado por um fio de alta tensão. A segurança dos passageiros estará garantida enquanto eles permanecerem dentro do veículo, que funciona como blindagem eletrostática. Além de o campo elétrico no interior ser nulo, todos os pontos interiores têm o mesmo potencial.

6. ELETROSCÓPIO DE FOLHAS

O eletroscópio de folhas é constituído basicamente de duas lâminas metálicas bem leves (por exemplo, duas folhas de papel-alumínio), formando uma dobradiça, ligadas por uma haste condutora a um outro corpo (cabeça do eletroscópio), também condutor (figura 4).

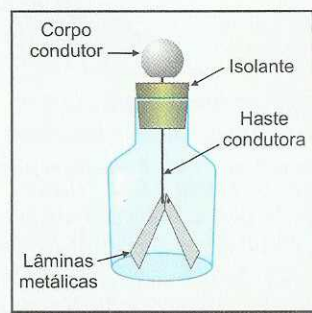


Figura 4 Eletroscópio de folhas. Quanto mais dúctil for o material usado na confecção das folhas, mais finas e leves elas serão, propiciando um aparelho cada vez mais sensível. Por essa razão, na construção de eletroscópios mais sofisticados usam-se folhas de ouro. Devido à sensibilidade das folhas, é aconselhável encerrá-las em uma garrafa, para que não sofram a ação de correntes de ar.

Vejamos o que acontece quando aproximamos um corpo eletrizado da cabeça do eletroscópio. Antes da aproximação, devemos encostar a cabeça do eletroscópio em qualquer metal ligado à terra, para neutralizá-lo. As folhas ficarão encostadas (fechadas) e neutras.

Ao aproximarmos o corpo eletrizado (positivamente, por exemplo) da cabeça do eletroscópio, mas sem encostar, há indução de cargas negativas na cabeça e, portanto, as folhas localizadas na outra extremidade da haste ficam eletrizadas positivamente. Como resultado, temos a repulsão entre as folhas (figura 5).

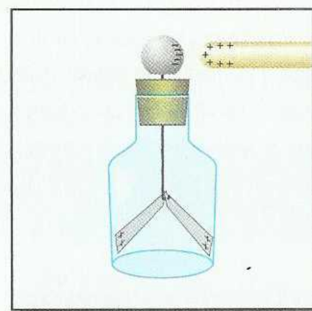


Figura 5 Quanto maior for a proximidade do corpo eletrizado da cabeça do eletroscópio, maior será a indução e, em conseqüência, maior será a deflexão das folhas. No entanto, se o indutor chegar a tocar a cabeça do eletroscópio, este ficará eletrizado, e as folhas continuarão defletidas, mesmo após o afastamento do indutor.

7. CAMPO E POTENCIAL ELÉTRICO NOS CONDUTORES

Quando consideramos um condutor em equilíbrio eletrostático, devemos ter em mente três regiões distintas: a interna, a externa e a superfície.

Em relação aos pontos internos de um condutor, temos:

- todos os pontos do interior do condutor têm o mesmo potencial.
- o campo elétrico no interior do condutor é nulo.

Em relação aos pontos externos, temos que o campo e o potencial elétrico dependem da forma do condutor e da posição do ponto.

E, em relação aos pontos da superfície:

- o potencial elétrico nos pontos da superfície do condutor é o mesmo dos pontos interiores.
- a intensidade do campo elétrico na superfície de um condutor é normal à superfície.

8. CONDUTOR ESFÉRICO

Vamos considerar um caso particular de um condutor em equilíbrio eletrostático, livre da presença de outros corpos eletrizados, o condutor esférico (figura 6).

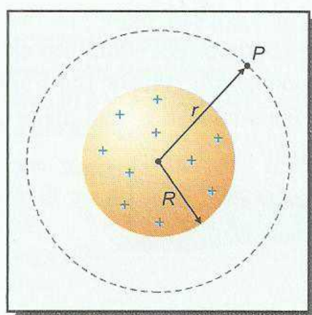


Figura 6 Condutor esférico (oco ou maciço). *r* é a distância de um ponto qualquer ao centro do condutor e *R* é o raio da esfera que determina a superfície do condutor.

- **Pontos exteriores** ($r > R$)

Consideramos toda a carga do condutor localizada em seu centro. Em cada ponto, as intensidades do potencial elétrico e do campo elétrico são dadas por:

$$V = \frac{kQ}{r} \quad \text{e} \quad E = k\frac{|Q|}{r^2}$$

Em particular, para pontos extremamente próximos à superfície, temos:

$$E = k\frac{|Q|}{R^2}$$

- **Pontos na superfície** ($r = R$)

Em pontos na superfície de um condutor esférico, as intensidades do potencial elétrico e do campo elétrico são dadas por:

$$V = \frac{kQ}{R} \quad \text{e} \quad E = k\frac{|Q|}{2R^2}$$

- **Pontos interiores** ($r < R$)

Para todos os pontos interiores, o potencial elétrico é o mesmo e igual ao potencial dos pontos da superfície do condutor e o campo elétrico é nulo:

$$V = \frac{kQ}{R} \quad \text{e} \quad E = \vec{0}$$

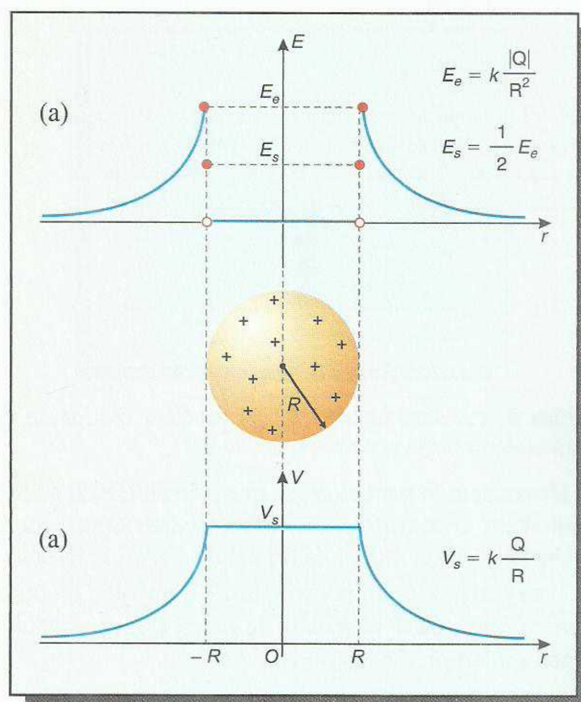


Figura 7 Variação da intensidade do campo elétrico *(a)* e do potencial elétrico *(b)* em função da distância, em um condutor esférico.

9. CAPACITÂNCIA DE UM CONDUTOR

Consideremos um condutor, inicialmente neutro, que vai ser eletrizado negativamente. À medida que fornecemos cargas elétricas (elétrons) a esse condutor, o valor absoluto do potencial elétrico aumenta e, com isso, torna-se progressivamente mais difícil a colocação de mais elétrons, pois os novos sofrerão a repulsão dos já existentes.

A cada quantidade de carga existente no condutor, há, em correspondência, um potencial elétrico proporcional a essa quantidade de carga. Denomina-se **capacitância** (C) ou **capacidade eletrostática** de um corpo a relação entre a quantidade de carga elétrica (Q) e o potencial elétrico (V) correspondente:

$$C = \frac{Q}{V}$$

No S.I., a unidade de capacitância é farad (**F**), em homenagem ao físico inglês Michael Faraday.

Para os condutores em geral, a capacitância permanece constante, independentemente da quantidade de carga por eles adquirida. Para um condutor esférico, temos:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{kQ}{R}} \rightarrow \quad C = \frac{R}{k}$$

A figura 8 ilustra a evolução do potencial elétrico de um condutor, inicialmente neutro, à medida que ele vai sendo carregado.

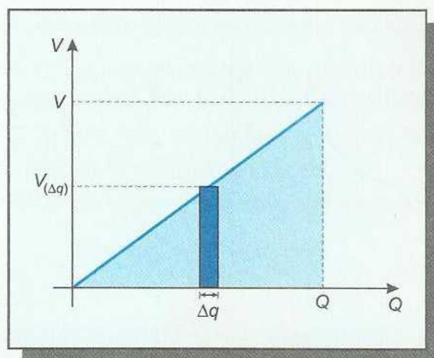


Figura 8 Potencial elétrico de um condutor em função da quantidade de carga por ele adquirida.

Considerando que as cargas que o condutor vai adquirindo vêm de um potencial nulo, quanto maior for o potencial elétrico do condutor, maior a energia necessária para carregá-lo um pouco mais; e o trabalho da força elétrica, para cada elemento de carga que o condutor venha a adquirir, é dado por:

$$\tau = \Delta q \cdot (V_\infty - V) = -\Delta q \cdot V$$

Assim, para que o processo aconteça, é necessária uma força oposta à força elétrica, que irá realizar um trabalho de mesmo valor absoluto, mas de sinal contrário. O trabalho dessa força se reflete na energia potencial armazenada no condutor. Temos, então, para cada quantidade de cargas Δq a ser colocada no condutor, um acréscimo de energia potencial elétrica (ΔE_p) dado por:

$$\Delta E_p = \Delta q \cdot V$$

A soma de todos esses acréscimos corresponde à energia potencial elétrica que o condutor terá ao final do processo de carga, e corresponde à área mostrada na figura 8:

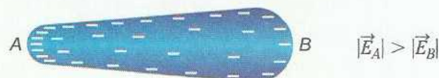
$$E_p = \frac{QV}{2}$$

Como $Q = CV$, podemos escrever:

$$E_p = \frac{CV^2}{2} \quad \text{ou} \quad E_p = \frac{Q^2}{2C}$$

10. PODER DAS PONTAS

Em um dado condutor em equilíbrio eletrostático, as regiões mais pontiagudas (menor raio) apresentam um campo elétrico mais intenso e uma maior concentração de cargas elétricas.



As tempestades e os pára-raios

A mitologia nórdica atribuía os trovões ao deus Thor. Ele passeava pelo céu carregando um martelo, com o qual, em momentos de ira, golpeava os corpos celestes, resultando num ruído conhecido pelos nórdicos como Thor Don, ou o barulho de Thor, que anunciava a tempestade.

Do ponto de vista científico, as nuvens em nossa atmosfera podem conter grande quantidade de eletricidade estática. Assim, na iminência de uma precipitação chuvosa, as gotículas de água em suspensão na atmosfera começam a se juntar, acarretando um aumento no potencial elétrico e na intensidade do campo elétrico. Quando a intensidade do campo elétrico entre as nuvens e o solo chega ao ponto de ionizar o ar, ocorrem as descargas elétricas (os relâmpagos).

Para atrair essas descargas e com isso proteger uma determinada região, costuma-se instalar condutores pontiagudos em pontos bem altos: são os pára-raios, que utilizam o chamado "poder das pontas". O primeiro pára-raios foi criado por Benjamin Franklin (1706-1790).

Modernamente, além do poder das pontas, alguns pára-raios contêm em sua extremidade uma pequena quantidade de material radioativo que, ao ionizar o ar ao seu redor, é um fator adicional para atrair os raios, o que aumenta a eficiência do aparelho.

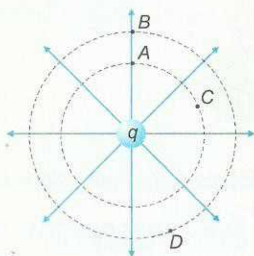


Estatueta de bronze da Islândia retratando Thor, o deus do trovão, e seu martelo Mjollnir.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 Na figura, estão representadas algumas linhas de força (linhas pretas) e algumas superfícies eqüipotenciais (linhas vermelhas) do campo criado pela carga q.



Considere as seguintes afirmações:

I. Os pontos A e C possuem o mesmo potencial.
II. O campo elétrico em B é mais intenso do que em A.
III. O potencial elétrico em A é maior do que em D.
IV. O trabalho da força elétrica para deslocar uma carga de A para B é nulo.

Assinale a alternativa correta.

a) Somente I é correta.
b) Somente I e II são corretas.
c) Somente I e III são corretas.
d) Somente III e IV são corretas.
e) Todas são corretas.

2 (U. F. Santa Maria-RS) São feitas as seguintes afirmações a respeito de um condutor eletrizado e em equilíbrio eletrostático:

I. A carga elétrica em excesso localiza-se na superfície externa.
II. No seu interior, o campo elétrico é nulo.
III. No seu interior, o potencial elétrico é nulo.

Está(ão) correta(s):

a) apenas I.
b) apenas II.
c) apenas III.
d) apenas I e II.
e) apenas I e III.

3 Uma esfera condutora de 30 cm de raio está eletrizada com uma carga elétrica igual a 3,0 μC. Determine:

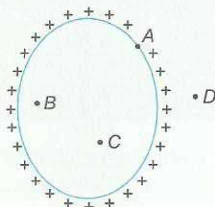
a) a intensidade do campo elétrico e o potencial elétrico em um ponto situado a 10 cm do centro da esfera.
b) o potencial elétrico na superfície da esfera.
c) o potencial elétrico em um ponto situado a 50 cm do centro da esfera.

Exercícios complementares: do 4 ao 7.



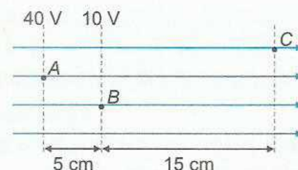
EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

4 (Mackenzie-SP) O condutor abaixo está carregado positivamente e em equilíbrio eletrostático. O ponto A está localizado na superfície do condutor, o B está no interior e próximo à superfície, o C mais no interior e o D é externo. Com relação ao potencial elétrico desses pontos, podemos afirmar que:

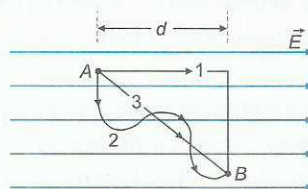


a) $V_C = V_B = V_A = V_D$
b) $V_C > V_B > V_A > V_D$
c) $V_C = V_B > V_A > V_D$
d) $V_C = V_B = V_A < V_D$
e) $V_C = V_B = V_A > V_D$

5 (FEI-SP) Na figura estão representadas algumas linhas de força e superfícies eqüipotenciais de um campo eletrostático uniforme. Qual é o trabalho da força elétrica que atua em uma partícula de carga $q = 4$ μC no deslocamento de A a C?



6 (PUC-MG) A figura mostra as linhas de força de um campo elétrico, situado em certa região do espaço, e dois pontos desse campo, A e B. Uma carga elétrica positiva é colocada em repouso no ponto A e pode ser levada até o ponto B, seguindo qualquer uma das trajetórias, 1, 2 ou 3.



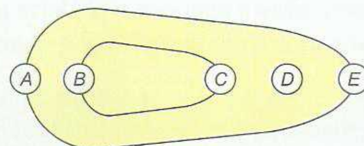
Leia as afirmativas a seguir:

I. O campo elétrico é mais intenso no ponto A do que no ponto B.
II. O trabalho realizado, para levar a carga elétrica de A a B, depende da trajetória escolhida e guarda a seguinte relação: $\tau_2 > \tau_1 > \tau_3$.
III. Entre os pontos A e B existe uma diferença de potencial elétrico, cujo módulo pode ser determinado pelo produto do módulo do campo elétrico pela distância d.

Assinale:

a) se todas as afirmativas estão corretas.
b) se todas as afirmativas estão incorretas.
c) se apenas as afirmativas I e II estão incorretas.
d) se apenas as afirmativas I e III estão corretas.
e) se apenas as afirmativas II e III estão corretas.

7 (Faap-SP) A figura mostra, em corte longitudinal, um objeto metálico oco, eletricamente carregado.
Em qual das regiões assinaladas há maior concentração de carga?

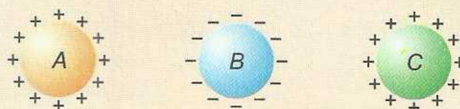


a) E b) D c) C d) B e) A



ATIVIDADE ESPECIAL: *Condutores esféricos*

Considere três condutores esféricos, *A*, *B* e *C*, todos de raio igual a 50 cm, eletrizados com cargas elétricas $Q_A = +2\ \mu C$, $Q_B = -3\ \mu C$ e $Q_C = +4\ \mu C$ e isolados um do outro.



Para responder às questões seguintes, lembre-se de que o potencial elétrico de um condutor esférico é dado por $V = \frac{kQ}{R}$ e que o fluxo espontâneo de cargas elétricas negativas é do menor para o maior potencial, e o de cargas elétricas positivas, do maior para o menor potencial.

1. Calcule o potencial elétrico de cada condutor esférico, em volts.
2. Explique se haverá movimento de cargas elétricas se ligarmos, por um fio condutor, os condutores *A* e *B*, *B* e *C* e *A* e *C*.
3. Qual é o sentido do fluxo de elétrons em cada uma das ligações do item anterior?
4. Considere a ligação do condutor *A* com o condutor *B*. O que acontece com o potencial elétrico de *A*? E com o potencial elétrico de *B*?
5. Repita o item anterior, considerando as ligações de *B* com *C* e de *A* com *C*.
6. Se o condutor *A* for ligado ao condutor *B*, qual será a quantidade de carga final de cada condutor?
7. Suponha que os três condutores sejam colocados em contato, por um fio condutor, simultaneamente. Qual será a carga elétrica final e o potencial elétrico final de cada condutor?

Capítulo 28

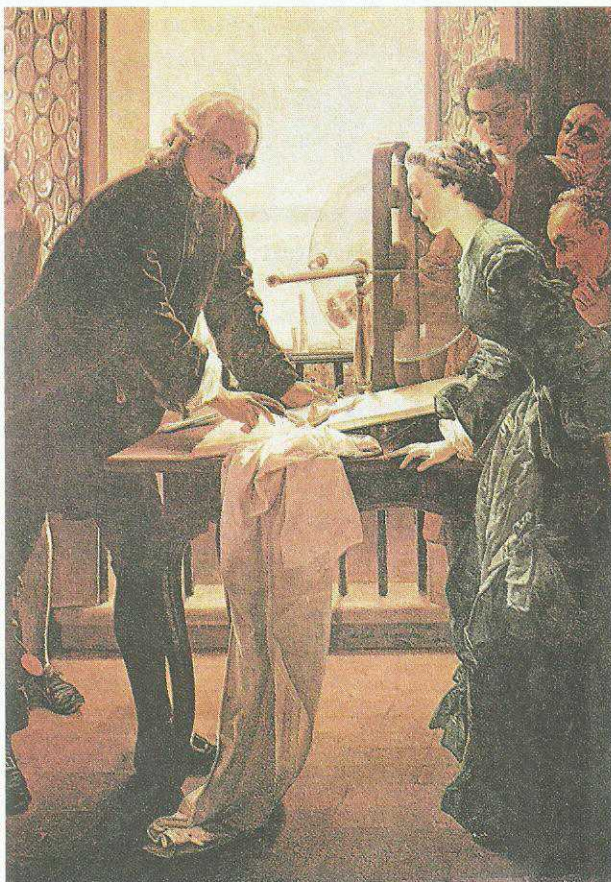
CORRENTE ELÉTRICA

A corrente impiedosa a flor enleia,
Leva-a do seu torrão;
A afundar-se dizia a pobrezinha:
"Não me deixaste, não!"
Gonçalves Dias

Quando em funcionamento, temos, em todos os aparelhos elétricos (lâmpada, ventilador, televisão etc.), o movimento ordenado de portadores de carga elétrica. A esse movimento chamamos **corrente elétrica**.

Para mexer um dedo, focalizar a visão e até mesmo controlar e estimular as batidas do coração, nosso organismo se utiliza da corrente elétrica.

De fato, os primeiros relatos da corrente elétrica se referem a observações no campo da Biologia, feitas por Luigi Galvani ao estudar as contrações musculares na perna de uma rã, estimulada por impulsos elétricos.



Luigi Galvani (1737-1798) demonstrando a seus discípulos os efeitos da eletricidade sobre uma rã.

De certa forma a civilização pôde, imitando a natureza dos seres vivos mais organizados, conseguir a transferência de sinais e de energia com incomparável eficiência e rapidez, pela corrente elétrica — o movimento ordenado dos portadores de carga.

1. CONDUTORES ELÉTRICOS

Para um material ser condutor de eletricidade, é necessário que ele possua portadores livres de carga elétrica (elétrons, íons positivos ou negativos) e que esses portadores tenham mobilidade.

Os materiais condutores são classificados em três grupos:

- **Condutores de primeira classe (condutores metálicos)**
  A ligação metálica se caracteriza pela presença de elétrons livres que permeiam o retículo cristalino. Esses elétrons têm grande mobilidade, justificando o fato de os metais serem bons condutores de eletricidade.
- **Condutores de segunda classe (condutores eletrolíticos)**
  As soluções eletrolíticas apresentam, como portadores livres de carga elétrica, os íons positivos e os negativos. Esses íons são provenientes da dissociação iônica (compostos iônicos) ou ionização (compostos moleculares) de compostos ácidos, básicos ou salinos em um solvente, normalmente a água.
- **Condutores de terceira classe (condutores gasosos)**
  Normalmente um gás é isolante, porém a ação de um forte campo elétrico pode ionizá-lo, formando, como portadores livres, íons positivos e elétrons.

2. CORRENTE ELÉTRICA

Em um metal isolado, os elétrons livres não estão em repouso: eles descrevem um movimento caótico, sem nenhuma direção preferencial. No entanto, quando aplicamos uma diferença de potencial entre dois pontos do metal, estabelecemos um movimento de elétrons numa direção preferencial, do menor para o maior potencial elétrico, constituindo o que chamamos de **corrente elétrica**.

> Corrente elétrica é o movimento ordenado de portadores de carga elétrica.

Devemos entender como movimento ordenado aquele que acontece numa direção preferencial em relação às demais. A corrente elétrica pode ocorrer num meio condutor sólido, líquido ou gasoso.

O movimento ordenado dos portadores de carga fica restrito aos limites impostos pelo condutor, podendo acontecer em dois sentidos. No caso de portadores positivos, eles se movem no mesmo sentido do campo e, no caso de portadores negativos, eles se movem no sentido contrário ao campo elétrico.

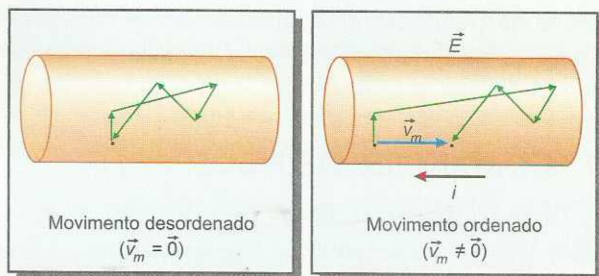


Figura 1 Esquema do movimento de um elétron livre particular, no interior de um fio metálico, antes e após a aplicação do campo elétrico.

Se o mesmo campo elétrico fosse aplicado em uma solução eletrolítica, teríamos íons positivos movendo-se no sentido do campo e íons negativos movimentando-se em sentido contrário. O sentido escolhido para a corrente elétrica é o sentido do movimento dos portadores de cargas positivas ou, de maneira equivalente, o sentido contrário ao do movimento dos portadores de cargas negativas. Tal escolha se presta tanto para as soluções eletrolíticas quanto para os gases ionizados ou para os metais. Em suma, o sentido da corrente é o sentido do campo elétrico aplicado.

3. INTENSIDADE DE CORRENTE ELÉTRICA

Escolhida uma secção transversal de um condutor, a grandeza escalar intensidade de corrente elétrica (i) fornece o fluxo de portadores de carga elétrica por unidade de tempo, que atravessa essa secção (figura 2).

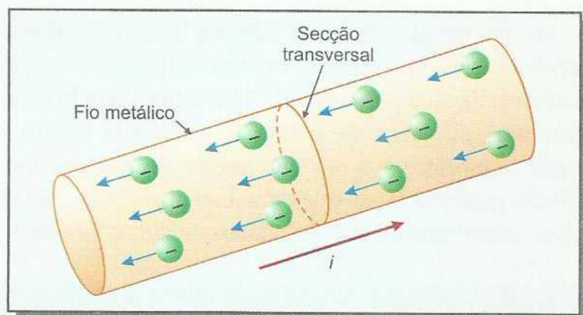


Figura 2 Portadores de carga elétrica atravessando uma secção transversal de um fio.

Sendo $|\Delta q|$ o valor absoluto da quantidade de carga que atravessa a secção transversal em um intervalo de tempo Δt, a intensidade média da corrente elétrica (i_m) é:

$$i_m = \frac{|\Delta q|}{\Delta t}$$

No S.I. a unidade para a intensidade de corrente elétrica é o coulomb por segundo (**C/s**), que recebe a denominação especial ampère (**A**), em homenagem ao físico e matemático francês André-Marie Ampère (1775-1836).

Especialmente na Eletrônica, em que se utilizam correntes elétricas de intensidade muito inferior a 1 A, é comum a utilização de submúltiplos do ampère. Os mais usados são:

miliampère $1 \text{ mA} = 10^{-3} \text{ A}$
microampère $1 \mu\text{A} = 10^{-6} \text{ A}$

Para os casos nos quais a intensidade de corrente elétrica varia com o tempo, utilizamos um diagrama horário para representar o seu comportamento (figura 3).

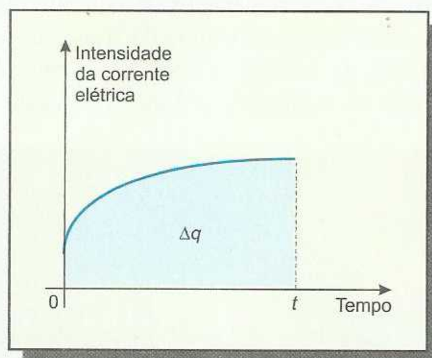


Figura 3 Variação da intensidade de corrente elétrica com o tempo.

A quantidade de carga que atravessa a secção transversal é numericamente igual à área compreendida entre a curva e o eixo das abscissas, mostrada na figura 3:

$$|\Delta q| \overset{N}{=} \text{Área}$$

4. EFEITOS DA CORRENTE ELÉTRICA

A seguir, vejamos alguns efeitos associados à circulação da corrente elétrica.

- **Efeito magnético** – Toda corrente elétrica gera no espaço ao seu redor um campo magnético. Esse efeito será estudado no Cap. 32.
- **Efeito Joule** – Nos condutores se processa a transformação da energia elétrica em energia térmica. Esse é o princípio de funcionamento do chuveiro e do ferro elétrico.
- **Efeito fisiológico** – Nossos impulsos nervosos são transmitidos por estímulos elétricos. Dessa forma, a corrente elétrica, por ínfima que seja (microampères),

provoca contrações musculares; dependendo da intensidade, pode causar até uma parada cardíaca. Entretanto, embora pareçamos tão vulneráveis, a tensão necessária para produzir a situação descrita deve ser de centenas de volts, pois o corpo humano é péssimo condutor quando comparado aos metais, por exemplo.

- **Efeito químico** – Corresponde aos fenômenos elétricos nas estruturas moleculares, objeto de estudo da Eletroquímica. A exploração desse efeito é utilizada nas pilhas, na eletrólise, bem como na cromação e niquelação de objetos.
- **Efeito luminoso** – Também é um fenômeno elétrico em nível molecular. A excitação eletrônica pode dar margem à emissão de radiação visível, tal como observamos nas lâmpadas fluorescentes.

5. POTÊNCIA ELÉTRICA

Para qualquer máquina, e, em particular, para os aparelhos elétricos, definimos potência ($\mathcal{P}$) pela relação entre a quantidade de energia transformada ou transferida (ΔE) e o intervalo de tempo (Δt) correspondente:

$$\mathcal{P} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

A energia transformada ou transferida corresponde ao trabalho da força elétrica, quando deslocamos uma certa quantidade de carga Δq entre dois pontos, cuja diferença de potencial seja U. Assim, podemos escrever:

$$\begin{cases} |\tau| = |\Delta q| U \\ |\tau| = \Delta E \end{cases} \rightarrow \mathcal{P} = \frac{|\Delta q| U}{\Delta t} \rightarrow \mathcal{P} = iU$$

Observação

- Na dedução acima, não foi feita restrição alguma com relação ao tipo de aparelho. Portanto, a expressão é válida, sem restrições, para todos os aparelhos elétricos em geral.

O quilowatt-hora

A potência elétrica de um chuveiro situa-se, comumente, em torno de 4.000 W. Supondo que um chuveiro funcione durante meia hora, o consumo de energia elétrica é de:

$$\Delta E = \mathcal{P} \cdot \Delta t$$

$$\Delta E = 4.000 \cdot 0,5 \cdot 3.600 \rightarrow \Delta E = 7,2 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Para as medidas do consumo de energia elétrica de residências, o joule é uma unidade muito pequena. Nesses casos, optou-se pelo quilowatt (**kW**), em vez de watt (**W**) e pela unidade hora (**h**), em vez do segundo (**s**). Com essas mudanças, passou-se a utilizar uma unidade técnica chamada quilowatt-hora (**kWh**), cuja relação com a unidade joule é:

$$1 \text{ kWh} = 10^3 \text{ W} \cdot 3.600 = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Exercício resolvido

Qual é o custo mensal de um banho diário de meia hora num chuveiro cujos dados nominais são 220 V – 4.000 W, sabendo-se que o custo do kWh é R$ 0,17?

Resolução

O tempo total de uso do chuveiro é:

$$\Delta t = 30 \cdot 0,5 = 15 \text{ h}$$

Como a potência do chuveiro é 4.000 W ou 4 kW, então o consumo de energia é dado por:

$$\Delta E = \mathcal{P} \cdot \Delta t$$

$$\Delta E = 4 \cdot 15 \rightarrow \Delta E = 60 \text{ kWh}$$

Sendo R$ 0,17 o custo de cada kWh, temos:

$$\text{Custo} = 60 \cdot 0,17$$

$$\boxed{\text{Custo} = \text{R\$ } 10,20}$$



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 (UnB-DF) Dependendo da estrutura eletrônica dos átomos e das moléculas que constituem os diferentes materiais, a condutividade varia. Depois da década de 1960, foram sintetizados polímeros orgânicos com propriedades condutoras. O desenvolvimento desses materiais tem enorme aplicação tecnológica, uma vez que poderão substituir os metais nos sistemas de transmissão de energia e eletricidade.
Baseado nesse texto, julgue os itens a seguir:

I. Só os metais conduzem calor e eletricidade.
II. A condutividade é uma grandeza que permite classificar se um material é um bom condutor de eletricidade ou não.
III. Todos os metais serão substituídos por polímeros orgânicos na condução de eletricidade.
IV. A condução de eletricidade depende da estrutura eletrônica dos átomos e das moléculas.

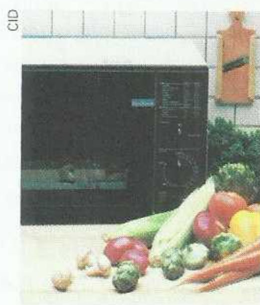
2 Em relação à corrente elétrica, assinale certo ou errado.

I. Os metais são bons condutores elétricos porque têm, no seu interior, um grande número de elétrons livres, que podem se deslocar de um ponto a outro.
II. Quando submetidos à ação de um campo elétrico, os elétrons de um condutor migram para os pontos de maior potencial, configurando, dessa forma, uma corrente elétrica.
III. Toda corrente elétrica é constituída pelo movimento de elétrons.
IV. O filamento de uma lâmpada incandescente é um condutor metálico que, devido à passagem de corrente elétrica, atinge uma alta temperatura e emite radiação visível.

3 A intensidade de corrente elétrica em uma lâmpada comum de 60 watts é 0,50 A. Considere que essa lâmpada permaneça acesa durante meia hora (0,5 h). Nessas condições, determine:

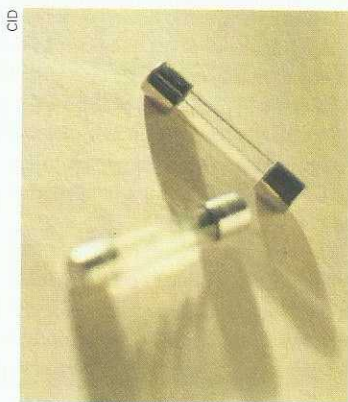
a) o módulo da quantidade de carga que atravessa o filamento da lâmpada nesse tempo;
b) o número de elétrons correspondente ao item (a), sabendo que a carga do elétron vale $1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

4 Um forno de microondas funciona ligado à rede elétrica de 220 V. Em potência máxima, a intensidade de corrente elétrica necessária é 12 A.


CID

a) Qual é a potência máxima do forno?
b) Se o forno funcionar, em potência máxima, durante 2 min, determine o consumo de energia elétrica, em joules e em kWh.
c) Coloca-se um copo com 200 mℓ de água a 20 °C no forno, em potência máxima, durante 10 s. Qual é a temperatura atingida pela água, considerando 1 cal = 4 J e $c_{água}$ = 1 cal/g · °C?

5 Fusível é um dispositivo de proteção de aparelhos elétricos, constituído por um material que funde, devido ao efeito Joule, interrompendo a passagem de corrente elétrica quando esta ultrapassa um determinado valor. Por exemplo, um fusível de 30 A funciona normalmente desde que a corrente elétrica não ultrapasse o valor de 30 A. Se isso acontecer, o fusível queima, interrompendo a passagem de corrente elétrica.


CID

Nessas condições, responda às questões.
a) De quantos ampères deve ser o fusível de proteção de um aparelho de 120 V — 600 W?
b) Uma rede de energia elétrica de 120 V possui um fusível de 20 A. Quantas lâmpadas de 60 W podem ser ligadas, simultaneamente, nessa rede sem queimar o fusível?

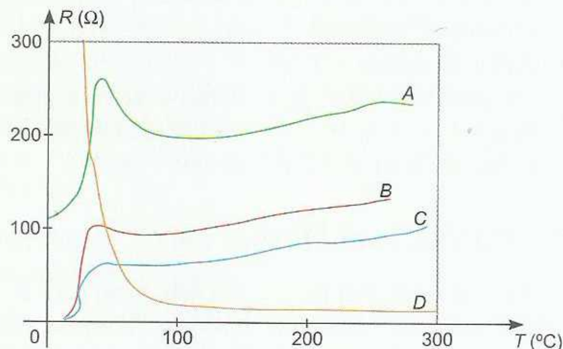
Exercícios complementares: do 6 ao 17.



EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

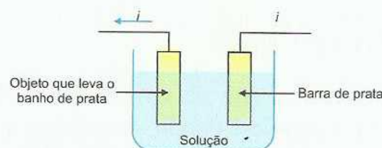
6 (Fafi/BH-MG) Quando um campo elétrico é estabelecido num condutor, as cargas livres entram em movimento sob a ação desse campo, originando uma corrente elétrica. Nos metais, a corrente elétrica é constituída pelo movimento de:
a) íons
b) átomos
c) prótons
d) nêutrons
e) elétrons

7 (PUC-RJ) O gráfico representa a resistência em função da temperatura *T* de quatro materiais diferentes, denominados *A*, *B*, *C* e *D*. Considere as seguintes afirmações:
I. Os materiais *B* e *C* apresentam comportamento metálico, tornando-se supercondutores a baixas temperaturas.
II. O material *D* é isolante a baixas temperaturas.
III. Na temperatura ambiente, o material *A* é o pior condutor.
As afirmações corretas são:
a) I, II e III
b) I e II
c) II e III
d) I e III
e) nenhuma



8 (UFGO) O transporte ativo de Na^+ e K^+ pela membrana celular é realizado por uma proteína complexa, existente na membrana, denominada sódio-potássio-adenosina-trifosfatase ou, simplesmente, bomba de sódio.
Cada bomba de sódio dos neurônios do cérebro humano pode transportar, por segundo, até 200 N^+ para fora da célula e 130 K^+ para dentro da célula. Dado: carga elementar do elétron = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.
a) Sabendo-se que um pequeno neurônio possui cerca de um milhão de bombas de sódio, calcule a carga líquida que atravessa a membrana desse neurônio por segundo.
b) Calcule também a corrente elétrica média através da membrana de um neurônio.

9 (Unicamp-SP) A figura mostra como se pode dar um banho de prata em objetos, como, por exemplo, talheres. O dispositivo consiste de uma barra de prata e do objeto que se quer banhar imersos em uma solução condutora de eletricidade. Considere que uma corrente de 6,0 A passa pelo circuito e que cada coulomb de carga transporta aproximadamente 1,1 mg de prata.



a) Calcule a carga que passa nos eletrodos em uma hora.
b) Determine quantos gramas de prata são depositados sobre o objeto da figura em um banho de 20 min.

10 (UnB-DF) O efeito Joule é a transformação da energia elétrica em energia térmica nos condutores, isto é, em energia cinética das moléculas.
Com base nesse texto, julgue os itens abaixo:
I. Toda a energia elétrica consumida num aquecedor é transformada em energia térmica.
II. Nas lâmpadas incandescentes, a energia elétrica é transformada em energia térmica e em energia luminosa.
III. O aquecimento pode ser imperceptível, como nos fios de uma instalação elétrica bem feita, mas ele sempre acontece.

11 (Enem) Em relação ao funcionamento de um chuveiro elétrico, pode-se afirmar que:

a) a energia usada para aquecer o chuveiro é de origem química, transformando-se em energia elétrica.
b) a energia elétrica é transformada no chuveiro em energia mecânica e, posteriormente, em energia térmica.
c) o aquecimento da água deve-se à resistência do chuveiro, onde a energia elétrica é transformada em energia térmica.
d) a energia térmica consumida em um banho é posteriormente transformada em energia elétrica.
e) como a geração da energia perturba o ambiente, sua fonte é algum derivado do petróleo.

12 (Univali-SC) Durante a campanha de economia de energia elétrica, as centrais elétricas de Furnas têm promovido exposições, e um de seus cartazes expostos tem as seguintes informações: "para gerar a energia elétrica necessária para um banho de 15 min são necessários 8.800 ℓ de água" e "para manter uma lâmpada de 60 W acesa por uma hora são necessários 480 ℓ de água".
Com base nas informações divulgadas, pode-se concluir que a potência elétrica dissipada pelo referido chuveiro é, em watts:

a) 8.800
b) 4.400
c) 3.300
d) 2.200
e) 1.100

13 (Fuvest-SP) As lâmpadas fluorescentes iluminam muito mais do que as lâmpadas incandescentes de mesma potência. Nas lâmpadas fluorescentes compactas, a eficiência luminosa, medida em lumens por watt (lm/W), é da ordem de 60 lm/W e, nas lâmpadas incandescentes, da ordem de 15 lm/W. Em uma residência, 10 lâmpadas incandescentes de 100 W são substituídas por fluorescentes compactas que fornecem iluminação equivalente (mesma quantidade de lumens). Admitindo que as lâmpadas ficam acesas, em média, 6 horas por dia e que o preço da energia elétrica é R$ 0,20 por kWh, a economia mensal na conta de energia elétrica dessa residência será de, aproximadamente:

a) R$ 12,00
b) R$ 20,00
c) R$ 27,00
d) R$ 36,00
e) R$ 144,00

14 (PUC-SP) Um setor de um estabelecimento comercial está protegido por um fusível que suporta uma intensidade máxima de corrente elétrica de 15 A. Pretende-se que funcione ao mesmo tempo, sob condições normais, os seguintes elementos: 11 lâmpadas de 220 V — 100 W cada e um condicionador de ar de 220 V — 4.400 W.
Sabendo-se que a tensão no ambiente é 220 V, é correto afirmar que:

a) com essa tensão não se consegue que funcionem simultaneamente todos os elementos, qualquer que seja o valor da intensidade de corrente que o fusível suporte.
b) se todos os elementos forem ligados ao mesmo tempo, o fusível não queimará.
c) a corrente relativa às lâmpadas não é suficiente para queimar o fusível.
d) a corrente que atravessa o condicionador de ar não é suficiente para queimar o fusível.
e) para todos os elementos funcionarem simultaneamente, o fusível deverá ser trocado por outro que suporte, no mínimo, 25 A.

Enunciado para as questões 15, 16 e 17.

(Enem) A seguir estão as contas de luz e de água de uma mesma residência. Além do valor a pagar, cada conta mostra como calculá-lo, em função do consumo de água (em m^3) e de eletricidade (em kWh). Observe que, na conta de luz, o valor a pagar é igual ao consumo multiplicado por um certo fator. Já na conta de água existe uma tarifa mínima e diferentes taxas de tarifação.

Companhia de eletricidade	
Fornecimento	**Valor – R$**
401 kWh × 0,13276	53,23

Companhia de saneamento Tarifa de água/m^3			
Faixas de consumo	**Tarifa**	**Consumo**	**Valor – R$**
até 10	5,50	tarifa mínima	5,50
11 a 20	0,85	7	5,95
21 a 30	2,13		
31 a 50	2,13		
acima de 50	2,36		
		Total	**11,45**

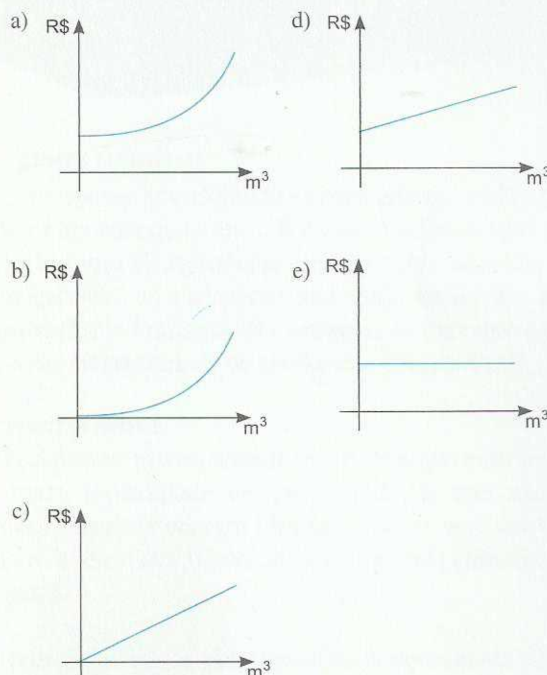
15 Suponha que no próximo mês dobre o consumo de energia elétrica dessa residência. O novo valor da conta será:

a) R$ 55,23
b) R$ 106,46
c) R$ 802,00
d) R$ 100,00
e) R$ 22,90

16 Suponha agora que dobre o consumo de água. O novo valor da conta será:

a) R$ 22,90
b) R$ 106,46
c) R$ 43,82
d) R$ 17,40
e) R$ 22,52

17 Dos gráficos, o que melhor representa o valor da conta de água, de acordo com o consumo, é:





ATIVIDADE ESPECIAL: Conta de energia elétrica

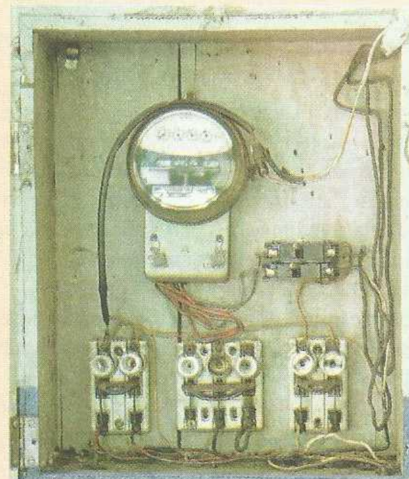
Pedro mora com mais três amigos em uma "república". Na tabela abaixo estão listados os aparelhos elétricos existentes na casa e as horas de uso, em média, de cada aparelho. Para calcular o gasto mensal de energia elétrica, em kWh, você deve adotar o seguinte procedimento:

- Considere o mês com 30 dias.
- Para cada aparelho, aplique a equação:

$$\text{energia (kWh)} = n \cdot \mathcal{P} \cdot \Delta t$$

Aí n = quantidade de aparelhos, $\mathcal{P}$ = potência do aparelho e Δt = tempo de funcionamento do aparelho em um mês: número de horas $\times$ 30.

1. Complete a tabela, calculando o total gasto no mês, em kWh, em cada item.
2. Qual é o aparelho que mais consome energia elétrica na "república"?
3. Com exceção do chuveiro, todos os demais aparelhos funcionam em 120 V. Se todos funcionam simultaneamente, exceto o chuveiro, qual é o total da intensidade de corrente elétrica necessária?
4. Qual é a intensidade de corrente elétrica que atravessa o chuveiro, quando em funcionamento?
5. Considerando que o preço do kWh seja R$ 0,17, qual é o gasto mensal de energia elétrica da "república"?
6. De quantos ampères deve ser um fusível para proteger todos os aparelhos que funcionam em 120 V? E para proteger o chuveiro?


LEVY MENDES JR.

Quantidade	Aparelho	Especificação ddp/Potência	Horas de uso por dia	Total gasto no mês em kWh
1	televisão 20"	120 V — 60 W	5	
1	televisão 14"	120 V — 50 W	5	
1	geladeira	120 V — 300 W	12	
2	rádiorrelógio	120 V — 4 W	24	
1	chuveiro	220 V — 4.400 W	1	
1	*grill*	120 V — 640 W	0,5	
5	lâmpada incandescente	120 V — 60 W	6	
3	lâmpada fluorescente	120 V — 20 W	6	

Capítulo 29

RESISTORES



... um teatro ciclópico transitado por nuvens
que resvalam pela cena e desaparecem nos bastidores,
numa representação interminável,
para tempo sem espectadores.

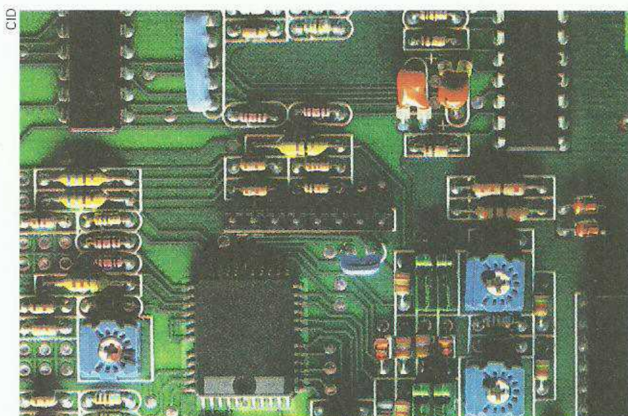
Cecília Meireles

Nas condições ambientes, qualquer condutor oferece uma determinada resistência à passagem da corrente elétrica. Numa visão simplificada, podemos imaginar que os portadores de carga vão colidindo com as partículas que constituem o condutor e uma parte da energia elétrica é transformada em energia térmica. Essa propriedade apresentada pelos condutores é chamada **resistência** do condutor e o fenômeno, **efeito Joule**.

Observamos, então, que a conversão de energia elétrica em energia térmica é um processo bastante comum. Os condutores que operam apenas com essa transformação de energia são denominados **resistores**.

Muitas vezes, o efeito Joule não é um fenômeno desejável, como, por exemplo, nas linhas de transmissão de energia elétrica. Nesses casos, o que se procura é reduzir a sua influência. Mas, em outros casos, a energia térmica é exatamente o que queremos obter do aparelho. É o que acontece nos ferros de passar roupa e nos chuveiros elétricos.

Os resistores são também importantes nos circuitos eletrônicos, nos quais são usados para controlar as intensidades de corrente elétrica.



CID

1. CLASSIFICAÇÃO DOS DISPOSITIVOS ELÉTRICOS

Os dispositivos elétricos podem ser classificados, quanto à transformação de energia, em **geradores** e **receptores**.

Os geradores são aqueles que transformam qualquer modalidade de energia em energia elétrica. Por exemplo: a pilha, a bateria, a usina hidrelétrica etc.



LUIS ANTÔNIO

Os receptores – consumidores de energia elétrica – transformam energia elétrica em outra modalidade qualquer. Por exemplo: a lâmpada, o liquidificador, o ferro elétrico, o rádio etc. De acordo com a finalidade, os receptores podem ser agrupados em duas categorias:



CID

- **Receptores resistivos**
  Esses receptores transformam energia elétrica exclusivamente em energia térmica. É o caso do chuveiro elétrico, do forno de resistência elétrica e das lâmpadas incandescentes, as quais têm como efeito secundário a incandescência luminosa. Na categoria dos receptores resistivos enquadram-se os condutores em geral.

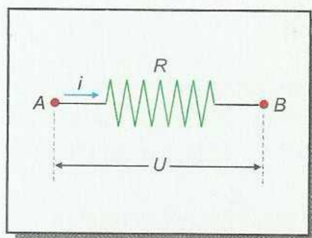
- **Receptores ativos**
  Os receptores ativos transformam energia elétrica em outra modalidade de energia, desde que não exclusivamente a energia térmica. São os aparelhos de som, a televisão, o telefone e os motores elétricos em geral.

Os receptores ativos são chamados simplesmente de **receptores**, e os receptores resistivos, de **resistores**.

2. RESISTÊNCIA DE UM CONDUTOR

Quando se mantém, ao longo do tempo, uma diferença de potencial (U) entre dois pontos de um condutor, estabelece-se uma corrente elétrica (i) entre esses dois pontos. Nessas condições, define-se **resistência elétrica** (R) pela relação:

$$R = \frac{U}{i}$$



No S.I., a unidade de diferença de potencial é o volt, a de intensidade de corrente elétrica é o ampère e a de resistência elétrica é o ohm (Ω).

Observações

- A resistência de um condutor, em geral, depende dos pontos em que estabelecemos a tensão (ddp). Por exemplo, no corpo humano, a resistência entre os dois polegares é diferente da resistência elétrica entre a ponta dos pés e a cabeça.
- A resistência elétrica de um condutor, genericamente, varia com a tensão aplicada.
- O sentido da corrente elétrica em um condutor é sempre do maior para o menor potencial, pois a passagem dos portadores de carga por ele é acompanhada de um "consumo" de energia potencial elétrica, exceção feita a um condutor ideal quando entre seus extremos não há diferença de potencial.

3. PRIMEIRA LEI DE OHM

Georg Simon Ohm (1787-1854) observou que em alguns condutores (particularmente nos metais) a relação entre a tensão aplicada nos terminais e a corrente que neles se estabelecia permanecia constante. Em outras palavras, a resistência elétrica era constante, independentemente da tensão aplicada. A esses condutores foi dada a denominação **condutores ôhmicos** ou **resistores ôhmicos**:

$$\frac{U_1}{i_1} = \frac{U_2}{i_2} = \ldots = \frac{U_n}{i_n} = R = \text{constante}$$

Como a resistência é constante, a relação entre a tensão e a intensidade da corrente ($U = Ri$) é uma função do primeiro grau, cuja representação gráfica é uma reta que passa pela origem (figura 1).

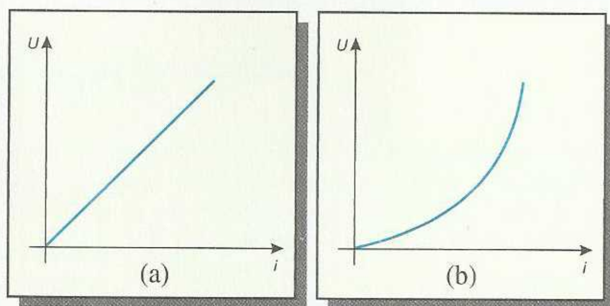


Figura 1 *(a)* Gráfico de um condutor ôhmico e *(b)* gráfico de um condutor não-ôhmico.

Observações

- Não devemos confundir a primeira lei de Ohm com a definição de resistência. A definição de resistência se aplica aos condutores em geral: ela não garante a constância da resistência.
- A primeira lei de Ohm só é válida, obviamente, para os condutores ôhmicos.
- Mesmo um condutor ôhmico, quando submetido a grandes variações de temperatura, pode apresentar significativas flutuações em sua resistência elétrica.

4. SEGUNDA LEI DE OHM

A segunda lei de Ohm nos permite calcular a resistência de um condutor em função da substância que o constitui e de suas características geométricas.

Dado um condutor homogêneo, de comprimento ℓ e área de secção transversal A, a resistência elétrica R entre seus extremos é calculada por:

$$R = \rho \frac{\ell}{A}$$

Nessa expressão, ρ representa uma característica de cada material, chamada **resistividade elétrica**. Na maioria dos materiais, a resistividade aumenta com a temperatura, sendo dada por:

$$\rho = \rho_0[1 + \alpha \cdot (T - T_0)]$$

Nessa expressão, α é o coeficiente térmico de variação da resistividade, ρ_0 e a resistividade na temperatura T_0 e ρ é a resistividade na temperatura T.

Existe também uma outra grandeza característica de cada material, denominada **condutividade elétrica** (σ), que corresponde ao inverso da resistividade elétrica:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

Exercício resolvido

(Unitau-SP) O axônio (prolongamento) de uma célula nervosa tem a forma aproximada de um cilindro. Sendo sua resistividade igual a 2,0 Ωm, determine a resistência elétrica de um axônio com 1,0 cm de comprimento e raio de 2,0 μm.

Resolução

Inicialmente, determinamos a área da secção transversal do cilindro:

$$A = \pi r^2$$

$$A = 3{,}14\ (2{,}0 \cdot 10^{-6})^2 \rightarrow A = 1{,}3 \cdot 10^{-11}\ \text{m}^2$$

E a resistência elétrica é dada por:

$$R = \rho \frac{\ell}{A}$$

$$R = 2{,}0 \frac{1{,}0 \cdot 10^{-2}}{1{,}3 \cdot 10^{-11}} \rightarrow \boxed{R = 1{,}5 \cdot 10^{9}\ \Omega}$$

5. POTÊNCIA ELÉTRICA EM UM CONDUTOR

Quando aplicamos uma ddp U aos extremos de um condutor de resistência elétrica R, ele é percorrido por uma corrente elétrica dada por $i = \frac{U}{R}$. Por outro lado, a potência elétrica dissipada por esse condutor é dada por $\mathcal{P} = iU$. Combinando essas duas expressões, obtemos:

$$\mathcal{P} = Ri^2 \quad \text{ou} \quad \mathcal{P} = \frac{U^2}{R}$$

Observações

- Essas duas novas expressões para o cálculo da potência elétrica aplicam-se apenas aos condutores.
- A expressão $\mathcal{P} = iU$ aplica-se aos aparelhos em geral, sem restrições.

Exercício resolvido

O chuveiro elétrico de uma residência apresenta os seguintes valores nominais: 220 V — 4.400 W.

a) Em condições normais de funcionamento, qual é a resistência elétrica do chuveiro?

b) Considerando o chuveiro um condutor ôhmico, qual é a sua potência quando ligado em 110 V?

Resolução

a) A resistência elétrica do chuveiro é dada por:

$$\mathcal{P} = \frac{U^2}{R} \rightarrow R = \frac{U^2}{\mathcal{P}}$$

$$R = \frac{220^2}{4.400} \rightarrow \boxed{R = 11\ \Omega}$$

b) A potência correspondente à nova ddp, supondo R constante, vale:

$$\mathcal{P} = \frac{U^2}{R}$$

$$\mathcal{P} = \frac{110^2}{11} \rightarrow \boxed{\mathcal{P} = 1.100\ \text{W}}$$

Num condutor ôhmico, quando a ddp é reduzida à metade, a potência é reduzida a um quarto do valor original.

6. FIO IDEAL

A função dos fios é conduzir energia elétrica com o deslocamento dos portadores de carga. Considerando-os fios ideais, eles conduzem a energia elétrica sem que haja dissipação de energia no transporte dos portadores de cargas (figura 2).

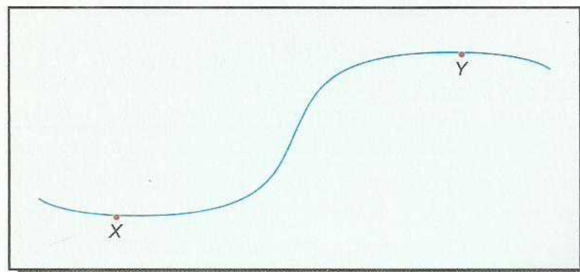


Figura 2 Para um fio considerado ideal, mesmo que haja um fluxo de uma corrente elétrica entre os pontos X e Y, não há diferença de potencial entre eles. A situação é análoga à de um feixe de elétrons deslocando-se no vácuo, longe de quaisquer outros corpos.

O trabalho da força elétrica para deslocar uma certa quantidade de carga (Δq) entre os pontos X e Y é dado por $\mathcal{T} = \Delta q \cdot (V_X - V_Y)$. Como no fio ideal o trabalho da força elétrica é nulo, $V_X = V_Y$, ou seja, os dois pontos (X e Y) apresentam o mesmo potencial elétrico.

Na prática, como os fios condutores têm resistência elétrica muito menor que os elementos que eles interligam, podemos desprezar as suas resistências.

7. CURTO-CIRCUITO

Dados dois pontos quaisquer de um circuito, dizemos que eles estão em curto-circuito se interligados por um fio ideal. A razão do termo "curto" se prende ao fato de que geometricamente os pontos podem estar muito afastados, mas eletricamente é como se fossem o mesmo ponto, pois possuem o mesmo potencial. Portanto todos os pontos interligados por um fio ideal têm o mesmo potencial (figura 3).

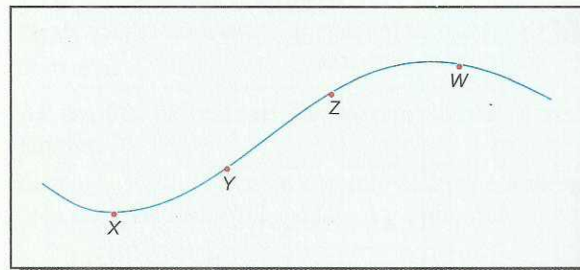


Figura 3 Os pontos X, Y, Z e W possuem o mesmo potencial.

$$V_X = V_Y = V_Z = V_W \rightarrow \begin{cases} U_{X,Y} = 0 \\ U_{Y,Z} = 0 \\ U_{Z,W} = 0 \end{cases}$$

Vamos analisar a definição de resistência, $R = \frac{U}{i}$, nos casos para os quais $U = 0$.

- Se $U = 0$ e $R \neq 0$, então, obrigatoriamente, $i = 0$. Essa situação corresponde, por exemplo, a uma lâmpada desligada. Não há diferença de potencial entre os seus terminais.
- Se $U = 0$ e $R = 0$, então a intensidade da corrente elétrica i pode assumir qualquer valor.

8. LEI DOS NÓS

Damos o nome de **nó** ao ponto de junção de três ou mais fios (figura 4).

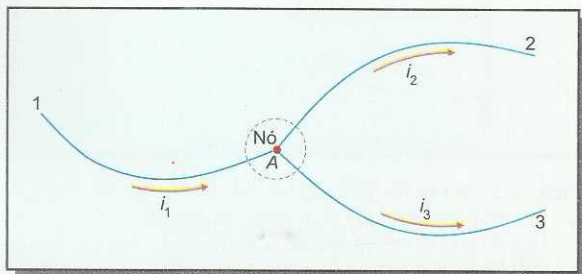


Figura 4 O ponto A representa um nó, ponto de junção dos fios 1, 2 e 3. O círculo pontilhado delimita uma superfície imaginária que contém o nó.

Pelo princípio da conservação da carga elétrica, o fluxo de cargas elétricas que adentram a superfície (delimitada pelo círculo pontilhado) deve ser igual ao fluxo das cargas elétricas que saem da superfície. Essa é uma importante imposição física, que equivale a dizer que um *nó* não é uma fonte nem tampouco um sumidouro de cargas elétricas. Assim, devemos ter:

$$i_1 = i_2 + i_3$$

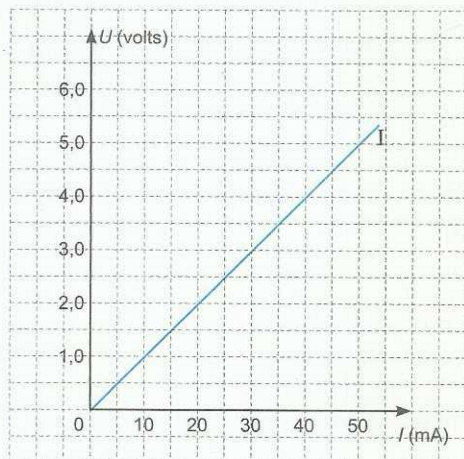
Genericamente, podemos enunciar:

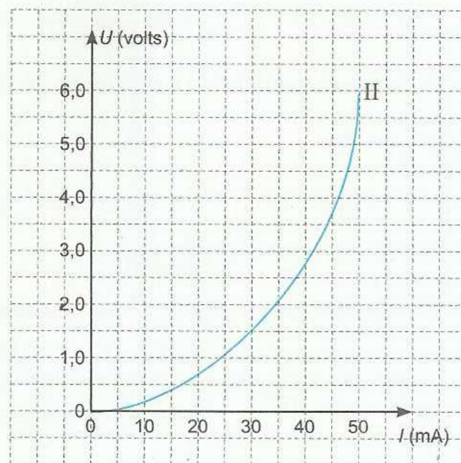
O somatório das correntes elétricas que têm sentido de aproximação do nó deve ser igual ao somatório das correntes que têm sentido de afastamento desse mesmo nó.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 Os gráficos representam as curvas características de dois componentes eletrônicos.



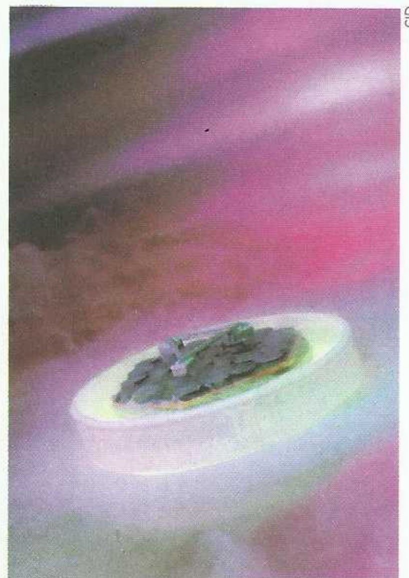


a) Qual deles é um condutor ôhmico? Justifique.
b) Determine a resistência elétrica de cada componente para uma ddp de 1,5 V.
c) Considerando uma corrente elétrica de intensidade 45 mA, qual deles apresenta uma maior resistência elétrica?

2 (UnB-DF) Sabe-se que a resistência elétrica de um fio cilíndrico é diretamente proporcional ao seu comprimento e inversamente proporcional à área de sua secção reta. O que acontece com a resistência do fio:
a) quando duplicamos o seu comprimento?
b) quanto triplicamos o seu raio?
c) quando efetuamos os itens (a) e (b) simultaneamente?

3 (UnB-DF) A supercondutividade foi descoberta em 1911 pelo físico holandês H. K. Onnes (1853-1926), um dos pioneiros no desenvolvimento de técnicas para o resfriamento de materiais, até temperaturas próximas ao chamado zero absoluto. Pesquisando a resistividade elétrica do mercúrio, Onnes percebeu que esse material perdia de forma completa e abrupta a sua resistência ao ser resfriado abaixo de 4 K.

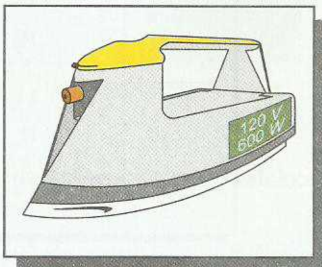
Julgue os itens seguintes:
I. Num condutor ideal, a resistência é nula.
II. Num resistor, a energia elétrica não é totalmente dissipada.
III. A resistividade elétrica de um material varia com a temperatura.



CID

Supercondutores. Abaixo de uma certa temperatura, alguns materiais têm resistividade nula. (Paul Tipler, *Física*, 3. ed., Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora, v. 3.)

4 É norma os aparelhos elétricos apresentarem, impressas, a tensão de funcionamento e a potência consumida. Esses valores, sob os quais o aparelho foi projetado para funcionar normalmente, são conhecidos como as condições nominais do aparelho. Assim, um ferro elétrico de 120 V — 600 W foi projetado para funcionar normalmente numa rede elétrica de 120 V e, nessa condição, consumir uma potência de 600 W.



A esse respeito, assinale verdadeiro ou falso em cada afirmativa.

I. Em condições normais de funcionamento, a resistência elétrica desse ferro é 24 Ω.

II. Em uma hora de funcionamento, esse ferro consome uma energia de 600 J.

III. Se esse ferro for ligado numa rede elétrica de 220 V, consumirá uma potência de 1.100 W.

5 (Unicamp-SP) Um técnico em eletricidade notou que a lâmpada que ele havia retirado do almoxarifado tinha seus valores nominais (valores impressos no bulbo) um tanto apagados. Pôde ver que a tensão nominal era 130 V, mas não pôde ler o valor da potência. Ele obteve, então, por medições feitas em sua oficina, o seguinte gráfico:



a) Determine a potência nominal da lâmpada a partir desse gráfico.

b) Calcule a corrente na lâmpada para os valores nominais de potência e tensão.

c) Calcule a resistência da lâmpada quando ligada na tensão nominal.

Exercícios complementares: do 9 ao 15.

9. ASSOCIAÇÃO EM SÉRIE

Dois ou mais dispositivos elétricos, em particular os resistores, estão associados **em série** quando entre esses dispositivos não existem nós (figura 5).

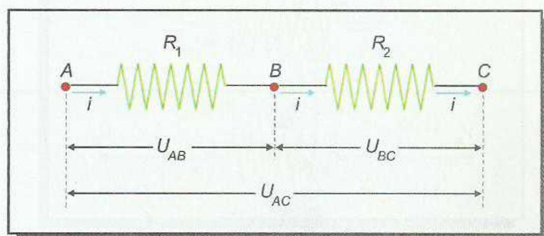


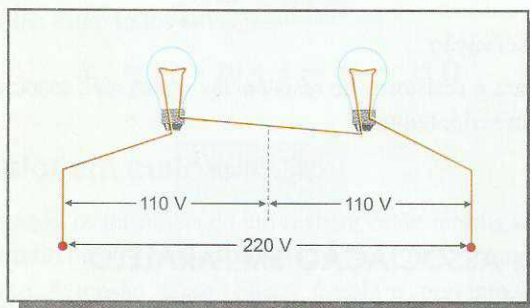
Figura 5 Associação em série de dois resistores.

Observação

- Dispositivos elétricos associados em série são percorridos pela mesma corrente elétrica.

Propriedades da associação de resistores em série

- **A tensão entre os terminais da associação é a soma das tensões em cada resistor**: $U_{AC} = U_{AB} + U_{BC}$.
  Essa propriedade é um dos destaques da associação em série. Cada resistor está submetido a uma parcela da tensão total, e a tensão total é a soma das tensões. Por isso, a associação em série é usada para dividir a tensão entre dois ou mais resistores. Caso os resistores sejam idênticos, são também idênticas as tensões a que estão submetidos.
  Como exemplo, podemos considerar duas lâmpadas idênticas, fabricadas para funcionar sob tensão de 110 V, num local em que somente se dispõe de uma fonte de 220 V. Ligando-se essas duas lâmpadas em série, a tensão em cada uma será exatamente 110 V, e elas funcionarão em condições normais. A desvantagem é que, se uma das lâmpadas se queima, o circuito fica aberto e a outra lâmpada deixa também de funcionar.



- **À maior resistência corresponde a maior potência dissipada.**
  Como a intensidade da corrente elétrica (i) é a mesma em todos os resistores de uma associação em série, as potências dissipadas em cada um deles são diretamente proporcionais às suas resistências, pois $\mathcal{P} = Ri^2$.
- **As tensões individuais são proporcionais às resistências.**
  Sendo $U = Ri$, e como a corrente elétrica é a mesma para todos os resistores, podemos escrever:

$$\frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2}$$

Resistor equivalente

Vamos imaginar que os resistores R_1 e R_2, associados em série na figura 5, sejam substituídos por um único resistor, denominado **resistor equivalente** ($R_{eq.}$), conforme a figura 6.

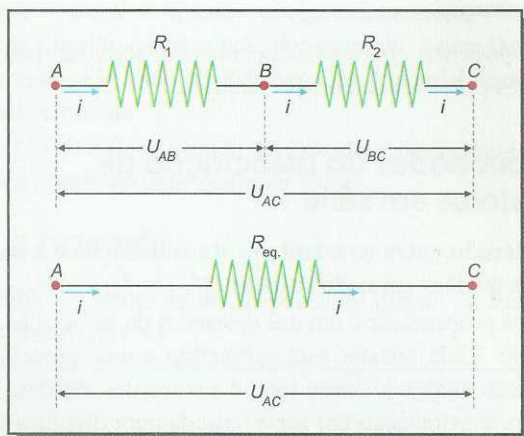


Figura 6 $R_{eq.}$ representa o resistor equivalente aos resistores R_1 e R_2 associados em série.

O resistor equivalente ligado aos pontos A e C, e submetido à diferença de potencial U_{AC}, é percorrido pela corrente i, tal que:

$$U_{AC} = R_{eq.} i$$

Como $U_{AC} = U_{AB} + U_{BC}$, temos:

$$R_{eq.} i = R_1 i + R_2 i \rightarrow R_{eq.} = R_1 + R_2$$

Genericamente, para vários resistores associados em série, temos:

$$R_{eq.} = \Sigma R$$

Observação

- Para n resistores de resistências iguais a R, associados em série, temos:

$$R_{eq.} = nR$$

10. ASSOCIAÇÃO EM PARALELO

Dizemos que dois ou mais aparelhos, em particular os resistores, estão associados **em paralelo** se estiverem submetidos à mesma tensão.

Vamos admitir uma bateria que forneça uma tensão constante para um conjunto de resistores. Como exemplo, podemos considerar a bateria de um automóvel à qual estejam ligadas três lâmpadas diferentes, cujas resistências são R_1, R_2 e R_3 (figura 7).

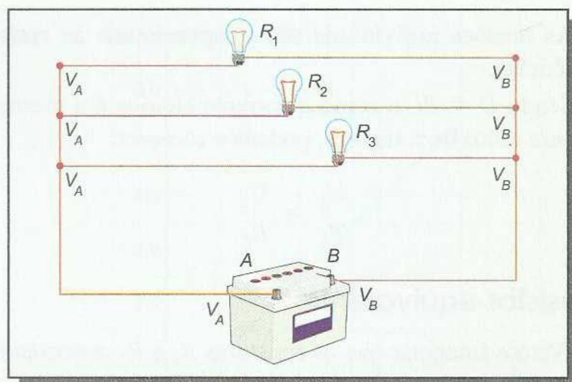


Figura 7 As três lâmpadas, associadas em paralelo, funcionam de maneira independente. O fato de apagarmos qualquer uma das lâmpadas não interfere no funcionamento das demais.

Podemos representar, esquematicamente, a associação das três lâmpadas acima utilizando três resistores (figura 8).

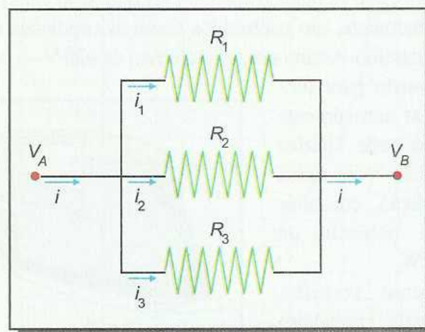


Figura 8 Associação de três resistores em paralelo.

Propriedades da associação de resistores em paralelo

- **A ddp U_{AB} é a mesma em todos os resistores.**

$$U_1 = U_2 = U_3 = U_{AB}$$

- **A corrente total é a soma das correntes em cada resistor.**

Pela lei dos nós:

$$i = i_1 + i_2 + i_3$$

- **À menor resistência corresponde a maior potência dissipada.**

Como a tensão (U) é a mesma para todos os resistores e $\mathcal{P} = \frac{U^2}{R}$, então a potência é inversamente proporcional à resistência elétrica.

- **A intensidade da corrente elétrica em cada resistor é inversamente proporcional à sua resistência.**

$$U_1 = U_2 = U_3$$

$$R_1 i_1 = R_2 i_2 = R_3 i_3 \rightarrow \frac{i_1}{i_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad \text{e} \quad \frac{i_2}{i_3} = \frac{R_3}{R_2}$$

Resistor equivalente

Para a associação em paralelo, podemos também substituir todos os resistores associados por um único: o **resistor equivalente** (figura 9).

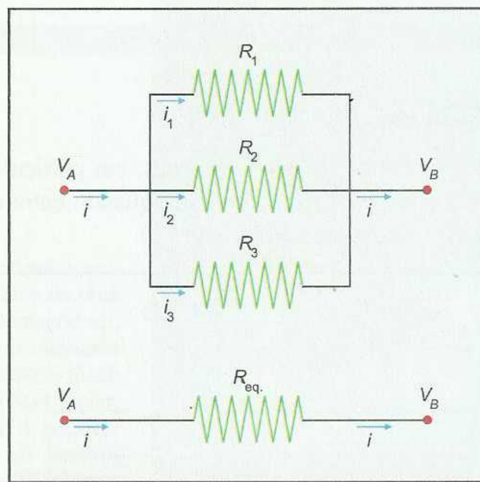


Figura 9 O resistor equivalente $R_{eq.}$ representa os três resistores associados em paralelo.

$$\begin{cases} i = i_1 + i_2 + i_3 \\ i = \dfrac{U}{R} \end{cases} \rightarrow \frac{U_{AB}}{R_{eq.}} = \frac{U_{AB}}{R_1} + \frac{U_{AB}}{R_2} + \frac{U_{AB}}{R_3}$$

$$\frac{1}{R_{eq.}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Observações

- Somente para dois resistores associados em paralelo:

$$\frac{1}{R_{eq.}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \rightarrow R_{eq.} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

- Para n resistores de resistências iguais a R, temos:

$$R_{eq.} = \frac{R}{n}$$

11. ASSOCIAÇÃO MISTA DE RESISTORES

A figura 10 ilustra vários resistores associados. Eles não estão todos associados em série nem todos exclusivamente associados em paralelo. Em casos como esse, a resolução é feita por partes, até a redução da associação a um único resistor que seja equivalente à associação.

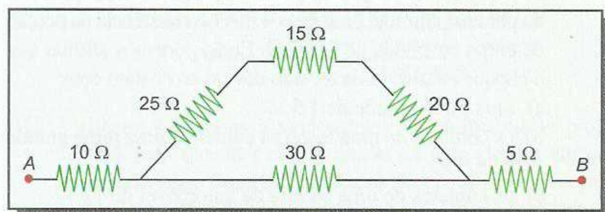


Figura 10 Uma associação mista de resistores.

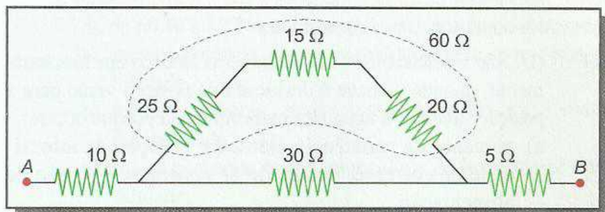
Etapas da resolução

- **Em cada trecho, substituímos os resistores que estejam associados em série por um resistor equivalente.**

Na figura anterior, iniciamos com a associação em série dos resistores de 25 Ω, 15 Ω e 20 Ω:

$$R_s = 25 + 15 + 20$$

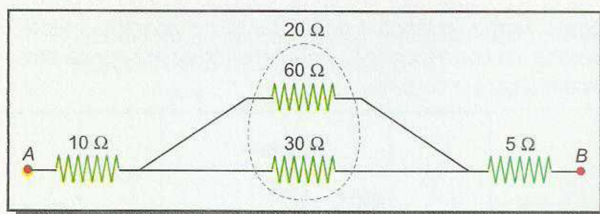
$$R_s = 60\ \Omega$$



- **Em cada trecho, substituímos os resistores associados em paralelo por um resistor equivalente.**

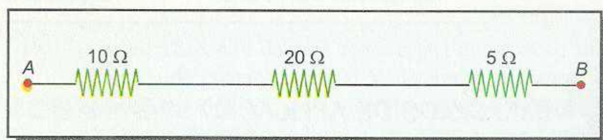
No exemplo:

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{60} + \frac{1}{30} = \frac{1+2}{60} = \frac{1}{20} \rightarrow R_p = 20\ \Omega$$



- **Retornamos ao passo inicial, até que tenhamos reduzido todo o conjunto a um único resistor equivalente a todo circuito.**

No exemplo:



Como estão todos em série:

$$R_{eq.} = 10 + 20 + 5 \rightarrow R_{eq.} = 35\ \Omega$$

Resistor em curto-circuito

Quando os terminais de um resistor estão interligados por um fio ideal, dizemos que esse resistor está em curto-circuito. A tensão nesse resistor é nula e, portanto, ele pode ser descartado por ocasião do cálculo do resistor equivalente (figura 11).

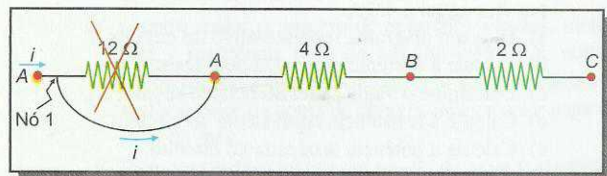


Figura 11 O resistor de 12 r está em curto-circuito e pode ser desconsiderado do trecho AC.

A corrente no curto-circuito tem a mesma intensidade que a corrente total. Isso ocorre por uma imposição física que é a lei dos nós, uma vez que é nula a corrente no resistor de 12 Ω.

Observação

- É costume dizer-se que a corrente elétrica total flui pelo curto-circuito por ele ser um caminho mais fácil. Na realidade, essa justificativa não é válida. Como vimos, o fato ocorre por uma imposição física (lei dos nós).

Aterramento

Por um defeito qualquer, a carcaça de um aparelho elétrico pode estar energizada eletricamente. Se uma pessoa descalça toca esse aparelho, a própria pessoa será o elemento de conexão com o solo e levará um choque.

Para evitar esse problema, conectamos a carcaça do aparelho ao solo com um fio de cobre chamado fio-terra. Dessa forma, quando alguém tocar no aparelho, essa pessoa vai corresponder a uma resistência associada em paralelo com o fio-terra.

A resistência do corpo humano é milhares de vezes maior que a de um fio de cobre. Quando dois resistores estão associados em paralelo, na menor resistência temos maior intensidade de corrente. Assim, se uma das resistências for muito menor que a outra, a intensidade da corrente na maior resistência vai ser praticamente nula, evitando o risco de um choque.



Equipamento com fio-terra. | Equipamento sem fio-terra. | Conexão de três pólos. O pólo situado mais acima é o terra.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

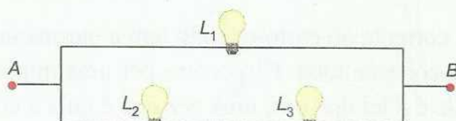
6 Um eletricista possuiu duas lâmpadas iguais de 110 V — 100 W cada e duas "tomadas" elétricas, uma de 110 V e a outra de 220 V. Analise as afirmações a seguir:

I. Se o eletricista ligar as lâmpadas em série na rede de 220 V, elas funcionarão normalmente.
II. Se o eletricista usar a rede de 110 V com as lâmpadas ligadas em paralelo, a potência total consumida será 200 W.
III. As lâmpadas queimarão se forem ligadas em paralelo na rede de 220 V.
IV. Se o eletricista usar a rede de 110 V com as lâmpadas ligadas em série, a potência total consumida será 100 W.

7 (Udesc) Três resistores, R_1, R_2 e R_3, estão associados em paralelo. As resistências R_1 e R_2 são conhecidas e respectivamente iguais a 50 Ω e 40 Ω, sendo R_3 desconhecida. Sabe-se que a corrente que passa por R_1 é igual a 2,0 A e por R_3 é igual a 4,0 A.

a) Faça um diagrama representativo do circuito.
b) Calcule a corrente que passa pelo resistor R_2.
c) Determine o valor da resistência do resistor R_3.
d) Calcule a resistência equivalente do circuito.
e) Calcule a potência dissipada no circuito.

8 Três lâmpadas incandescentes, L_1 (120 V — 60 W), L_2 (120 V — 120 W) e L_3 (120 V — 240 W), estão associadas conforme figura. Aplica-se uma tensão de 120 V nos extremos A e B.



Assinale certo ou errado.

I. A lâmpada L_3 apresenta a maior resistência elétrica.
II. Somente a lâmpada L_1 está funcionando de acordo com suas especificações.
III. A resistência equivalente do circuito é, aproximadamente, 103 Ω.
IV. As intensidades de corrente elétrica nas lâmpadas L_1, L_2 e L_3 são, 0,50 A, 0,67 A e 0,67 A, respectivamente.

Exercícios complementares: do 16 ao 19.



EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

9 (UEPA) Os choques elétricos produzidos no corpo humano podem provocar efeitos que vão desde uma simples dor ou contração muscular até paralisia respiratória ou fibrilação ventricular. Tais efeitos dependem de fatores como a intensidade de corrente elétrica, duração, resistência da porção do corpo envolvida. Suponha, por exemplo, um choque produzido por uma corrente de apenas 4 mA e a resistência da porção do corpo envolvida de 3.000 Ω. Então podemos afirmar que o choque elétrico pode ter sido devido ao contato com:

a) uma pilha grande de 1,5 V.
b) os contatos de uma lanterna contendo uma pilha grande de 6,0 V.
c) os contatos de uma bateria de automóvel de 12 V.
d) uma descarga elétrica produzida por um raio num dia de chuva.
e) os contatos de uma tomada de rede elétrica de 120 V.

10 (Faap-SP) A tabela nos fornece as resistências (R), os comprimentos (ℓ) e as áreas (S) de 5 condutores de materiais distintos:

	R (Ω)	ℓ (m)	S (10^{-8} m^2)
Condutor 1	6,0	12	3,2
Condutor 2	3,0	15	14
Condutor 3	2,0	14	12
Condutor 4	4,0	10	24
Condutor 5	5,0	15	23

O condutor que apresenta maior resistividade é o:

a) condutor 2.
b) condutor 3.
c) condutor 1.
d) condutor 4.
e) condutor 5.

11 (U. São Francisco-SP) Num chuveiro elétrico em funcionamento, quando a chave é deslocada da posição verão para a posição inverno, a água fica mais aquecida porque ocorre:

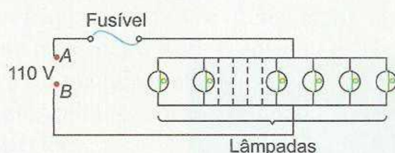
a) aumento da resistência elétrica e redução da intensidade de corrente, mantendo-se constante a tensão de alimentação.

b) redução da resistência elétrica e aumento da intensidade de corrente, mantendo-se constante a tensão de alimentação.
c) redução da tensão e da resistência elétrica, mantendo-se constante a intensidade da corrente.
d) aumento da resistência elétrica e da tensão de alimentação, mantendo-se constante a intensidade da corrente.
e) aumento da resistência elétrica, da intensidade de corrente e da tensão de alimentação.

12 (Unirio) Uma jovem mudou-se da cidade do Rio de Janeiro para a capital de Pernambuco. Ela levou consigo um chuveiro elétrico, cuja potência nominal é 4.400 W, que funcionava perfeitamente quando ligado a uma rede de 110 V. Em Recife, a tensão da rede elétrica local é 220 V. Para que o chuveiro continue a dissipar, por efeito Joule, a mesma potência, sua resistência elétrica deve ser:
a) diminuída em 50%.
b) mantida inalterada.
c) duplicada.
d) quadruplicada.
e) reduzida a $\frac{1}{4}$ do valor inicial.

13 (UFMG) Duas lâmpadas foram fabricadas para funcionar sob uma diferença de potencial de 127 V. Uma delas tem potência de 40 W, resistência R_1, e corrente i_1. Para a outra lâmpada, esses valores são, respectivamente, 100 W, R_2 e i_2. Assim sendo, é correto afirmar que:
a) $R_1 < R_2$ e $i_1 > i_2$
b) $R_1 > R_2$ e $i_1 > i_2$
c) $R_1 < R_2$ e $i_1 < i_2$
d) $R_1 > R_2$ e $i_1 < i_2$

14 (UFSC) Numa rede elétrica, submetida a uma tensão de 110 V, foi instalado um fusível de 30 A. Quantas lâmpadas de 100 W poderão ser ligadas simultaneamente nessa rede, sem risco de queimar o fusível?

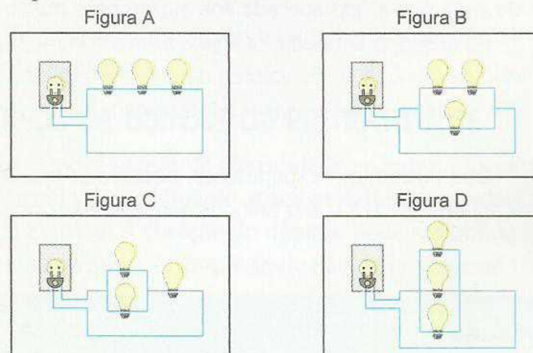


15 (Enem) Lâmpadas incandescentes são normalmente projetadas para trabalhar com a tensão da rede elétrica em que serão ligadas. Em 1997, contudo, lâmpadas projetadas para funcionar com 127 V foram retiradas do mercado e, em seu lugar, colocaram-se lâmpadas concebidas para uma tensão de 120 V. Segundo dados recentes, essa substituição representou uma mudança significativa no consumo de energia elétrica para cerca de 80 milhões de brasileiros que residem nas regiões em que a tensão é 127 V. A tabela abaixo apresenta algumas características de duas lâmpadas de 60 W, projetadas respectivamente para 127 V (antiga) e 120 V (nova), quando ambas se encontram ligadas numa rede de 127 V.

Lâmpada (projeto original)	Tensão da rede elétrica	Potência medida (W)	Luminosidade medida (ℓm)	Vida útil média (h)
60 W – 127 V	127 V	60	750	1.000
60 W – 120 V	127 V	65	920	452

Acender uma lâmpada de 60 W e 120 V em um local onde a tensão na tomada é 127 V, comparativamente a uma lâmpada de 60 W e 127 V, no mesmo local, tem como resultado:
a) mesma potência, maior intensidade de luz e maior durabilidade.
b) mesma potência, maior intensidade de luz e menor durabilidade.
c) maior potência, maior intensidade de luz e maior durabilidade.
d) maior potência, maior intensidade de luz e menor durabilidade.
e) menor potência, menor intensidade de luz e menor durabilidade.

16 (Unama-AM) Um eletricista dispõe de três lâmpadas idênticas (resistência elétrica R) e uma fonte de tensão constante (V). Com as três lâmpadas é possível fazer quatro associações diferentes, representadas nas figuras A, B, C e D. Que associação o eletricista deve fazer para obter o máximo de iluminação (maior potência)? Justifique sua resposta com os cálculos necessários.



17 (Unirio) Dispondo de uma fonte capaz de produzir uma diferença de potencial de 600 V, determine o número de aquecedores elétricos, cada um com resistência elétrica de 25 Ω, que deverão ser ligados em série a essa fonte de forma que cada um libere 100 W por efeito Joule.

18 (UFMS) Quando vários aparelhos elétricos estão em funcionamento, é possível desligar um deles e os demais continuarem em operação normal. Suponha que toda a rede elétrica seja ligada a um disjuntor que limita a corrente de entrada para evitar um superaquecimento dos fios elétricos da rede. Assinale as afirmativas corretas.
I. Para a ligação dos aparelhos na rede elétrica é feita uma associação de resistências elétricas em paralelo.
II. A ligação dos aparelhos na rede elétrica não é feita em série, pois, se assim fosse, a interrupção da corrente elétrica em um deles acarretaria o desligamento de todos os outros.
III. Todos os aparelhos estão submetidos à mesma tensão de entrada da rede (120 V ou 220 V).
IV. Quanto maior o número de aparelhos ligados, menor será a resistência total do circuito elétrico e, conseqüentemente, maior será a corrente total na entrada e maior o valor da conta de energia elétrica a ser paga no final do mês.
V. Para uma rede elétrica com tensão de entrada de 120 V e um disjuntor de 30 A, o mínimo valor que se pode ter da resistência elétrica da rede é 40 Ω.

19 (UFMG) A figura mostra um cabo telefônico. Formado por dois fios, esse cabo tem comprimento de 5,00 km. Constatou-se que, em algum ponto ao longo do comprimento desse cabo, os fios fizeram contato elétrico entre si, ocasionando um curto-circuito. Para descobrir o ponto que causa o curto-circuito, um técnico mede as resistências entre as extremidades P e Q, encontrando 20,0 Ω, e entre as extremidades R e S, encontrando 80,0 Ω. Com base nesses dados, é correto afirmar que a distância das extremidades PQ até o ponto que causa o curto-circuito é:
a) 1,25 km b) 4,00 km c) 1,00 km d) 3,75 km





ATIVIDADE ESPECIAL: Resistência de uma lâmpada

A resistência de um condutor elétrico pode ser definida pela razão entre a diferença de potencial (ddp) aplicada aos extremos do condutor e a correspondente intensidade de corrente elétrica que o percorre, ou seja:

$$R = \frac{U}{i}$$

Nessa expressão, sendo U em volts (V) e i em ampères (A), a resistência elétrica será em ohms (Ω).

Nesta atividade, apresentamos o estudo experimental da resistência elétrica de uma lâmpada comum de 12 V quando variamos a ddp aplicada aos extremos e medimos a intensidade de corrente elétrica correspondente.

Para isso, a lâmpada foi ligada a uma fonte estabilizada de energia elétrica, na qual a ddp pode ser variada no intervalo de 0 — 15 V. Os valores da ddp aplicada podem ser lidos diretamente no visor da fonte. Por meio de um comutador, pode-se obter no visor a intensidade de corrente elétrica correspondente à ddp aplicada.

Obs.: Durante o experimento, observa-se que a radiação emitida pelo filamento da lâmpada somente se torna visível a partir de 1,3 V e o brilho (intensidade luminosa) da lâmpada aumenta com o aumento da ddp aplicada.



Os resultados obtidos estão mostrados na tabela a seguir.

ddp aplicada: U (V)	Intensidade de corrente elétrica: i (A)	Resistência elétrica: R (Ω)
1,0	0,34	2,9
2,0	0,47	
3,0	0,58	
4,0	0,66	
5,0	0,73	
6,0	0,80	
7,0	0,87	
8,0	0,93	
9,0	0,99	
10	1,04	

1. Complete a tabela, calculando o valor da resistência elétrica da lâmpada ($R = \frac{U}{i}$) para cada par de valores.
2. A resistência elétrica da lâmpada é constante? Ela aumenta ou diminui com o aumento da ddp?
3. Como você responde à pergunta: qual é a resistência elétrica da lâmpada?
4. Construa o gráfico $U \times i$. Coloque os valores de U no eixo vertical e os valores de i no eixo horizontal.
5. O gráfico obtido é uma reta ou uma curva?
6. A partir do gráfico, determine a intensidade de corrente elétrica na lâmpada para uma ddp aplicada de 5,5 V. Nessas condições, qual é a resistência elétrica da lâmpada?
7. Considerando que, à medida que aumentamos a ddp aplicada, o brilho da lâmpada aumenta, e conseqüentemente aumenta a temperatura do filamento, qual é a explicação física para o aumento da resistência elétrica da lâmpada?

Capítulo 30

GERADORES E RECEPTORES ELÉTRICOS

...certo dia, um cheyenne decidiu laçar um dos Cavalos de Ferro e tirá-lo dos trilhos. Mas, pelo contrário, o Cavalo de Ferro é que o tirou do seu cavalo e o arrastou sem dó, antes que ele conseguisse soltar-se do laço.

Dee Brown

FOTOS: CID



Antes do advento da eletricidade, calculadoras, máquinas de escrever, moinhos e trens eram máquinas essencialmente mecânicas. Após o advento da eletricidade, passaram a ser máquinas elétricas e, com isso, ganharam em desempenho e eficiência. São os chamados **receptores elétricos**.



O funcionamento dos receptores elétricos está diretamente ligado à disponibilidade de energia elétrica. Como a energia não se perde nem se cria, apenas se transforma ou se transfere, fazem-se necessários aparelhos que possam converter outras formas de energia em energia elétrica. Esses aparelhos são chamados de **geradores elétricos**.

Os diferentes tipos de geradores são classificados de acordo com a fonte de energia utilizada para obter a energia elétrica: as pilhas comuns e as baterias de automóveis utilizam a energia armazenada quimicamente, os dínamos utilizam energia mecânica e as baterias solares, energia da radiação luminosa.

Na realidade, tanto os receptores quanto os geradores recebem essa denominação devido a um pequeno abuso de linguagem. Criteriosamente falando, eles são transformadores de energia.

1. TIPOS DE USINAS DE ELETRICIDADE

Nas grandes usinas de eletricidade, a energia mecânica fornecida a um dínamo rotativo é transformada em energia elétrica. A rotação do dínamo pode ser obtida de diferentes formas, conforme indica a tabela seguinte.

Tipo de usina	Acionamento do dínamo
hidrelétrica	Fluxo de água.
termelétrica	Máquina térmica alimentada por combustíveis comuns: carvão, petróleo etc.
nuclear	Máquina térmica, normalmente uma turbina a vapor, que se utiliza da fissão nuclear para obter o aquecimento da água.



Usina termelétrica.



Usina nuclear.



Usina hidrelétrica.

2. POTÊNCIA DE UMA QUEDA-D'ÁGUA

A energia proveniente das quedas-d'água é, há muito tempo, aproveitada pela Humanidade. Como exemplos tivemos o monjolo, as rodas-d'água e hoje temos as usinas hidrelétricas. Mas qual é a potência que podemos extrair de uma queda-d'água?

Para responder a essa pergunta, vamos primeiramente definir a vazão (ϕ), ou fluxo, de um curso de água. Por definição, a vazão é:

$$\phi = \frac{V}{\Delta t}$$

Nessa expressão, V é o volume de água que escoa no intervalo de tempo Δt.

Em situação de regime permanente, a quantidade de água que entra em um nível A deve ser a mesma que sai em um nível mais baixo, B (figura 1).

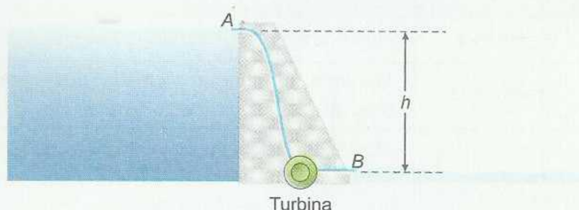


Figura 1 Uma certa massa de água penetra na tubulação de uma usina hidrelétrica, no nível A, e sai em um nível mais baixo, B.

Vamos considerar que essa massa de água tenha, ao sair pelo nível B, a mesma velocidade que tinha ao entrar pelo nível A, portanto a mesma energia cinética. Nessas condições, e desprezando os atritos na tubulação, a energia fornecida à turbina é igual à diferença de energia potencial gravitacional da massa de água nos pontos A e B:

$$E_{\text{turbina}} = mgh$$

De acordo com a definição de potência, escrevemos para a turbina:

$$\mathcal{P} = \frac{E_{\text{turbina}}}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t}$$

Lembrando que a massa específica é $\mu = \frac{m}{V}$, obtemos:

$$\mathcal{P} = \frac{\mu V g h}{\Delta t} \rightarrow \mathcal{P} = \mu \, \phi \, gh$$

Observações

- Para se ter uma grande potência hidráulica, é preciso um rio muito caudaloso, ou seja, de grande vazão (ϕ), e um grande desnível (h), ou seja, uma cachoeira.

Exercício resolvido

Considere que o desnível entre a entrada e a saída da água na Usina de Itaipu é de 130 m, em um rio cuja vazão chega a 10.000 m^3/s. Considere ainda a densidade da água $\mu = 10^3$ kg/m^3 e $g = 10$ m/s^2.

a) Qual é a máxima potência que podemos obter nessa usina?

b) Como um operador da usina pode controlar a potência gerada?

Resolução

a) A potência hidráulica é:

$$\mathcal{P} = \mu \phi g h$$

$$\mathcal{P} = 10^3 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 130$$

$$\boxed{\mathcal{P} = 13 \cdot 10^9 \text{ W} = 13 \text{ GW}}$$

b) A potência é controlada variando-se a vazão de água que passa pela turbina.

Usinas hidrelétricas e o preço ambiental da "energia limpa"

Há uma opinião mais ou menos generalizada que aponta a eletricidade proveniente de usinas hidrelétricas como uma "energia limpa". Do ponto de vista ambiental, porém, trata-se de uma meia verdade. Embora menos poluentes que as usinas termelétricas, vorazes consumidoras de diesel ou carvão — e importantes fontes de gás carbônico e óxidos de nitrogênio e de enxofre, poluentes que acentuam o efeito estufa e acarretam chuvas ácidas —, e sem os riscos de contaminação com materiais radioativos inerentes à atividade das usinas termonucleares, as usinas hidrelétricas estão longe de serem uma "panacéia ecológica".

Uma das ameaças atuais à Floresta Amazônica e a outros ecossistemas brasileiros é a construção dessas usinas. Nas últimas três décadas, a Amazônia tornou-se alvo das estratégias de desenvolvimento e integração territorial de diversos países da América do Sul. O Brasil definiu sua estratégia amazônica por meio da construção de rodovias de integração e da implantação de grandes projetos minerais e hidrelétricos. As rodovias Belém—Brasília, Cuiabá—Santarém e Brasília—Acre traçaram as vias de penetração de fluxos migratórios e empresas madeireiras. Na área de influência dessas desenhou-se o "arco de desflorestamento" que ameaça diretamente toda a porção meridional da floresta. Ao mesmo tempo, usinas hidrelétricas como Tucuruí e Balbina romperam a continuidade de extensos blocos florestais.

Na implantação de usinas hidrelétricas, imensas áreas de matas são inundadas, destruindo espécies vegetais e eliminando os refúgios naturais de numerosas espécies animais. Somente o reservatório da hidrelétrica de Tucuruí, no Rio Tocantins, Estado do Pará, cobre uma área de 760.000 km^2.

Além da redução da biodiversidade, a implantação dos reservatórios das usinas hidrelétricas tem outros agravantes ambientais. Quando uma área de floresta é encoberta por água, a vegetação submersa entra em decomposição, caracterizando um exemplo de sucessão ecológica, em que comunidades diferentes vão ocupando sucessivamente o mesmo espaço, modificando as condições ambientais e criando novas situações favoráveis a apenas determinados tipos de seres vivos. Além disso, a decomposição da matéria orgânica libera metano, um dos responsáveis pelo efeito estufa e pela rarefação da camada de ozônio.

José Arnaldo Favaretto, *Biologia — Volume Único*, 1999 e *Biologia — Uma abordagem evolutiva e ecológica*, 1997, São Paulo, Moderna.

3. GERADOR

Força eletromotriz (fem)

Uma pilha comum de lanterna é um exemplo de gerador. Os portadores de carga, ao atravessarem a pilha, têm um ganho de energia potencial elétrica, à custa da energia química que é transformada. Para cada unidade de carga que atravessa um gerador existe, em correspondência, uma quantidade de energia de outra modalidade que se transforma em energia elétrica. Essa quantidade – o ganho de energia potencial elétrica por unidade de carga, caso se tratasse de um gerador ideal – recebe o nome de **força eletromotriz** (ε):

$$\varepsilon = \frac{\Delta E}{\Delta q}$$

No S.I., a unidade de força eletromotriz (fem) é volt (V): 1 volt corresponde a 1 joule por coulomb.

Resistência interna

Para que os portadores de carga recebam energia potencial elétrica, é necessário que eles atravessem o gerador. O interior do gerador oferece à circulação dos portadores de carga uma determinada resistência.

Na prática, um gerador que possui uma resistência interna desprezível em relação à resistência equivalente do circuito elétrico que ele alimenta é considerado um gerador ideal (figura 2).

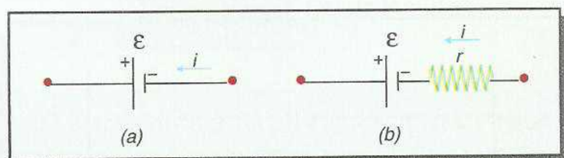


Figura 2 Esquema representativo de um gerador ideal (*a*) e de um gerador real (*b*).

4. POTÊNCIAS ELÉTRICAS

A figura 3 ilustra uma lâmpada elétrica ligada a uma bateria de 12 V.

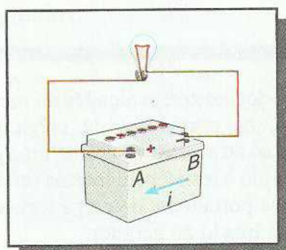


Figura 3 Numa bateria de 12 V, podemos supor, por exemplo, que o potencial do pólo *A* seja de 20 V e o do *B*, 8 V. A tensão entre os terminais da bateria é $U = V_A - V_B = 12$ V.

O pólo de maior potencial é comumente chamado de **pólo positivo** e o de menor potencial, **pólo negativo**. Na realidade, os termos "positivo" e "negativo" se referem ao maior e menor potencial.

No interior da bateria, o sentido da corrente elétrica é do menor para o maior potencial, pois se trata de um movimento forçado, em que os portadores de carga ganham energia potencial elétrica.

Vejamos, então, as energias por unidade de tempo (potências) associadas a um gerador.

Potência total

Essa potência se refere à energia de qualquer outra modalidade que é transformada em energia elétrica, por unidade de tempo.

$$\mathcal{P}_t = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

$$\mathcal{P}_t = \frac{\varepsilon \cdot \Delta q}{\Delta t} \rightarrow \quad \mathcal{P}_t = \varepsilon i$$

Potência dissipada

É a potência consumida pela resistência interna. Conforme vimos, a potência dissipada em uma resistência pode ser calculada por:

$$\mathcal{P}_d = ri^2$$

Potência útil

É a potência elétrica que o gerador fornece ao circuito ligado entre seus pólos.

Considerando que o circuito ligado aos terminais do gerador seja um aparelho qualquer submetido à tensão *U*, a potência útil é:

$$\mathcal{P}_u = Ui$$

De acordo com o princípio da conservação da energia, podemos relacionar essas três potências:

$$\mathcal{P}_t = \mathcal{P}_u + \mathcal{P}_d$$

5. EQUAÇÃO DO GERADOR

Em eletricidade, procuramos sempre estabelecer, para cada aparelho, uma relação entre a intensidade de corrente elétrica que o atravessa (*i*) e a tensão entre os seus terminais (*U*). De acordo com a relação entre as potências, temos:

$$\mathcal{P}_t = \mathcal{P}_u + \mathcal{P}_d$$
$$\varepsilon i = Ui + ri^2$$
$$\varepsilon = U + ri \quad \rightarrow \quad U = \varepsilon - ri$$

Analisando esta última expressão, chamada **equação característica do gerador**, observamos que dois fenômenos ocorrem simultaneamente em um gerador:

- A transformação de um outro tipo de energia em energia elétrica, traduzida por um ganho de potencial elétrico (ε).
- O consumo de energia elétrica devido à resistência interna, traduzido por uma redução no potencial elétrico (ri).

A função $U = \varepsilon - ri$, em que ε e r são constantes, é uma função do primeiro grau e seu gráfico é uma reta (figura 4):

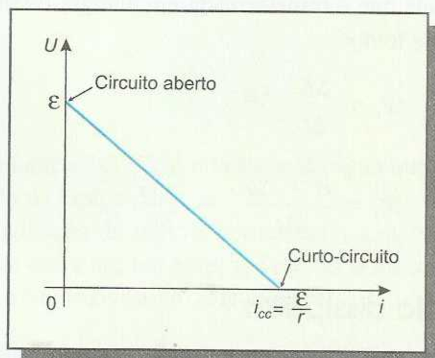


Figura 4 Curva característica de um gerador.

Na curva característica de um gerador, destacamos dois pontos:

- **Circuito aberto** ($i = 0$, $U = \varepsilon$) – Se $i = 0$ (não há circulação dos portadores de carga), não há consumo de energia na resistência interna. Nessa condição, a tensão entre os terminais do gerador é a própria força eletromotriz (fem). Medir a tensão entre os terminais de uma bateria, com o circuito aberto, é um procedimento usual para se estabelecer a força eletromotriz do gerador.
- **Curto-circuito** $\left(U = 0, i = i_{cc} = \frac{\varepsilon}{r}\right)$ – Para que os dois pólos do gerador tenham o mesmo potencial elétrico, basta ligarmos esses pontos com um fio ideal. O gerador ficará numa situação de curto-circuito. Nessa situação, a potência útil é nula e toda energia de outra modalidade que está se transformando em energia elétrica é dissipada internamente, no próprio gerador. Se o gerador for, por exemplo, uma pilha comum, observaremos que ela se descarregará rapidamente. Podemos dizer que, exceto em situações acidentais, o interesse relativo a essa situação é meramente teórico, pois na prática estaríamos danificando o gerador.

6. PERFIL DOS POTENCIAIS

Olhando para uma montanha-russa, é fácil visualizar os pontos onde o carrinho tem maior ou menor energia potencial, devido à ação da gravidade: basta avaliar a altura de cada posição.

Já nos circuitos elétricos essa visualização não é tão fácil. Para isso, utilizamos um esquema gráfico denominado **perfil dos potenciais** para representar os ganhos ou as perdas de energia potencial elétrica dos portadores de carga. Vejamos um exemplo.

No esquema (circuito elétrico) mostrado na figura 5, observamos que:

- dentro da pilha, o sentido da corrente elétrica é do menor para o maior potencial elétrico, ou seja, os portadores de carga têm um ganho de energia potencial elétrica.
- na lâmpada (circuito externo ao gerador), o sentido da corrente elétrica é do maior para o menor potencial, ou seja, os portadores de carga têm uma perda de energia potencial elétrica.

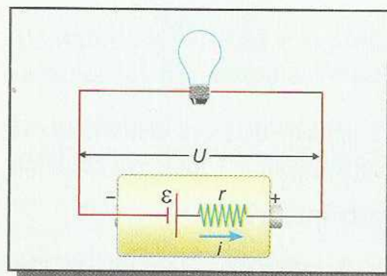


Figura 5 A pilha, a lâmpada e os fios interligados constituem um circuito elétrico.

Tomando como referência o pólo negativo do gerador, podemos traçar o perfil dos potenciais representando os ganhos e as perdas de energia dos portadores de carga ao longo de todo o circuito (figura 6).

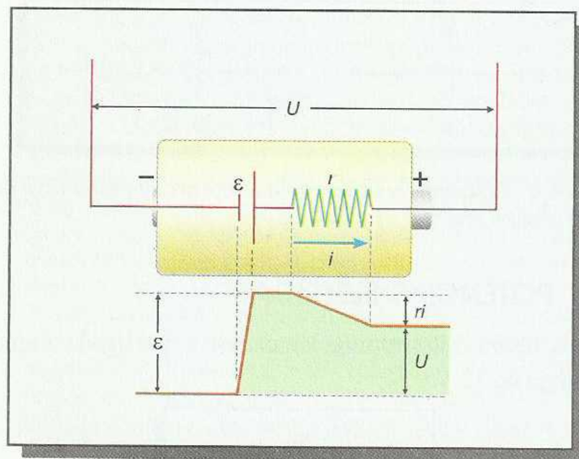


Figura 6 No gerador, ao serem alçados do menor para o maior potencial elétrico, os portadores de carga ganham energia potencial elétrica; ao atravessar a bateria, uma parte dessa energia é dissipada devido à resistência interna (efeito Joule). O restante da energia, os portadores de carga fornecem ao aparelho (lâmpada) que está ligado ao gerador.

7. LEI DE POUILLET

Consideremos um gerador alimentando um circuito exclusivamente resistivo. Podemos ter, nesse circuito, vários resistores associados, mas é sempre possível substituí-los por um único: o resistor equivalente.

Na figura 7, um gerador alimenta um único resistor R.

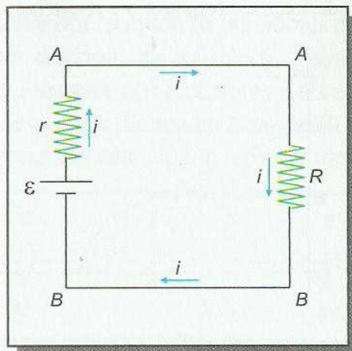


Figura 7 Circuito gerador-resistor.

Nesse circuito, há um único percurso fechado, chamado de **malha**, para a circulação dos portadores de carga.

Como a tensão nos terminais do gerador é a tensão fornecida ao resistor, escrevemos:

$$\begin{cases} U = \varepsilon - ri \\ U = Ri \end{cases} \rightarrow \varepsilon - ri = Ri$$

$$\varepsilon = (R + r)\,i \quad \text{ou} \quad \varepsilon = \sum R \cdot i$$

Caso tenhamos mais de um gerador, mas ainda obedecendo à condição de malha única, a expressão se torna:

$$\sum \varepsilon = \left(\sum R\right) i \quad \text{(lei de Pouillet)}$$

O somatório das forças eletromotrizes é igual à soma das tensões em todos os resistores internos e externos.

8. RENDIMENTO

O rendimento (η) de uma máquina qualquer é a relação entre a potência útil e a potência total consumida. Nos geradores, temos:

$$\eta = \frac{\mathcal{P}_u}{\mathcal{P}_t} = \frac{Ui}{\varepsilon i} \rightarrow$$

$$\eta = \frac{U}{\varepsilon}$$

Podemos também expressar o rendimento de um gerador considerando somente a resistência interna e a externa. Lembrando que $\varepsilon = \sum R \cdot i$ (lei de Pouillet) e que $U = Ri$, podemos escrever:

$$\eta = \frac{Ri}{(R + r)i} \rightarrow \quad \eta = \frac{R}{R + r}$$

9. ASSOCIAÇÃO DE GERADORES

Para o funcionamento de determinados aparelhos elétricos, é comum a utilização simultânea de várias pilhas. Esse é um exemplo de associação de geradores. Tal como ocorre no caso dos resistores, há dois tipos básicos de associação de geradores: em série e em paralelo.

Dois ou mais geradores estão associados em série quando entre eles não existem nós, ou seja, os geradores são percorridos pela mesma corrente elétrica (figura 8).

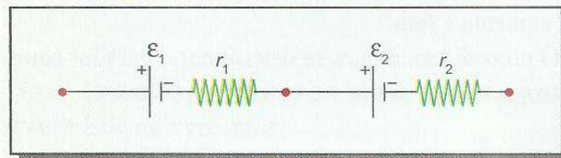


Figura 8 Dois geradores associados em série.

O gerador equivalente à associação apresenta as seguintes características:

- força eletromotriz − $\varepsilon_{eq.} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$
- resistência interna − $r_{eq.} = r_1 + r_2$

O gerador equivalente tem uma força eletromotriz igual à soma das forças eletromotrizes dos geradores associados em série e resistência interna igual à soma das resistências internas dos geradores associados. Esse resultado nos indica a utilidade da associação de geradores em série: obter maior tensão.

Dois ou mais geradores estão associados em paralelo quando se acham submetidos à mesma tensão. Consideraremos apenas o caso de associação em paralelo de geradores iguais (figura 9).

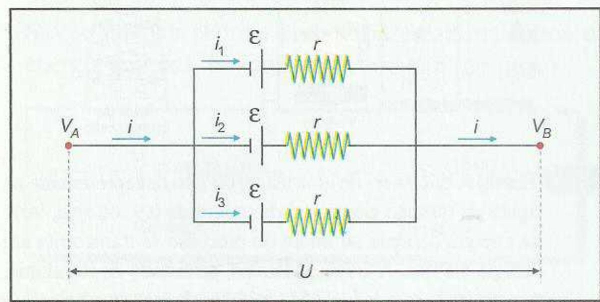


Figura 9 Associação em paralelo de três geradores iguais. Por serem iguais e submetidos à mesma tensão, os três são atravessados por correntes elétricas de mesma intensidade.

- $i_1 = i_2 = i_3 = \dfrac{i}{3}$
- $\varepsilon_{eq.} = \varepsilon$
- $r_{eq.} = \dfrac{r}{3}$

Observação

- Para n geradores iguais, associados em paralelo:

$$\varepsilon_{eq.} = \varepsilon \ \text{ e } \ r_{eq.} = \frac{r}{n}$$

A durabilidade de cada pilha depende da intensidade de corrente que a atravessa. Na associação de pilhas em paralelo, a corrente em cada pilha é uma fração da corrente total, aumentando, portanto, a durabilidade das pilhas. Além disso, a resistência interna da associação é menor que a resistência interna de cada uma das pilhas isoladamente.

A associação mista (em série e em paralelo) de geradores se presta a uma combinação de dois objetivos: ao mesmo tempo que proporciona uma durabilidade maior, ela aumenta a fem.

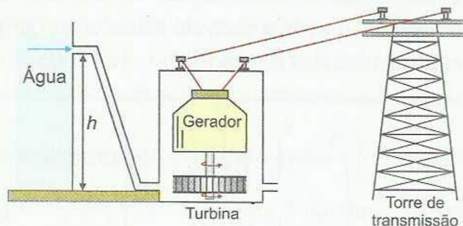
O procedimento para se determinar o gerador equivalente é o mesmo usado no caso dos resistores.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 (Enem) Na figura está esquematizado um tipo de usina utilizada na geração de eletricidade. Analisando o esquema, é possível identificar que se trata de uma usina:

a) hidrelétrica porque a água corrente baixa a temperatura da turbina.
b) hidrelétrica porque a usina faz uso da energia cinética da água.
c) termelétrica porque no movimento das turbinas ocorre aquecimento.
d) eólica porque a turbina é movida pelo movimento da água.
e) nuclear porque a energia é obtida do núcleo das moléculas de água.



2 (Enem) A eficiência de uma usina, do tipo da representada na figura da questão anterior, é da ordem de 0,9, ou seja, 90% da energia da água no início do processo se transforma em energia elétrica. A Usina Ji-Paraná, do Estado de Rondônia, tem potência instalada de 512 milhões de watts e a barragem tem altura de aproximadamente 120 m. A vazão do Rio Ji-Paraná, em litros de água por segundo, deve ser da ordem de:

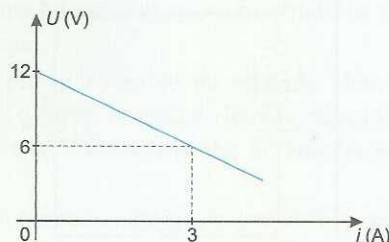
a) 50 b) 500 c) 5.000 d) 50.000 e) 500.000

3 (Puc-RS) Pilhas comerciais de 1,5 V são comercializadas em tamanhos pequeno, médio e grande. O tamanho tem relação com a potência do aparelho que a pilha deve alimentar. Considerando-se três pilhas e três lâmpadas de lanterna idênticas, cada pilha alimentando uma lâmpada, após um tempo considerável de desgaste a pilha grande estará originando maior ...., revelando possuir, internamente, ...do que as outras.

Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas.

a) tensão — menor resistência
b) tensão — maior resistência
c) corrente — maior tensão
d) energia — menor tensão
e) corrente — menor resistência

4 A figura representa a curva característica de um gerador elétrico de força eletromotriz ε e resistência interna r.



Considere as seguintes afirmações:

I. O gerador possui força eletromotriz de 12 V e resistência interna de 2Ω.
II. A corrente de curto-circuito é de 6 A.
III. Para uma intensidade de corrente elétrica de 3 A, o rendimento do gerador é de 50%.
IV. Quanto maior a intensidade de corrente elétrica fornecida pelo gerador, maior o seu rendimento.

Quais afirmações são corretas?

5 Dois alunos com quatro pilhas cada um, todas de 1,5 V − 1Ω, fizeram as seguintes associações: o primeiro associou em série dois conjuntos de duas pilhas em paralelo e o segundo associou em paralelo dois conjuntos de duas pilhas em série.

Nessas condições:

a) determine qual deles obteve um gerador equivalente com maior força eletromotriz.
b) Em qual deles a resistência interna equivalente é maior?

Exercícios complementares: do 10 ao 19.

10. RECEPTORES

Os receptores elétricos são aparelhos que transformam energia elétrica em outra forma de energia, desde que não seja exclusivamente energia térmica. São exemplos de receptores os aparelhos de som, a televisão, os motores elétricos e as baterias recarregáveis.

A identificação de um receptor elétrico é feita por meio de determinadas grandezas físicas associadas a ele. Vejamos cada uma delas.

Força contra-eletromotriz (ε')

Uma das características de um receptor é a quantidade de energia elétrica que ele transforma por unidade de carga que o atravessa. Essa característica é denominada **força contra-eletromotriz** (fcem). Algebricamente, escrevemos:

$$\varepsilon' = \frac{\Delta E}{\Delta q}$$

No S.I., a unidade da força contra-eletromotriz é o volt (1 V = 1 J/C). A fcem tem a mesma natureza de uma ddp.

Resistência interna (r')

Ao atravessar um receptor, os portadores de carga elétrica encontram determinada resistência. Essa resistência é uma grandeza inerente aos receptores reais e acarreta uma quantidade de energia dissipada. A ausência dessa energia dissipada ocorre somente em um receptor ideal (figura 10).

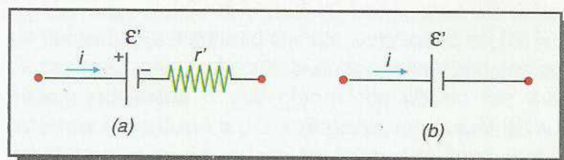


Figura 10 Representação esquemática de um receptor real (a) e de um receptor ideal (b).

11. POTÊNCIAS

A figura 11 representa um motor elétrico em plena operação. A tensão entre os terminais do receptor é U.

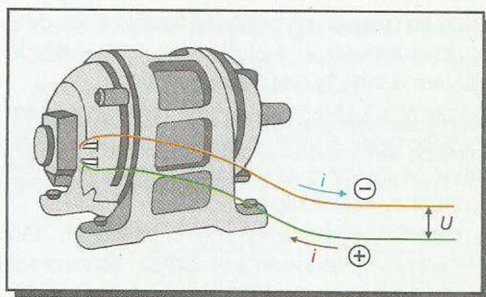


Figura 11 Receptor elétrico (motor) em funcionamento: o pólo de maior potencial é o pólo positivo e o de menor potencial, o pólo negativo.

O sentido da corrente elétrica (convencional), no interior do receptor, é do maior para o menor potencial, pois se trata de um movimento espontâneo em que os portadores de carga cedem energia potencial elétrica para a obtenção de energia mecânica.

A energia elétrica total fornecida ao receptor por unidade de tempo recebe o nome de **potência total**. Sendo U a tensão nos terminais e i a intensidade da corrente elétrica, temos:

$$\mathcal{P}_t = Ui$$

Uma parte da potência total é dissipada na resistência interna. Essa **potência dissipada** pode ser calculada por:

$$\mathcal{P}_d = r'i^2$$

A diferença entre a potência total e a potência dissipada é a potência referente à energia que esperamos obter do receptor, chamada de **potência útil**.

Sabendo que $\mathcal{P}_u = \dfrac{\Delta E}{\Delta t}$ e $\Delta E = \varepsilon' \cdot \Delta q$, obtemos:

$$\mathcal{P}_u = \frac{\varepsilon' \cdot \Delta q}{\Delta t} \rightarrow \quad \mathcal{P}_u = \varepsilon' i$$

12. EQUAÇÃO DO RECEPTOR

Tal como procedemos para o gerador, vamos estabelecer a relação entre a intensidade de corrente elétrica que atravessa o receptor e a tensão entre os seus terminais. Considerando o princípio da conservação da energia, escrevemos:

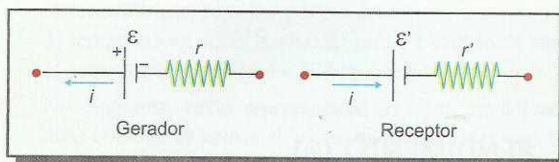
$$\mathcal{P}_t = \mathcal{P}_u + \mathcal{P}_d$$

$$Ui = \varepsilon' i + r'i^2 \rightarrow \quad U = \varepsilon' + r'i$$

Essa última expressão é conhecida como **equação característica do receptor.**

Observações

- Dois fenômenos ocorrem simultaneamente em um receptor: a transformação de energia elétrica em outra modalidade e o consumo de energia elétrica devido à resistência interna.
- É importante observar que o sentido da corrente elétrica é do maior para o menor potencial, ou seja, os portadores de carga "gastam" energia potencial elétrica ao atravessar o receptor.
- À primeira vista, pode parecer um contra-senso adotar para o receptor o mesmo símbolo adotado para o gerador. Mas devemos lembrar que, muitas vezes, os geradores são reversíveis, podendo funcionar como gerador ou receptor, dependendo das condições em que operam. Por exemplo, uma bateria de automóvel funciona normalmente como gerador, fornecendo energia elétrica. Mas, quando ligada a um recarregador de baterias, ela recebe energia elétrica para armazená-la na forma de energia química, funcionando como um receptor.



- Pode ocorrer de o eixo do receptor (motor elétrico) estar bloqueado. É uma situação indesejável, pois, nesse caso, toda tensão que é fornecida ao aparelho é consumida pela resistência interna, não havendo a fcem. Nessas condições, tanto a intensidade da corrente elétrica quanto a potência total consumida (potência dissipada) assumem valores muito maiores que as condições normais de operação do aparelho, havendo o sério risco de fusão dos isolantes que separam os fios do motor (o motor queima).

13. PERFIL DOS POTENCIAIS

A figura 12 ilustra o perfil dos potenciais elétricos, quando acompanhamos o sentido da corrente, em um receptor.

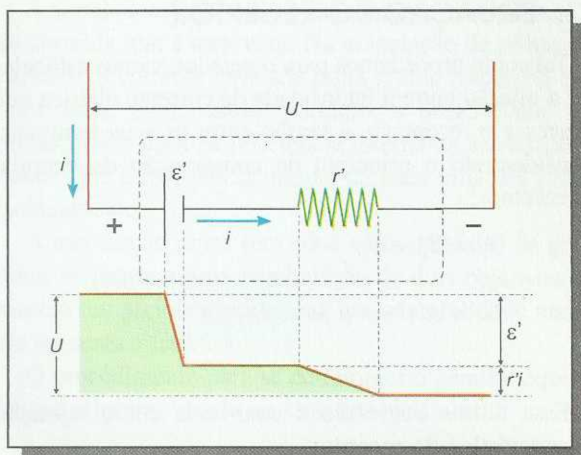
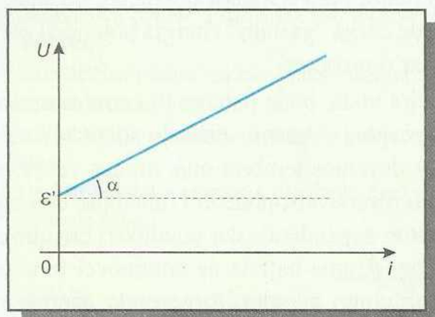


Figura 12 Perfil dos potenciais para um receptor.

14. CURVA CARACTERÍSTICA

A função $U = \varepsilon' + r'i$, em que ε' e r' são constantes características de cada aparelho, é uma função do primeiro grau na variável i, cujo gráfico é uma reta:



O coeficiente angular da reta nos fornece, numericamente, o valor da resistência interna do receptor:

$$\text{tg}\,\alpha \overset{N}{=} r'$$

15. RENDIMENTO (η)

O rendimento do receptor é a relação entre a potência útil e a potência total:

$$\eta = \frac{\mathcal{P}_u}{\mathcal{P}_t} = \frac{\varepsilon' i}{Ui} \rightarrow \quad \eta = \frac{\varepsilon'}{U}$$

Habitualmente, expressamos o rendimento em termos de porcentagem:

$$\eta = \frac{\varepsilon'}{U} \cdot 100\%$$

Observações

- Na prática, o rendimento é sempre menor que 1 (ou seja, menor do que 100%). O rendimento 100% corresponde a uma situação teórica de um receptor ideal.

Scooter (lambreta) elétrico

Economia de combustível e funcionamento silencioso já são qualidades intrínsecas a *scooters*; mas com o *Scoot'elec* — primeiro *scooter* elétrico a chegar ao mercado — a montadora francesa Peugeot foi além: ele não apenas dispensa idas a postos de serviço, como anda sem fazer qualquer barulho.

[...] No *Scoot'elec*, o único barulho é o da buzina, ou melhor, das buzinas: uma, destinada à utilização normal, para ser ouvida por motoristas, e outra, bem mais suave, para alertar pedestres. E o condutor precisa estar pronto para usá-la a todo instante, já que, como não faz barulho, o Scoot'elec tende a surpreender pedestres desavisados. Pelo mesmo motivo, os piscas direcionais funcionam em conjunto com avisos sonoros.

[...] No guidão, um botão permite seleção entre modo econômico e normal: no primeiro caso, a velocidade fica limitada a 30 km/h, mas a autonomia chega a 65 km. Na outra opção, a velocidade máxima passa a 45 km/h e a autonomia cai para 45 km. Também no painel, um ponteiro faz as vezes de marcador de combustível e alerta para a quantidade de energia armazenada nas baterias.

Apesar dos 115 kg (só as três baterias pesam 39 kg), o *Scoot'elec* é fácil de ser conduzido e os freios a tambor na frente e atrás estão compatíveis com o desempenho do veículo.

As baterias, localizadas sob o assoalho, são de níquel-cádmio e, segundo a empresa, só necessitam adição de água duas ou três vezes por ano. O motor é de corrente contínua. O plugue para recarga fica sob o banco e deve ser conectado a uma tomada de 220 V. Segundo a Peugeot, a carga plena demora cinco horas, mas em duas são alcançados 95% da capacidade total. Opcionalmente, o *Scoot'elec* pode vir com carregador rápido de bateria, que permite armazenar energia para 11 km em 10 min.

Hairton Ponciano Voz
Primeiro *scooter* elétrico chega em dezembro.

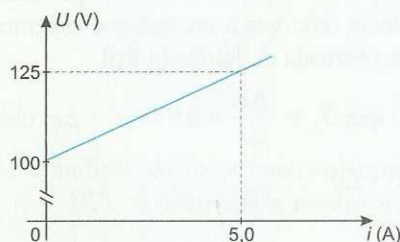
O Estado de S. Paulo, 30 nov. 1997.

Para obter outros textos publicados pelo jornal **O Estado de S. Paulo**, ou propostas de atividades, consulte o *site* **Estadão na escola** (www.estadao-escola.com.br).



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

6 A tensão nos terminais de um receptor varia com a intensidade de corrente, conforme o gráfico.



a) Determine a força contra-eletromotriz e a resistência interna do receptor.

b) Qual é a ddp nos terminais do receptor quando ele é percorrido por uma corrente de 4,0 A?

c) Suponha que esse receptor apresente um rendimento de 80%. Nessas condições, qual é a intensidade de corrente que o percorre?

7 Um motor elétrico de resistência interna igual a 10 Ω está ligado a uma "tomada" de 220 V. O motor recebe uma potência total de 1.760 W. Nas afirmações seguintes, assinale as corretas:

I. A intensidade de corrente elétrica no motor é 8,0 A.

II. A força contra-eletromotriz do motor é 140 V.

III. A potência útil do motor é 640 W e a potência dissipada, 1.120 W.

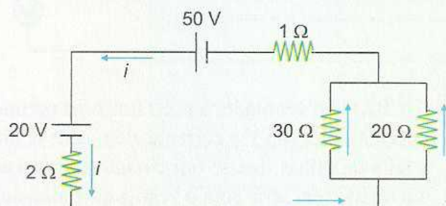
IV. O rendimento do motor é 80%.

8 Você dispõe dos seguintes aparelhos: uma bateria de 12 V — 0,5 Ω e um motor de 6 V — 1,5 Ω. O motor possui uma indicação de que, no máximo, suporta uma corrente de 1 A.

a) O que acontece ao motor se ele for ligado à bateria? Justifique.

b) Como deve ser associado um resistor à bateria e ao motor para que este funcione normalmente? Qual deve ser o valor da resistência do resistor?

9 A figura representa um circuito contendo um gerador, um receptor e dois resistores associados em paralelo. Está representado, também, o sentido da corrente no circuito.



a) Qual é a resistência equivalente aos dois resistores associados em paralelo?

b) Identifique o gerador e o receptor.

c) Determine o valor da corrente i indicada no circuito.

d) Qual é a ddp nos extremos da associação dos dois resistores em paralelo?

e) Determine a intensidade de corrente em cada resistor associado em paralelo.

Exercícios complementares: do 20 ao 25.



EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

10 (Enem) No processo de obtenção de eletricidade, ocorrem várias transformações de energia. Considere duas delas:

I. Cinética em elétrica.

II. Potencial gravitacional em cinética.

Analisando a figura do exercício 1 deste capítulo, é possível identificar que elas se encontram, respectivamente, entre:

a) (I) a água no nível h e a turbina — (II) o gerador e a torre de transmissão

b) (I) a água no nível h e a turbina — (II) a turbina e o gerador

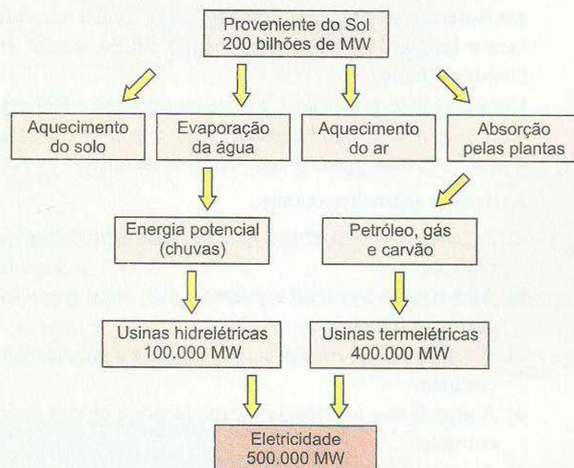
c) (I) a turbina e o gerador — (II) a turbina e o gerador

d) (I) a turbina e o gerador — (II) a água no nível h e a turbina

e) (I) o gerador e a torre de transmissão — (II) a água no nível h e a turbina

(Enem) Enunciado para as questões 11, 12 e 13

O diagrama representa a energia solar que atinge a Terra e sua utilização na geração de eletricidade. A energia solar é responsável pela manutenção do ciclo da água, pela movimentação do ar e pelo ciclo do carbono, que ocorre por meio da fotossíntese dos vegetais, da decomposição e da respiração dos seres vivos, além da formação de combustíveis fósseis



11 De acordo com o diagrama, a humanidade aproveita, na forma de energia elétrica, uma fração da energia recebida como radiação solar correspondente a:

a) $4 \cdot 10^{-9}$
b) $2,5 \cdot 10^{-6}$
c) $4 \cdot 10^{-4}$
d) $2,5 \cdot 10^{-3}$
e) $4 \cdot 10^{-2}$

12 De acordo com esse diagrama, uma das modalidades de produção de energia elétrica envolve combustíveis fósseis. A modalidade de produção, o combustível e a escala de tempo típica associada à formação desse combustível são, respectivamente:

a) hidrelétricas, chuvas e um dia.

b) hidrelétrica, aquecimento do solo e um mês.

c) termelétricas, petróleo e 200 anos.

d) termelétricas, aquecimento do solo e 1 milhão de anos.

e) termelétricas, petróleo e 500 milhões de anos.

13 No diagrama, estão representadas as duas modalidades mais comuns de usinas elétricas, as hidrelétricas e as termelétricas. No Brasil, a construção de usinas hidrelétricas deve ser incentivada porque:

I. elas utilizam fontes renováveis, o que não ocorre com as termelétricas, cujas fontes necessitam de bilhões de anos para serem reabastecidas.

II. elas apresentam impacto ambiental nulo, pelo represamento das águas no curso normal dos rios.

III. elas aumentam o índice pluviométrico da região de seca no Nordeste, pelo represamento de águas.

Das três afirmações, somente:

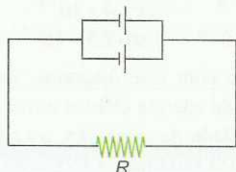
a) I está correta.
b) II está correta.
c) III está correta.
d) I e II estão corretas.
e) II e III estão corretas.

14 (Univali-SC) Pilhas e baterias são caracterizadas por sua força eletromotriz e resistência interna. Nas baterias automotivas vem indicada a sua "capacidade" pelo produto V · A · t (tensão × corrente × tempo). Um valor típico de bateria para autos pequenos de passeio é 36 A · h (ampère-hora) sob 12 V. O produto V · A · t tem dimensão física de:

a) corrente elétrica e corresponde à corrente que ele pode suprir.
b) tempo e corresponde ao tempo de sua vida útil.
c) potência elétrica e corresponde à potência da bateria.
d) potencial elétrico e corresponde à sua diferença de potencial.
e) energia e corresponde à energia armazenada na bateria.

15 (Univali-SC) Existem pilhas de 1,5 V de diferentes tamanhos. Você já deve ter visto as grandes e as médias, usadas em lanternas, as pequenas (tipo lapiseira), usadas em *walkman* e brinquedos, e as menores (tipo palito), usadas em controle remoto.
Considere duas pilhas de 1,5 V, de mesmo tipo e fabricante, uma pequena (tipo lapiseira), e outra grande (tipo lanterna), cada uma ligada a uma lâmpada idêntica.
Assinale a alternativa correta:
a) A grande tem resistência interna maior e produz maior corrente.
b) Ambas têm resistência interna igual, mas produzem correntes diferentes.
c) A pequena tem resistência interna maior e produz maior corrente.
d) A grande tem resistência interna menor e produz maior corrente.
e) A pequena tem resistência interna menor e produz menor corrente.

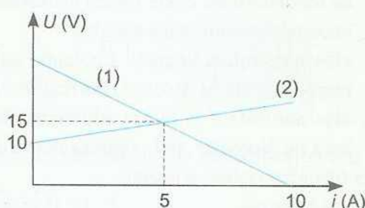
16 (Vunesp) Duas pilhas idênticas, de fem 1,5 V cada uma e resistência interna desprezível, são ligadas como mostra a figura.



Que quantidade de energia deverá fornecer cada pilha para que uma quantidade de carga de 120 coulombs passe pelo resistor de resistência *R*?

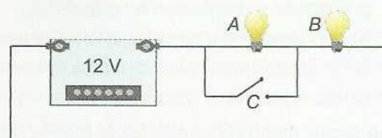
17 Três pilhas idênticas de 1,5 V — 1,5 Ω devem ser associadas e ligadas a uma lâmpada que deve funcionar sob tensão de 1,5 V. Mostre, por meio de um desenho, como as pilhas devem ser associadas para que apresentem a maior duração possível.

18 No gráfico estão representadas as curvas características de um gerador e de um receptor.



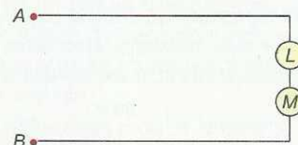
a) Qual delas representa o gerador?
b) Determine a força eletromotriz e a resistência interna do gerador.
c) Qual é a força contra-eletromotriz e a resistência interna do receptor?
d) Faça um desenho mostrando o receptor ligado no gerador. Determine a intensidade de corrente nesse circuito e compare com o gráfico.

19 (Fuvest-SP) Duas lâmpadas iguais, de 12 V cada uma, estão ligadas a uma bateria de 12 V, como mostra a figura. A resistência interna da bateria é desprezível.



Estando o interruptor *C* aberto, as lâmpadas acendem com intensidades iguais. Ao fechar o interruptor *C*, observamos que:
a) *A* apaga e *B* brilha mais intensamente.
b) *A* apaga e *B* mantém o brilho.
c) *A* e *B* apagam.
d) *B* apaga e *A* brilha mais intensamente.
e) *B* apaga e *A* mantém o brilho.

20 (Fuvest-SP) Um circuito elétrico de corrente contínua é formado por uma lâmpada *L*, de características nominais 100 V e 200 W, ligada em série a um motor M que consome uma potência de 1.000 W. Se a lâmpada está operando em seus valores nominais de potência e tensão, qual é a corrente no circuito e qual é a diferença de potencial entre os pontos *A* e *B*?



21 (UCBA) Um ventilador a pilha funciona normalmente com uma tensão de 4,5 V e corrente elétrica de 0,250 A. Devido à falta de pilhas, fez-se um circuito improvisado, ligando um resistor em série com o ventilador e alimentando o conjunto com uma bateria de automóvel de 12 V. Para que o ventilador funcione normalmente, o valor desse resistor, em ohms, deve ser igual a:
a) 10 b) 20 c) 30 d) 40 e) 50

22 (Enem) A tabela apresenta alguns exemplos de processos, fenômenos ou objetos em que ocorrem transformações de energia. Nessa tabela aparecem as direções de transformação de energia. Por exemplo, o termopar é um dispositivo em que a energia térmica se transforma em energia elétrica.

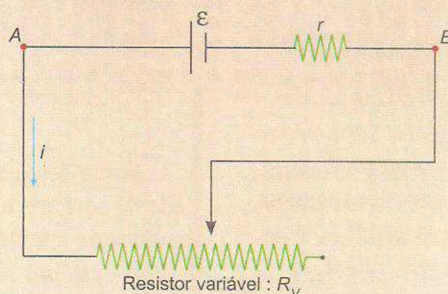
Em \ De	Elétrica	Química	Mecânica	Térmica
Elétrica	transformador			termopar
Química				reações endotérmicas
Mecânica		dinamite	pêndulo	
Térmica				fusão

Dentre os processos indicados na tabela, ocorre conservação de energia:
a) em todos os processos.
b) somente nos processos que envolvem transformações de energia sem dissipação de calor.
c) somente nos processos que envolvem transformações de energia mecânica.
d) somente nos processos que não envolvem energia química.
e) somente nos processos que não envolvem nem energia química nem energia térmica.



ATIVIDADE ESPECIAL: *Curva característica de um gerador*

Para se obter a curva característica de um gerador e, por ela, a determinação de sua força eletromotriz e de sua resistência interna, foi montado o circuito esquematizado abaixo.



À medida que variamos o valor da resistência R_V, observamos que os valores da intensidade de corrente elétrica (i) e da diferença de potencial entre os pontos A e B (U_{AB}) também variam.

Com o auxílio de dois medidores elétricos: um amperímetro, que fornece os valores da intensidade de corrente elétrica, e um voltímetro, que fornece os valores da ddp entre os pontos A e B, construímos a tabela a seguir.

Obs.: No experimento, a posição do cursor na resistência variável foi ajustada, em cada ponto, para fornecer valores inteiros da intensidade de corrente elétrica.

Intensidade de corrente elétrica: i (A)	ddp nos extremos do gerador: U_{AB} (V)
1,0	7,8
2,0	6,6
3,0	5,4
4,0	4,2
5,0	3,0
6,0	1,8
7,0	0,6

1. Construa o gráfico da ddp nos extremos do gerador (U_{AB}) em função da intensidade de corrente elétrica (i). Os valores da ddp devem ser colocados no eixo vertical e os valores da intensidade de corrente elétrica no eixo horizontal.

2. O gráfico obtido é uma reta ou uma curva? O que ela representa?

3. Com base no gráfico, qual é a intensidade de corrente elétrica correspondente a uma ddp de 5,0 V?

4. Prolongue a linha do gráfico até cruzar com os eixos vertical e horizontal.
Em que ponto a linha "corta" o eixo vertical? E o eixo horizontal?

5. Qual é o significado dos dois valores obtidos no item anterior?

6. Determine a resistência interna do gerador.

7. Escreva a equação do gerador.

8. Determine o rendimento do gerador para $i = 3,0$ A. Nessas condições, qual é a porcentagem da energia total do gerador consumida em sua resistência interna? E no resistor variável?

9. Determine, para cada par de valores (i, U_{AB}) da tabela, o quociente $\frac{U_{AB}}{i}$. Qual é o significado de cada um desses resultados?

Capítulo 31

MEDIDAS ELÉTRICAS E LEIS DE KIRCHHOFF

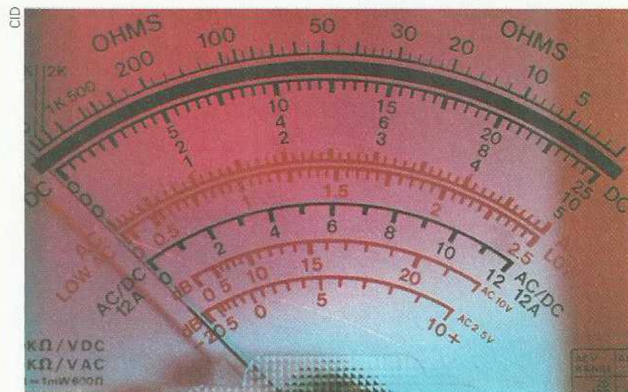
Há uma medida em todas as coisas, existem afinal certos limites.
Quinto Horácio Flaco.

É fácil perceber visualmente se um carro está se movendo mais depressa ou mais devagar, se está movimentando-se em linha reta ou fazendo uma curva.

Diferentemente dos fenômenos mecânicos, nos fenômenos elétricos não temos essa percepção. Quantos de nós já não tomaram um choque ao encostar inadvertidamente em algum condutor? Isso acontece porque não conseguimos perceber visualmente o grau de eletrização de um condutor e também porque não percebemos visualmente a corrente elétrica num fio.

Essa pequena comparação mostra a importância dos aparelhos de medida, sobretudo na eletricidade, os quais nos levam a observações que não seriam percebidas pelos nossos sentidos.

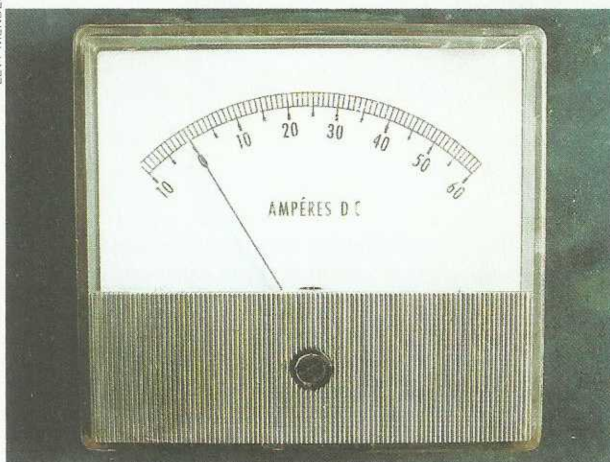
CID



O multímetro permite leituras de corrente elétrica, ddp e resistência elétrica.

1. AMPERÍMETRO

LEVY MENDES JR.



O nome desse medidor deriva da unidade de intensidade de corrente elétrica (ampère). O amperímetro é um medidor de intensidade de corrente elétrica.

Para que um amperímetro indique a intensidade de corrente elétrica que percorre um determinado aparelho é necessário que a mesma corrente elétrica percorra também o amperímetro. Isso se consegue com a associação em série do amperímetro com o aparelho. Na associação em série, a corrente elétrica é a mesma nos elementos associados (figura 1).

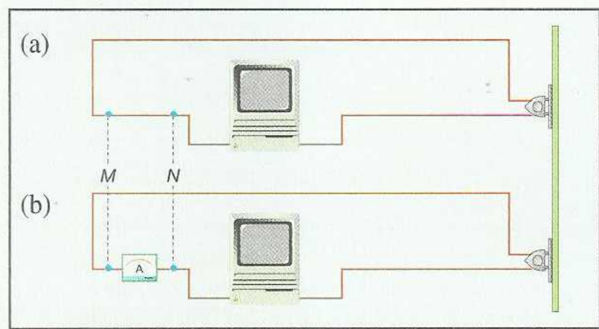
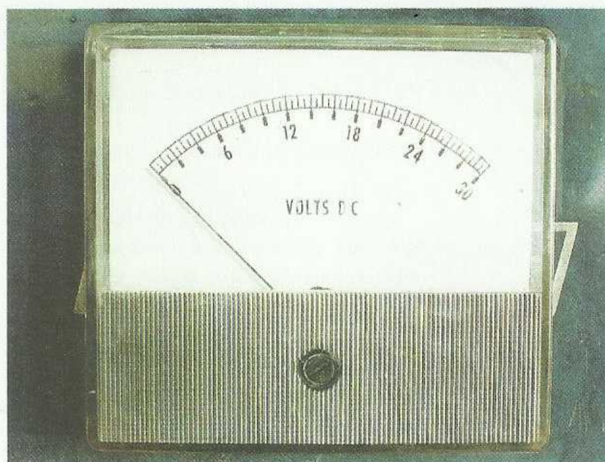


Figura 1 *(a)* Aparelho ligado a uma fonte de energia elétrica e *(b)* amperímetro, ligado em série com o aparelho, indica a intensidade de corrente elétrica que percorre o aparelho.

As duas situações mostradas na figura 1 devem ser equivalentes, ou seja, a presença do medidor não deve interferir na grandeza a ser medida. Nessas condições, dizemos que o amperímetro é ideal.

2. VOLTÍMETRO

LEVY MENDES JR.



O nome desse medidor deriva da unidade de tensão ou diferença de potencial (volt). O voltímetro é um medidor de "voltagem", tensão ou diferença de potencial.

Para medir a tensão nos terminais de um aparelho qualquer, devemos colocar o voltímetro em paralelo com esse aparelho: ambos apresentam a mesma diferença de potencial (figura 2).

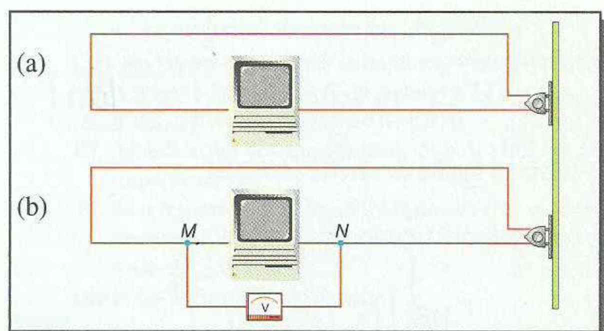
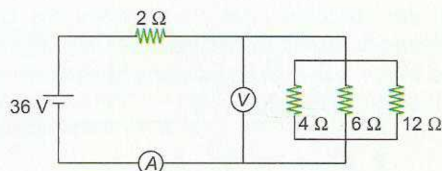


Figura 2 *(a)* Aparelho ligado a uma fonte de tensão e *(b)* voltímetro ligado em paralelo com o aparelho indica a ddp a que o aparelho está submetido.

Exercício resolvido

O circuito apresenta um gerador ideal, quatro resistores e dois aparelhos de medidas: um amperímetro e um voltímetro.



Determine as indicações do amperímetro e do voltímetro.

Resolução

Associando os resistores de 12 Ω, 6 Ω e 4 Ω em paralelo, obtemos:

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{R_p} = \frac{1+2+3}{12} \rightarrow R_p = 2\ \Omega$$

E, associando esse resultado com o resistor de 2 Ω, em série:

$$R_e = 2 + 2 \rightarrow R_e = 4\ \Omega$$

O amperímetro indica a intensidade de corrente (i) que chega ao gerador. Assim, sua indicação é:

$$\varepsilon_{gerador} = R_e \cdot i$$

$$36 = 4 \cdot i \rightarrow \boxed{i = 9\ \text{A}}$$

O voltímetro indica a tensão nos extremos da associação em paralelo. Portanto, sua indicação é:

$$U = R_p \cdot i$$

$$U = 2 \cdot 9 \rightarrow \boxed{U = 18\ \text{V}}$$

3. LEIS DE KIRCHHOFF

Aliando a conservação da energia à análise dos circuitos elétricos, o físico alemão Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887), sistematizou duas leis que nos permitem resolver circuitos com várias malhas.

Perfil dos potenciais

Qualquer trecho de um circuito elétrico que não contenha nós é chamado de **ramo**. Ao percorrer um ramo, o nível de energia (potencial elétrico) aumenta, diminui ou permanece constante, dependendo de cada aparelho (elemento) existente no ramo.

A seguir, apresentamos um quadro-resumo com os sinais em cada um dos elementos de um circuito elétrico.

Elemento de circuito	Símbolo	Percurso: A favor do sentido da corrente	Percurso: Contrário ao sentido da corrente	Tensão (U): $V_A - V_B$
Curto-circuito	V_A i V_B	$V_A = V_B$	$V_B = V_A$	0
Resistor	V_A + − V_B i	$V_A - Ri = V_B$	$V_B + Ri = V_A$	Ri
Gerador	V_A ε − + V_B i	$V_A + \varepsilon = V_B$	$V_B - \varepsilon = V_A$	$-\varepsilon$
Receptor	V_A ε' + − V_B i	$V_A - \varepsilon' = V_B$	$V_B + \varepsilon' = V_A$	ε'

Primeira lei de Kirchhoff (lei dos nós)

Essa lei, já vista no Cap. 29 (lei dos nós), ficou conhecida como primeira lei de Kirchhoff. Pelo princípio da conservação da carga elétrica, a soma das intensidades de corrente elétrica que têm sentido de aproximação de um nó é igual à soma das intensidades de corrente que têm sentido de afastamento desse mesmo nó (figura 3).

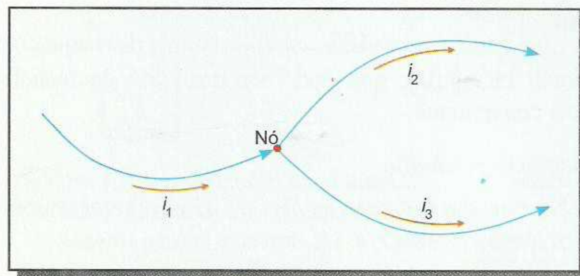


Figura 3 Lei dos nós.

De acordo com a figura, podemos escrever:

$$i_1 = i_2 + i_3$$

A equação da lei dos nós é uma equação algébrica, isto é, qualquer uma das intensidades de corrente pode resultar negativa. Caso isso aconteça, esse resultado significa que a corrente tem sentido contrário ao adotado quando do equacionamento do problema.

Segunda lei de Kirchhoff (lei das malhas)

Vamos considerar a malha *ABCDA* e percorrê-la no sentido horário (figura 4).

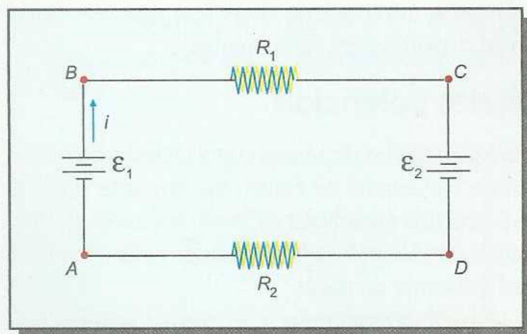


Figura 4 A malha *ABCDA* é composta de gerador, receptor e resistores.

De acordo com a convenção adotada no quadro- resumo, temos:

$$V_A + \varepsilon_1 - R_1 \cdot i - \varepsilon_2 - R_2 \cdot i = V_A$$
$$\varepsilon_1 - R_1 \cdot i - \varepsilon_2 - R_2 \cdot i = 0 \quad \text{(I)}$$

Ao percorrer uma malha e retornando ao mesmo potencial de partida, temos:

> A soma algébrica das tensões de cada elemento do circuito é nula (segunda lei de Kirchhoff).

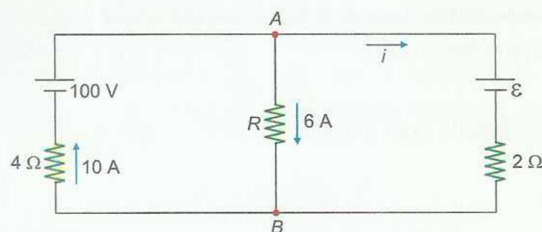
Para resolver um circuito de múltiplas malhas, adotamos o seguinte roteiro:

- Assinalamos as correntes em cada ramo, sem nos preocuparmos com o sentido correto.
- De acordo com os sentidos das correntes, colocamos os sinais de (+) ou de (−) em cada elemento.
- Aplicamos a primeira lei de Kirchhoff.
- Aplicamos a segunda lei de Kirchhoff para cada uma das malhas.

Esse roteiro vai resultar em um sistema de *n* equações com *n* incógnitas, que pode ser resolvido da maneira mais conveniente.

Exercício resolvido

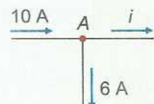
No circuito indicado na figura, determine os valores de *i*, *R* e ε.



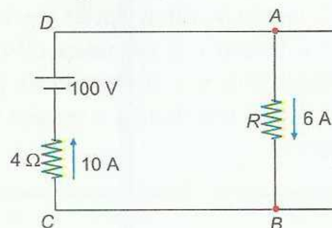
Resolução

Aplicando a lei dos nós, temos:

$10 = 6 + i \rightarrow$ $\boxed{i = 4\ \text{A}}$

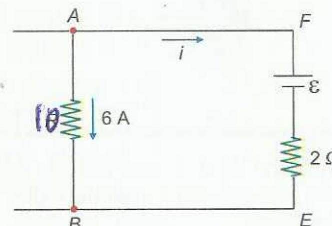


De acordo com a segunda lei de Kirchhoff, temos, para a malha da esquerda (*ABCDA*):



$$-R \cdot 6 - 4 \cdot 10 + 100 = 0 \rightarrow \boxed{R = 10\ \Omega}$$

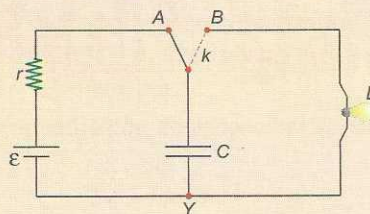
E para a malha da direita (*ABEFA*):



$$-10 \cdot 6 + 2 \cdot 4 + \varepsilon = 0 \rightarrow \boxed{\varepsilon = 52\ \text{V}}$$

Flash fotográfico

Uma das aplicações das propriedades dos capacitores – associação de dois condutores em regime de indução total – é o *flash* da máquina fotográfica.



Nesse circuito, quando a chave *k* está na posição *A*, o capacitor está em processo de carga, ou seja, ele está armazenando energia potencial elétrica. Passando-se a chave para a posição *B*, usando o disparador do *flash*, a energia armazenada no capacitor é rapidamente consumida pela lâmpada. Dessa forma, conseguimos um alto valor de potência luminosa na lâmpada, embora por um curto intervalo de tempo.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

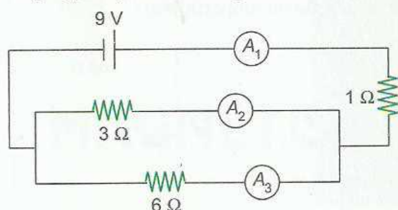
1 Você dispõe dos seguintes dispositivos elétricos: um gerador de 12 V — 3 Ω, um resistor $R = 9\ \Omega$, um amperímetro, um voltímetro e fios de ligação.

a) Desenhe um circuito, utilizando todos esses dispositivos, tal que o amperímetro indique a intensidade de corrente elétrica e o voltímetro, a ddp no resistor *R*.

b) Quais são as indicações do amperímetro e do voltímetro?

c) Qual é a porcentagem de energia que o gerador está fornecendo para o resistor?

2 No circuito dado, a bateria ideal de 9 V alimenta três resistores. A_1, A_2, e A_3 são três amperímetros.



Com base nesse circuito, são feitas as seguintes afirmações:

I. A resistência equivalente do circuito é 3 Ω.

II. A indicação do amperímetro A_1 é 9 A.

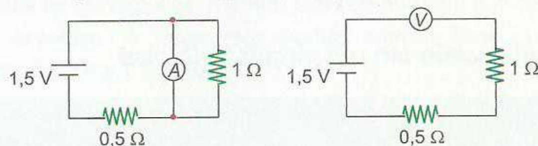
III. As indicações dos amperímetros A_2 e A_3 são 2A e 1A, respectivamente.

IV. Se o resistor de 6 Ω for retirado do circuito, os amperímetros A_1 e A_2 indicarão a mesma intensidade de corrente elétrica, 2,25 A.

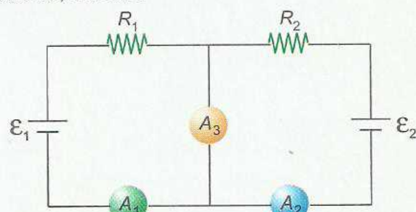
Quais das afirmativas são corretas?

3 O amperímetro ideal é aquele que apresenta resistência interna nula e o voltímetro ideal, aquele que apresenta resistência interna infinita.

Com base nessas informações, determine as indicações desses aparelhos nos esquemas seguintes:

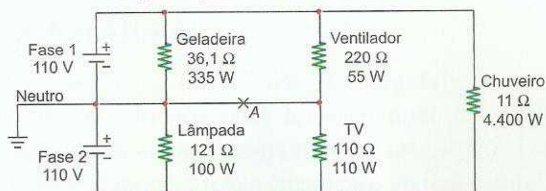


4 (FURG-RS) Os valores dos componentes do circuito da figura abaixo são: $\varepsilon_1 = 6$ V, $\varepsilon_2 = 12$ V, $R_1 = 1$ kΩ e $R_2 = 2$ kΩ. Os valores medidos pelos amperímetros A_1, A_2, A_3 são, respectivamente, em mA:



a) 1, 2 e 3.
b) 6, 12 e 18.
c) 6, 6 e 12
d) 12, 12 e 6.
e) 12, 12 e 24.

5 (Unicamp-SP) Algumas residências recebem três fios da rede de energia elétrica, sendo dois fios correspondentes às fases e o terceiro, ao neutro. Os equipamentos existentes nas residências são projetados para serem ligados entre uma fase e o neutro (por exemplo, uma lâmpada) ou entre duas fases (por exemplo, um chuveiro). Considere o circuito abaixo, que representa, de forma muito simplificada, uma instalação elétrica residencial. As fases são representadas por fontes de tensão em corrente contínua e os equipamentos, por resistências. Apesar de simplificado, o circuito pode dar uma idéia das conseqüências de uma eventual ruptura do fio neutro. Considere que todos os equipamentos estejam ligados ao mesmo tempo.



a) Calcule a corrente que circula pelo chuveiro.

b) Qual é o consumo de energia elétrica da residência em kWh durante 15 min?

c) Considerando que os equipamentos se queimam quando operam com uma potência 10% acima da nominal (indicada na figura), determine quais serão os equipamentos queimados caso o fio neutro se rompa no ponto A.



EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

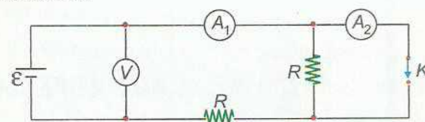
6 Para determinar o valor da resistência elétrica de um forno elétrico, um aluno ligou um amperímetro em série com o forno e um voltímetro em paralelo, também com o forno. Em seguida, ligou o forno a uma "tomada elétrica". Ele observou que os aparelhos indicavam 8 A e 120 V.

a) Desenhe o circuito utilizado pelo aluno.

b) Calcule o valor da resistência do forno elétrico.

c) Qual é a potência desse forno?

7 O que acontece com as indicações dos aparelhos (amperímetros e voltímetro) mostrados no circuito quando abrimos a chave (interruptor) K: aumentam, diminuem ou permanecem constantes?

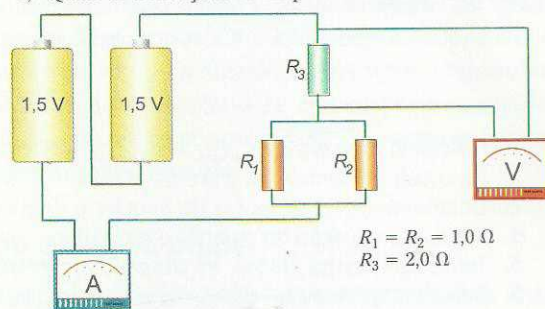


8 A figura representa um circuito contendo duas pilhas de 1,5 V cada, três resistores com os valores indicados, um amperímetro e um voltímetro, ambos ideais.

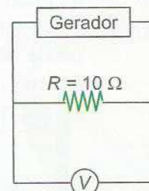
a) As pilhas estão ligadas em série ou em paralelo?

b) Como os resistores estão associados: em série ou em paralelo?

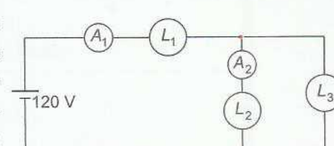
c) Quais as indicações do amperímetro e do voltímetro?



9 Na figura, a indicação do voltímetro é 2,0 V. Se o resistor R for retirado, o voltímetro passará a indicar 2,2 V. Como você explica essa diferença?



10 Três lâmpadas iguais de 120 V — 120 W e dois amperímetros estão ligados a um gerador ideal de 120 V, conforme a figura.

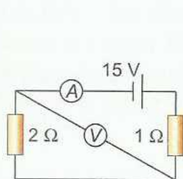


a) Qual das lâmpadas apresenta maior brilho? Justifique.

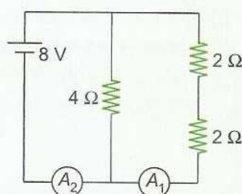
b) Se a lâmpada L_3 queimar, o que acontecerá com as indicações dos amperímetros?

c) Nas condições do item (b), o que acontecerá com o brilho das outras lâmpadas?

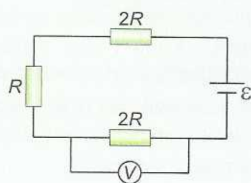
11 Determine as indicações dos aparelhos de medida dos circuitos dados.



(a)

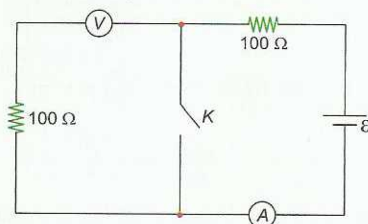


(b)

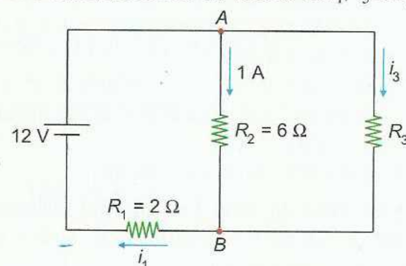


(c)

12 (Fuvest-SP) No circuito da figura, o voltímetro marca 1,5 V quando a chave K está aberta. Fechando-se a chave, qual será a indicação do amperímetro?



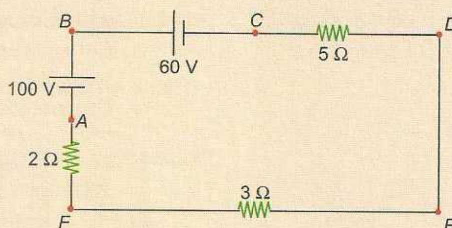
13 No circuito dado, determine os valores de i_1, i_3 e R_3.





ATIVIDADE ESPECIAL: Perfil dos potenciais em um circuito elétrico

O circuito mostra um gerador elétrico de força eletromotriz de 100 V e resistência interna de 2 Ω ligado em série a um motor (receptor elétrico) de força contra-eletromotriz de 60 V e resistência interna de 5 Ω e também a um resistor de resistência elétrica de 3 Ω.



1. Aplicando a equação: $\varepsilon_{gerador} = \varepsilon_{receptor} + \Sigma R \cdot i$, determine a intensidade de corrente elétrica do ciruito. Desenhe no circuito o sentido da corrente elétrica.
2. Determine os rendimentos do gerador e do motor.
3. Escreva a equação do gerador e do motor.
4. Trace, no mesmo gráfico, as curvas características do gerador e do receptor.
5. Suponha que o ponto A seja ligado à Terra ($V_A = 0$). Nessas condições, qual é o potencial dos seguintes pontos: B, C, D, E e F?
6. Trace o perfil dos potenciais do circuito. Adote o ponto A como referência ($V_A = 0$). Para identificar se há ganho ou perda de energia elétrica em cada elemento do circuito, lembre-se de que, quando um portador de carga positiva (sentido da corrente) atravessa um elemento do (−) para o (+), há um ganho de energia elétrica ε, ao atravessar do (+) para o (−), há uma perda de energia elétrica.

Capítulo 32

MAGNETISMO: CAMPO MAGNÉTICO

Do conúbio místico da Terra e do Sol — a eclosão. Quatro lírios semi-abertos, apontando os pontos cardeais ...

Cora Colalina

Na infância, dificilmente poderíamos imaginar que as brincadeiras com ímãs pudessem ter tantas aplicações. Sabe-se que os "poderes" de um ímã são conhecidos desde as antigas civilizações, mas permaneceram como uma mera curiosidade durante milhares de anos.

Talvez sua primeira aplicação revolucionária tenha sido na construção das bússolas, o que trouxe um novo panorama às navegações. Mesmo sob céu nublado e num denso nevoeiro, o navegador podia, com a bússola, localizar os pontos cardeais.

CID



No século XVIII, com a evolução da teoria da eletricidade, procurou-se estabelecer uma relação entre os fenômenos magnéticos e os fenômenos elétricos.

Em 1819, o cientista holandês Hans Christian Oersted (1777-1851) percebeu que, embora o magnetismo não fosse afetado pela eletrostática, ele estava relacionado com as cargas elétricas em movimento. Oersted relacionou o magnetismo com a eletrodinâmica, abrindo assim o caminho para a construção de ímãs artificiais e todas as aplicações do eletromagnetismo de nossos dias.

1. ÍMÃ NATURAL

O nome "magnetismo" vem de Magnésia, pequena região da Ásia Menor, onde foi encontrado em grande abundância um mineral naturalmente magnético. Uma pedra desse mineral é o que chamamos de ímã natural.

Se pendurarmos um ímã natural, de formato alongado, pelo seu centro de massa, veremos que essa pedra fica sempre alinhada na direção geográfica norte—sul. A extremidade que aponta para o norte geográfico é chamada de **pólo norte** do ímã. A outra, apontada para o sul geográfico, é denominada **pólo sul** do ímã (figura 1).

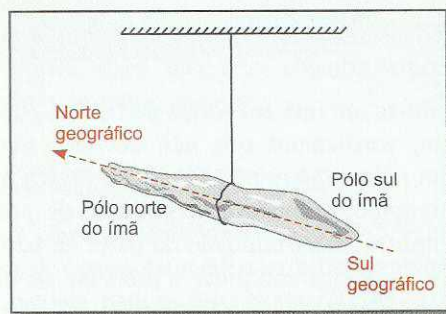


Figura 1 Um ímã suspenso pelo seu centro de massa alinha-se na direção norte—sul.

Essa característica passou a ser aproveitada como elemento de orientação náutica, particularmente nas grandes navegações (séculos XV e XVI), nas ocasiões em que os astros não eram facilmente observáveis. O aparelho que explora essa característica é uma pequena agulha imantada, simplesmente apoiada em seu centro de massa, que chamamos de **bússola**.

Ação entre os pólos

Verifica-se experimentalmente que, quando dois ímãs são colocados próximos, o pólo norte de um repele o pólo norte de outro enquanto que o pólo sul é atraído pelo pólo norte (figura 2).

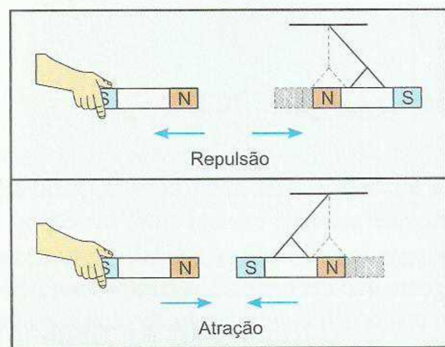


Figura 2 Pólos de mesmo nome se repelem e pólos de nomes diferentes se atraem.

Inseparabilidade dos pólos



Tomando-se um ímã em forma de barra e partindo-o ao meio, verificamos que não obtemos um pólo norte e um pólo sul, isoladamente. Na região onde o ímã foi rompido, teremos o surgimento de pólos de natureza oposta à extremidade da parte da barra que os contém. Podemos continuar o processo de divisão da barra indefinidamente, e o fato vai continuar se repetindo. O fenômeno é conhecido como a **inseparabilidade dos pólos**.

A primeira explicação clara e consistente para o ocorrido foi elaborada por André-Marie Ampère. Ampère imaginou que cada ímã fosse constituído de pequenos ímãs elementares, cujo efeito superposto seria o do ímã completo. Hoje, sabemos que cada um desses ímãs elementares corresponde a uma pequena porção de matéria onde os átomos ou moléculas da substância têm a mesma orientação magnética, chamados **domínios magnéticos** (figura 3).



Figura 3 Ilustração do raciocínio de Ampère para explicação da inseparabilidade dos pólos.

2. CAMPO MAGNÉTICO

A exemplo das forças gravitacional e elétrica, a força magnética também é uma força de campo, ou seja, ela age mesmo que não haja contato entre os corpos. Sendo assim, é conveniente imaginar a transmissão dessa ação por um agente que denominamos **campo magnético**.

Campo magnético é uma região do espaço na qual um pequeno corpo de prova fica sujeito a uma força de origem magnética. Esse corpo de prova deve ser um pequeno objeto feito de material que apresente propriedades magnéticas.

Representamos o campo magnético em cada ponto de uma região pelo vetor campo magnético ($\vec{B}$). Para determinar a direção e o sentido do vetor $\vec{B}$, usamos uma agulha magnética. O pólo norte da agulha nos indica o sentido de $\vec{B}$. Em termos mais simples, nosso corpo de prova nada mais é que uma pequena bússola (figura 4).

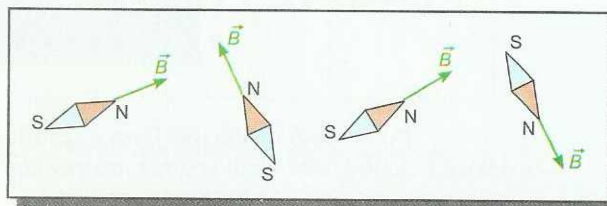
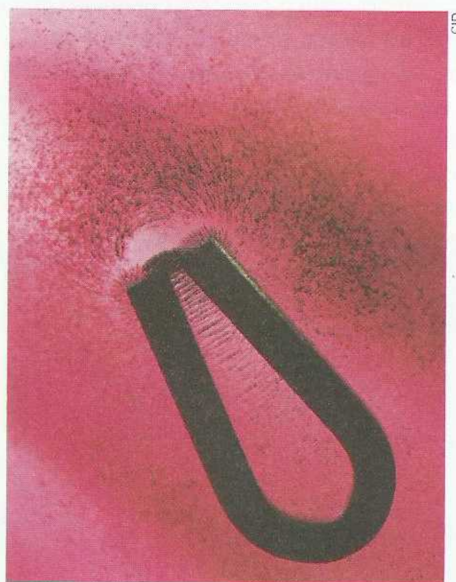


Figura 4 Uma agulha imantada (bússola) é usada para a determinação da direção e do sentido do vetor campo magnético.

Linhas de campo



Linhas de campo magnético obtidas com limalha de ferro.

Em um campo magnético as linhas de campo são tais que o vetor campo magnético apresenta as seguintes características (figura 5):

- A sua direção é sempre tangente a cada linha de campo em qualquer ponto dentro do campo magnético.
- O seu sentido é o mesmo da respectiva linha de campo.
- A sua intensidade é proporcional à densidade das linhas de campo.

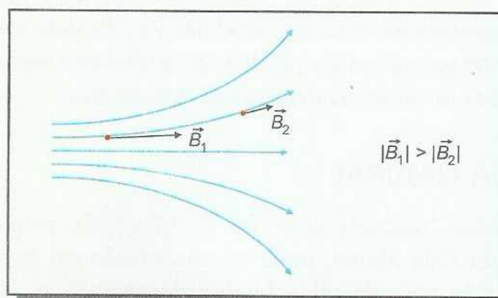


Figura 5 Linhas de campo magnético e o vetor campo magnético.

3. CAMPO MAGNÉTICO UNIFORME

O campo magnético é uniforme em uma determinada região quando, em todos os pontos dessa região, o vetor campo magnético tem a mesma intensidade, a mesma direção e o mesmo sentido (figura 6).

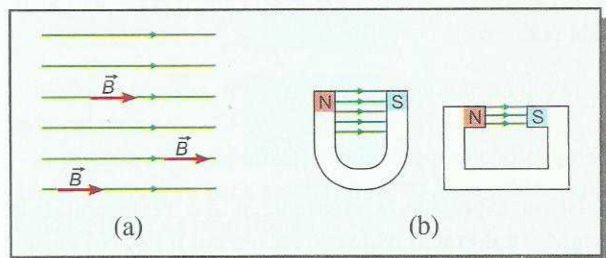


Figura 6 *(a)* Representação de um campo magnético uniforme e *(b)* exemplos de ímãs que produzem campos magnéticos praticamente uniformes.

Observação

- Quando colocamos um ímã em um campo magnético uniforme, as forças em ambos os pólos ficam com a mesma intensidade, porém com sentidos contrários. Por isso, esse ímã tende apenas a girar, mantendo a posição do centro de massa, até se alinhar com o campo.

4. IMANTAÇÃO POR INFLUÊNCIA

Existe uma classe de substâncias da qual fazem parte os elementos ferro, níquel e cobalto, que têm como propriedade o fato de possuírem domínios magnéticos. Normalmente, esses domínios estão orientados ao acaso, não resultando em um magnetismo global. Porém, na presença de um campo magnético externo, os domínios tendem a se alinhar com o campo, tornando-se o corpo, globalmente, um ímã (figura 7).

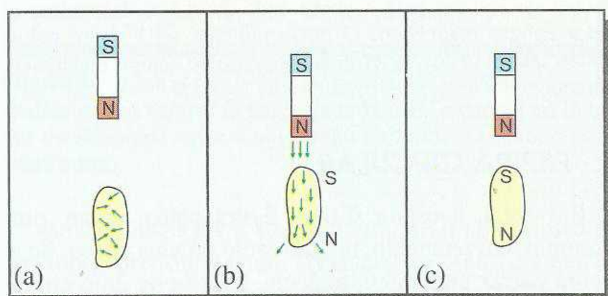


Figura 7 *(a)* Corpo distante de um ímã e *(b)* o corpo é colocado próximo ao ímã: ocorre imantação por influência e *(c)* o corpo e o ímã se atraem.

Observações

- Para desmagnetizar um corpo, podemos fazê-lo por meio de pancadas que provocarão o desalinhamento dos domínios magnéticos, ou pela ação de um campo magnético externo, oposto ao magnetismo original do corpo, ou ainda pelo aquecimento do corpo. A temperatura mínima em que a magnetização é desfeita é chamada **temperatura Curie** do material, tendo valores diferentes para cada substância. Para o ferro essa temperatura é em torno de 770 °C.

Em relação ao magnetismo, podemos dividir as substâncias em três grupos:

- **ferromagnéticas** – sob presença de um campo magnético, imantam-se intensamente por influência, resultando numa força de atração. Como principais exemplos temos os elementos ferro, níquel, cobalto e alguns compostos e ligas desses elementos. Os elementos ferro, cobalto e níquel são a matéria-prima dos ímãs permanentes.
- **paramagnéticas** – imantam-se fracamente sob presença de campo magnético externo, resultando numa força de atração muito fraca. São exemplos: alumínio, cromo, platina, manganês, estanho, ar etc.
- **diamagnéticas** – essas substâncias interagem com o campo magnético com uma fraca repulsão. São exemplos: prata, ouro, mercúrio, chumbo, zinco, cobre, antimônio, bismuto, água etc.

5. MAGNETISMO TERRESTRE

Nosso planeta é um imenso ímã. Sob a influência exclusiva do campo magnético terrestre, a agulha de uma bússola aponta para o Pólo Norte (região geográfica), que, portanto, é um pólo sul em termos magnéticos.

Conforme vimos, a ação entre os pólos é de atração quando eles têm nomes diferentes. Portanto, o local para onde é atraído o norte da bússola deve ser, magneticamente, um pólo sul. Assim, o norte geográfico de nosso planeta contém o sul magnético do grande ímã Terra e vice-versa. Outro ponto a ser destacado é que a bússola não se alinha rigorosamente com os meridianos, existindo, em cada ponto do planeta, um pequeno desvio, chamado **declinação magnética** (figura 8).

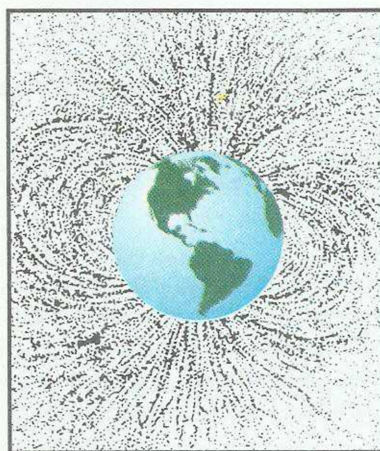


Figura 8 Representação do campo magnético terrestre.

6. EXPERIÊNCIA DE OERSTED

Até o começo do século XIX, não se conhecia uma relação entre a eletricidade e o magnetismo. Os ímãs não

interagem com corpos eletrizados em repouso. Assim, o Magnetismo e a Eletricidade eram dois ramos estudados separadamente dentro da Física.

Em 1820, Hans Christian Oersted deixou, em uma de suas aulas, uma pequena bússola abaixo de um circuito elétrico e verificou que ela era defletida quando se ligava o circuito. Oersted repetiu várias vezes a experiência concluindo que toda corrente elétrica gera ao redor de si um campo magnético (figura 9).

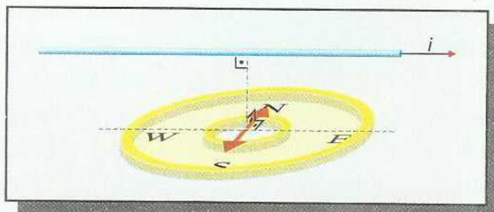


Figura 9 A bússola se orienta de acordo com o campo magnético gerado pela corrente elétrica. Com essa constatação, ficaram relacionados dois ramos da Física, antes estudados separadamente, a Eletricidade e o Magnetismo, dando origem ao Eletromagnetismo.

Vamos, agora, analisar o campo magnético gerado por condutores com diferentes geometrias percorridos por corrente elétrica.

7. FIO LONGO E RETO

A figura 10 ilustra as linhas de campo de um campo magnético gerado por uma corrente elétrica que percorre um fio longo e reto e o vetor campo magnético.

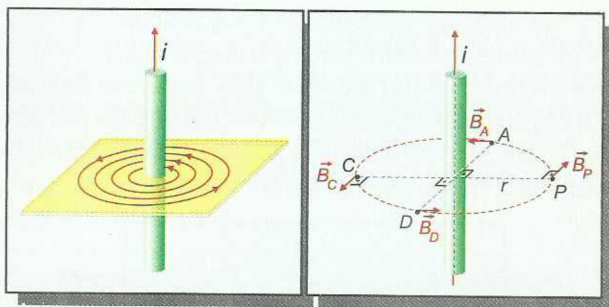


Figura 10 *(a)* Linhas do campo magnético em torno de um fio reto e longo conduzindo corrente elétrica *i* e *(b)* a direção do campo magnético é perpendicular ao plano determinado pelo ponto *P* e a reta que contém o fio.

Tomando-se como referência um observador, que olha para a página, o vetor *B* pode estar orientado no sentido de sair do plano do caderno ou no sentido de entrar no mesmo plano. A convenção aceita universalmente para se fazer essa representação está esquematizada na figura 11.

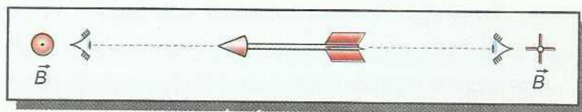


Figura 11 Um observador visualizando uma seta que vai ao seu encontro ou dele se afasta. Na primeira hipótese, ele verá a ponta da flecha e, na segunda, o penacho.

Cálculo de *B*

Experimentalmente, verificou-se que a intensidade do campo magnético criado pela corrente elétrica em um fio longo e reto é diretamente proporcional à intensidade da corrente (*i*) e inversamente proporcional à distância do ponto ao fio (*r*). A intensidade do campo pode ser calculada por:

$$B = \frac{\mu i}{2\pi r}$$

Nessa expressão, a constante μ é a permeabilidade magnética do meio onde estiver imerso o fio. No vácuo, essa constante vale $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ (S.I.).

A unidade de campo magnético, no S.I., é o tesla (T), em homenagem a Nicola Tesla (1856-1943), tido como um dos inventores da geração e transmissão de energia elétrica, usando o processo de corrente alternada.

A direção e o sentido do campo magnético são dados pela **regra da mão direita** (figura 12).

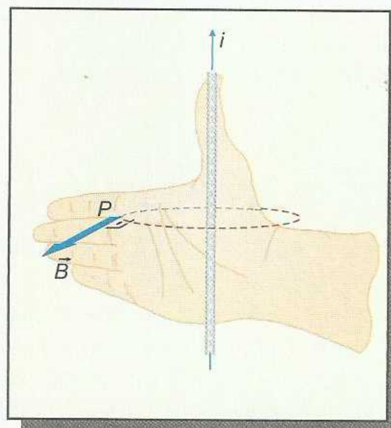


Figura 12 Devemos imaginar a mão direita espalmada, com o polegar acompanhando o sentido da corrente. Os outros dedos devem ser levados para o ponto onde queremos determinar o vetor campo magnético. O empurrão que seria dado, pelos outros quatro dedos, determina o sentido do campo magnético gerado.

8. ESPIRA CIRCULAR

Em geral, a espira é uma figura plana, como, por exemplo, um retângulo, um triângulo ou uma elipse. Se a figura perfaz uma circunferência, trata-se de uma espira circular (figura 13).

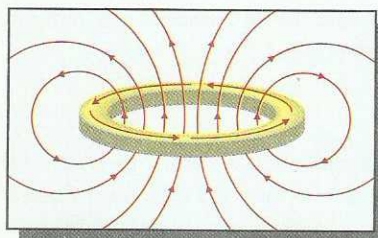


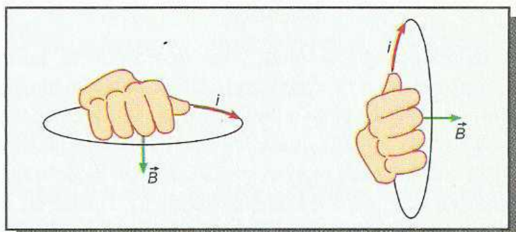
Figura 13 Ilustração das linhas de campo magnético de uma espira circular.

O campo magnético gerado pela espira circular não é uniforme. Devemos, portanto, definir o ponto no qual efetuaremos o cálculo. A intensidade do campo magnético no centro da espira pode ser calculada por:

$$B = \frac{\mu i}{2R}$$

Nessa expressão, R é o raio da circunferência determinada pela espira.

A direção do campo magnético $\vec{B}$ é perpendicular ao plano da espira e, para a determinação do sentido, utilizamos a regra da mão direita.



9. SOLENÓIDE

Chamamos de **solenóide** um enrolamento de fio que acompanha a superfície lateral de um cilindro (figura 14).

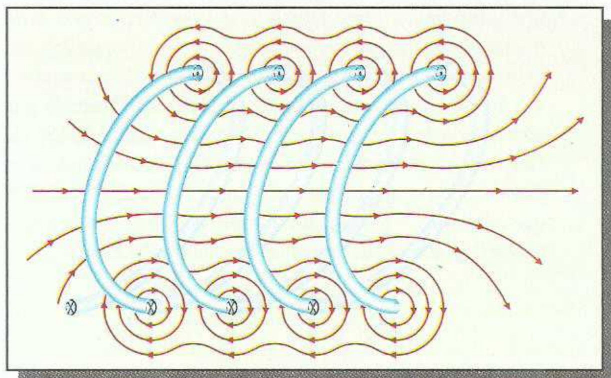


Figura 14 Linhas de campo magnético de um solenóide. À medida que as espiras ficam mais próximas, o campo no interior do solenóide tende a um campo uniforme e externamente tende a zero.

Vamos considerar a situação em que o comprimento do tubo predomina em relação ao seu diâmetro ($\ell > 10\ d$). Nesse caso, o campo magnético no interior do solenóide é aproximadamente uniforme, havendo apenas uma distorção nas extremidades. Na região externa ao cilindro, a intensidade do campo magnético é praticamente nula.

Para pontos interiores, a intensidade do campo é dada por:

$$B = \frac{n}{\ell}\mu i$$

Nessa expressão, n é o número total de voltas e L é o comprimento do tubo.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 (Uniube-MG) Dois ímãs idênticos se atraem quando colocados na posição indicada no esquema a seguir:



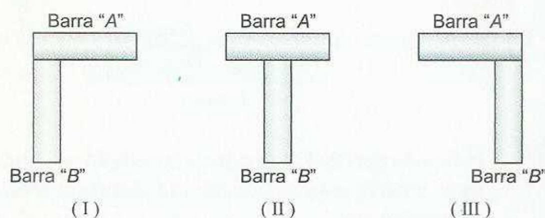
Considere as afirmações:

I. Os pólos X e Y podem ser, respectivamente, norte e sul.
II. Os pólos X e Y podem ser, ambos, norte.
III. Os pólos X e Y podem ser, ambos, sul.

Dessas afirmações:

a) I e II são corretas.
b) II e III são corretas.
c) Somente I é correta.
d) Somente II é correta.
e) Somente III é correta.

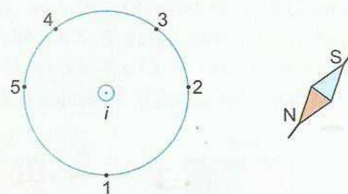
2 (Unama-AM) Há duas barras de ferro aparentemente iguais. Para estudá-las, fizemos o seguinte: a mesma extremidade da barra B foi colocada em contato com três pontos da barra A, como mostram as figuras abaixo. Nos casos (I) e (III) verificaram-se atrações, mas nada se verificou no caso (II).



Do exposto é certo concluir que:

a) as duas barras podem estar imantadas.
b) apenas a barra A está imantada.
c) apenas a barra B está imantada.
d) pela experiência é impossível saber qual das barras está imantada.

3 (U.F. Santa Maria) A figura representa um fio condutor perpendicular ao plano da página, no centro de um círculo que contém os pontos 1, 2, 3, 4 e 5. O fio é percorrido por uma corrente i que sai desse plano.

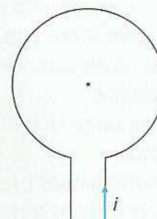


A agulha de uma bússola sofre a deflexão indicada quando colocada no ponto (despreze o campo magnético da Terra):

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

4 Uma espira circular de raio 10 cm, no vácuo, é percorrida por uma corrente de intensidade 10 A.

a) Determine o vetor indução magnética, em módulo, direção e sentido, no centro da espira.
b) O que acontece com o vetor indução magnética se invertermos o sentido da corrente elétrica?



5 (Fesp-SP) Um solenóide de comprimento 5 cm é construído com 1.000 espiras e percorrido por uma corrente de 2 A. Dado $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Tm/A, o campo magnético no centro do solenóide vale, aproximadamente:

a) $1,25 \cdot 10^{-2}$ T
b) $2,5 \cdot 10^{-2}$ T
c) $5,0 \cdot 10^{-2}$ T
d) $7,5 \cdot 10^{-2}$ T
e) $12,5 \cdot 10^{-3}$ T



EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

6 (Fuvest-SP) Um ímã, em forma de barra, de polaridade N (norte) e S (sul), é fixado numa mesa horizontal. Um outro ímã semelhante, de polaridade desconhecida, indicada por A e T, quando colocado na posição mostrada na figura 1, é repelido para a direita. Quebra-se esse ímã ao meio e, utilizando as metades, fazem-se quatro experiências, representadas nas figuras I, II, III e IV, em que as metades são colocadas, uma de cada vez, nas proximidades do ímã fixo.

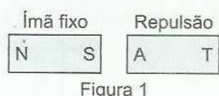


Figura 1

Indicando por "nada" a ausência de atração ou repulsão da parte testada, os resultados das quatro experiências são, respectivamente:



a) repulsão, atração, repulsão, atração.
b) repulsão, repulsão, repulsão, repulsão.
c) repulsão, repulsão, atração, atração.
d) repulsão, nada, nada, atração.
e) atração, nada, nada, repulsão.

7 (Unirio) Dois ímãs estão dispostos em cima de uma mesa de madeira, conforme figura. F_1 é o módulo da força que o ímã II exerce sobre o ímã I e F_2 é o módulo da força que o ímã I exerce sobre o ímã II. Podemos afirmar que:

Ímã I — N S — $\vec{F}_1$ → ← $\vec{F}_2$ — N S — Ímã II

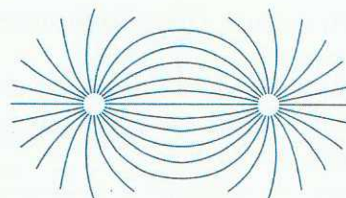
a) $F_1 = F_2 > 0$
b) $F_1 = F_2 = 0$
c) $F_2 < F_1$, pois o pólo norte atrai o pólo sul.
d) $F_2 > F_1$, pois o pólo sul atrai o pólo norte.
e) As forças são diferentes, embora não se possa afirmar qual é a maior.

8 (Mackenzie-SP) Os fenômenos físicos observados na natureza são estudados por meio de modelos criados pelo homem, com o objetivo de uma interpretação sobretudo analítica. O vetor campo elétrico e o vetor indução magnética são exemplos disso, pois tais grandezas nos ajudam a traduzir vários fenômenos. Baseados em seus respectivos conceitos, afirmamos:

I. Somente uma carga elétrica fixa gera ao seu redor um campo elétrico.
II. somente um ímã natural e em repouso gera ao seu redor um campo de indução magnética.
III. Uma carga elétrica em movimento gera ao seu redor tanto um campo elétrico quanto um campo de indução magnética. Nessas condições:

a) I e II são corretas.
b) somente I é correta.
c) somente II é correta.
d) somente III é correta.
e) todas são falsas.

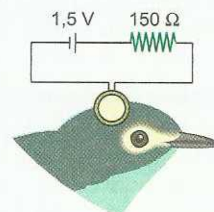
9 (UFMG) Um professor apresenta a figura abaixo aos seus alunos e pede que eles digam o que ela representa.



Andrea diz que a figura pode representar as linhas de campo elétrico de duas cargas elétricas idênticas. Beatriz diz que a figura pode representar as linhas de campo elétrico de duas cargas elétricas de sinais contrários. Carlos diz que a figura pode representar as linhas de indução magnética de dois pólos magnéticos idênticos. Daniel diz que a figura pode representar as linhas de indução magnética de dois pólos magnéticos contrários.
Os alunos que responderam corretamente são:

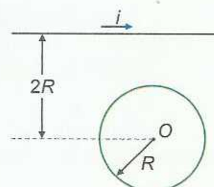
a) Andrea e Carlos.
b) Andrea e Daniel.
c) Beatriz e Carlos.
d) Beatriz e Daniel.

10 (Vunesp) Um cientista da área de Biomagnetismo projetou uma experiência que consistia em aplicar um campo magnético diretamente sobre a cabeça de uma ave, usando uma bobina circular de 100 espiras, cujo diâmetro era de 2,0 cm. O fio era suficientemente fino para se poder utilizar a expressão do campo de uma espira. A corrente era fornecida por uma bateria de 1,5 V, tendo no circuito um resistor de 150 Ω. Desprezando a resistência do fio da bobina e admitindo-se a permeabilidade magnética como $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ TmA^{-1} e que 1 T (tesla) = 10^4 G (gauss), pode-se afirmar que o campo magnético, em gauss, resultante no centro da bobina é:



a) $3,14 \cdot 10^{-4}$ G
b) $6,28 \cdot 10^{-1}$ G
c) $9,42 \cdot 10^{-1}$ G
d) $12,6 \cdot 10^{1}$ G
e) $0,314 \cdot 10^{-1}$ G

11 (Faap-SP) O condutor retilíneo muito longo indicado na figura é percorrido pela corrente i = 62,8 A. O valor da corrente i na espiral circular de raio R, para que seja nulo o campo magnético resultante no centro O, será igual a:

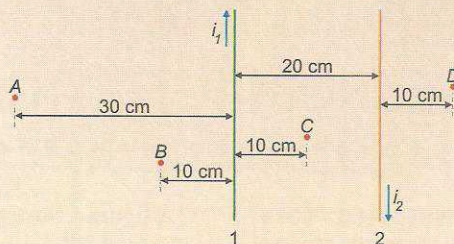


a) nulo
b) 1 A
c) 1.000 A
d) 100 A
e) 10 A



ATIVIDADE ESPECIAL: Campo magnético de correntes elétricas

A figura mostra dois fios retos e longos, 1 e 2, paralelos, separados por 20 cm, conduzindo correntes elétricas de 10 A e 20 A, respectivamente.



Sendo o campo magnético de um fio reto e longo $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$ e $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$Tm/A, a expressão para o cálculo do campo magnético pode ser usada como:

$$B = 2 \cdot 10^{-7} \frac{i}{r} \text{ (tesla)}$$

Nessa expressão, i é a intensidade de corrente elétrica, em ampère, e r é a distância, em metros, do fio ao ponto onde se deseja calcular o campo.

Com base nessas informações, responda às questões.

1. Determine os módulos dos campos magnéticos produzidos pelos fios 1 e 2 nos pontos *A*, *B*, *C* e *D*.
2. Em quais pontos, os vetores campo magnético possuem o mesmo sentido? E sentidos contrários?
3. Em qual região o campo magnético resultante pode ser nulo: entre os fios, à esquerda do fio 1 ou à direita do fio 2? Justifique.
4. Usando as convenções **X** (perpendicular ao plano do papel e para dentro) e • (perpendicular ao plano do papel para fora), faça a representação do campo magnético resultante nas três regiões do item anterior.
5. Determine a que distância dos fios o campo magnético resultante é nulo.

Capítulo 33

FORÇA MAGNÉTICA E INDUÇÃO ELETROMAGNÉTICA

Quebra a força centrípeta que a amarra
Mas, de repente, e quase morta, esbarra
No molambo da língua paralítica!
Augusto dos Anjos

No começo do século XIX, verificou-se que era possível obter o magnetismo a partir da eletrodinâmica. Daí a pergunta que se colocava: Não seria então possível, a partir dos ímãs, obter-se uma corrente elétrica? Em outras palavras, se com a eletrodinâmica obtiveram-se ímãs artificiais, não seria possível, com o magnetismo, obterem-se geradores artificiais de eletricidade, sem o uso de processos químicos?

Em 1831, Michael Faraday resolveu essa questão com a descoberta do fenômeno da indução eletromagnética.

É com a exploração desse fenômeno que se produz a energia elétrica nas grandes usinas, que funcionam os motores elétricos, as telecomunicações e as gravações magnéticas.



Michael Faraday (1791-1867), cientista inglês, homenageado na cédula de 20 libras.

1. FORÇA MAGNÉTICA SOBRE CARGA MÓVEL

A denominação **força magnética** é muitas vezes substituída por **força de Lorentz**, em homenagem a um dos precursores da Teoria da Relatividade com suas idéias inovadoras no campo do magnetismo. Lorentz identificou a origem da força magnética equacionando o movimento relativo de cargas elétricas.

Consideremos uma partícula eletrizada – carga elétrica – deslocando-se com velocidade v em relação às linhas de um campo magnético uniforme. Como todo movimento é relativo, para que essa velocidade seja não-nula, ou movimentamos a carga em relação às linhas ou movimentamos as linhas em relação à carga (caso de um ímã deslocando-se) ou ainda ambos.

A figura 1 ilustra uma carga $q > 0$, deslocando-se com velocidade $\vec{v}$, em relação às linhas do campo magnético uniforme $\vec{B}$.

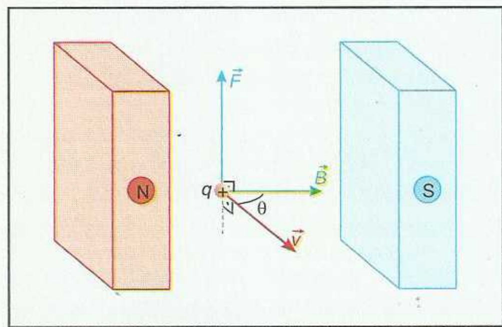
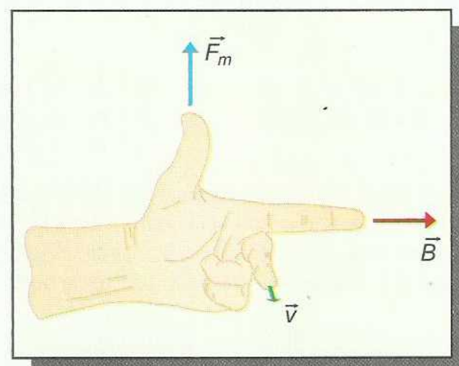


Figura 1. Ilustração, em perspectiva, do movimento de uma carga elétrica em um campo magnético uniforme.

A força magnética $\vec{F}_m$ que age na carga elétrica por causa do campo magnético apresenta as seguintes características:

- **Intensidade**
  $|\vec{F}_m| = |q| \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{B}| \cdot \text{sen}\ \theta$
  Nessa expressão, θ é o ângulo entre os vetores $\vec{v}$ e $\vec{B}$.
- **Direção** – perpendicular ao vetor velocidade e ao vetor campo magnético. Portanto, a força magnética será sempre perpendicular ao plano determinado pelos vetores $\vec{v}$ e $\vec{B}$.
- **Sentido** – regra da mão esquerda.

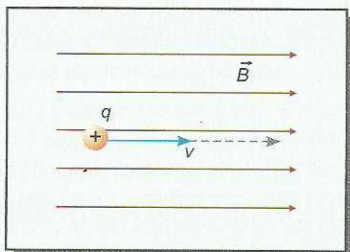


Nos dedos da mão esquerda, vinculamos três vetores. A força corresponde ao polegar, o campo magnético ao indicador e o dedo médio ao vetor velocidade. Caso a carga de prova seja negativa, basta inverter o sentido do vetor que se quer determinar.

2. TRAJETÓRIAS DE UMA CARGA EM C.M.U.

Ao lançar uma carga de prova em um campo magnético uniforme, podemos fazê-lo sob vários ângulos. Vamos analisar cada uma das possibilidades.

Lançamento paralelo ao campo magnético: θ = 0 ou θ = 180°



Nesse caso, a intensidade da força magnética será nula. Na existência de outras forças, a carga de prova, por inércia, prosseguirá em movimento retilíneo e uniforme.

Lançamento perpendicular ao campo magnético: θ = 90°

Nesse caso, a força magnética tem módulo constante e é sempre perpendicular ao vetor velocidade. Além disso, como a velocidade também é perpendicular ao campo magnético, o movimento fica restrito a um plano que contem os vetores $\vec{v}$ e $\vec{F}$, fixo em relação às linhas do campo magnético. Da Dinâmica, sabemos que o único caso de movimento plano em que isso ocorre, é no movimento circular e uniforme. Assim, a força magnética desvia o vetor velocidade, sem alterar seu módulo, mas após cada desvio, ela continua perpendicular à nova direção do movimento, confinando a carga a uma trajetória circular (figura 2).

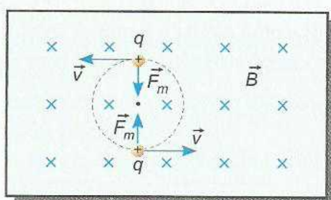


Figura 2 Trajetória de uma carga positiva em um C.M.U.: a força magnética acarreta uma resultante centrípeta.

A intensidade da força magnética será dada por:

$$|\vec{F}_m| = |q| \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{B}| \cdot \text{sen}\,\theta$$

Como, nesse caso, sen θ = 1, temos:

$$F_m = |q|\, vB \qquad \text{(I)}$$

Como a força magnética é a resultante centrípeta:

$$F_m = ma_c = m\,\frac{v^2}{R} \qquad \text{(II)}$$

Igualando-se a expressões (I) e (II), obtemos:

$$m\,\frac{v^2}{R} = |q|\, vB \rightarrow \boxed{R = \frac{mv}{|q|B}}$$

Podemos calcular também o período (intervalo de tempo para uma volta completa):

$$T = \frac{2\pi R}{v}$$

$$T = \frac{2\pi}{v} \cdot \frac{mv}{|q|B} \rightarrow \boxed{T = \frac{2\pi m}{|q|B}}$$

Lançamento oblíquo ao campo magnético

Já vimos que um movimento pode ser decomposto em outros dois de direções perpendiculares. Vamos aplicar esse conceito para o lançamento oblíquo (figura 3).

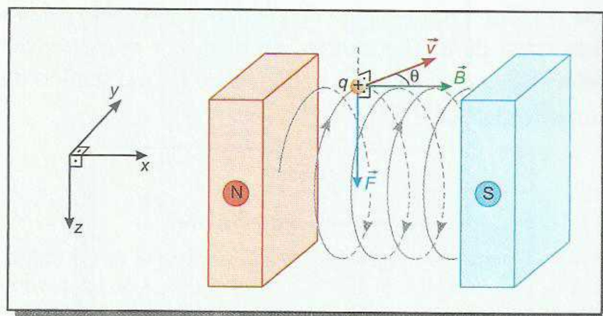


Figura 3 A velocidade é oblíqua em relação às linhas do campo magnético.

Devido à componente perpendicular ao campo magnético (v_y), a partícula executa um movimento circular e uniforme, conforme vimos no tópico anterior; ao mesmo tempo, devido à componente paralela ao campo, a partícula executa um movimento retilíneo e uniforme. Compondo-se os dois movimentos, pois eles acontecem simultaneamente, obtemos uma trajetória que acompanha a superfície de um cilindro, cujo raio calculamos pela componente v_y. A curva descrita é denominada **hélice cilíndrica** e não deve ser confundida com a espiral, que é uma curva plana.

3. FORÇA MAGNÉTICA SOBRE UM CONDUTOR RETILÍNEO

Consideremos várias cargas em movimento, sob a ação de um campo magnético uniforme. Essas cargas estão confinadas em um fio e constituem uma corrente elétrica (figura 4).

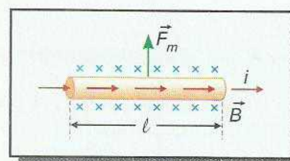


Figura 4 Um condutor retilíneo imerso em um C.M.U. sofre a ação de uma força magnética.

Sendo ℓ o comprimento do fio e v a velocidade dos portadores de carga, a quantidade de cargas no fio corresponde ao total de portadores que irão percorrer o fio, de um extremo a outro, no intervalo de tempo Δt.

Como $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$, obtemos $v = \dfrac{\ell}{\Delta t}$. A força magnética é dada por:

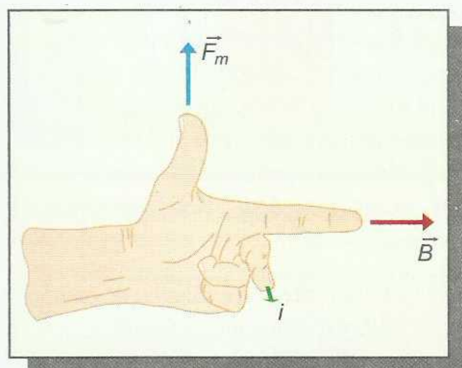
$$F_m = |\Delta q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}\,\theta = |\Delta q| \cdot \frac{\ell}{\Delta t} \cdot B \cdot \text{sen}\,\theta$$

Nessa expressão, θ é o ângulo entre o fio e as linhas de campo.

Lembrando que $i = \dfrac{|\Delta q|}{\Delta t}$, concluímos que:

$$F_m = Bi\ell \cdot \text{sen}\,\theta$$

A **direção** da força magnética é perpendicular ao plano determinado pela reta que contém o fio e a reta que contém o vetor campo magnético, e o **sentido** é dado pela regra da mão esquerda, na qual, em vez do vetor velocidade, consideramos a direção do fio e o sentido da corrente elétrica.



4. FORÇA ENTRE FIOS PARALELOS

Consideremos dois fios longos e paralelos, 1 e 2, percorridos pelas correntes elétricas i_1 e i_2 (figura 5).

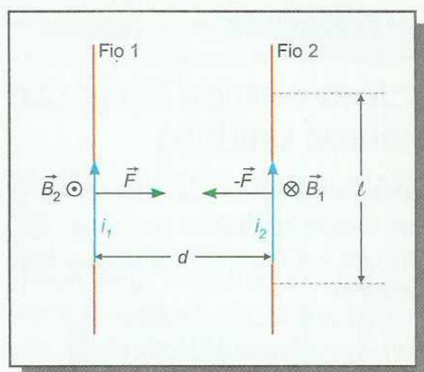


Figura 5 Dois fios paralelos percorridos por correntes elétricas interagem com uma força magnética.

A corrente elétrica i_1 gera um campo magnético que age sobre o fio 2 e a corrente i_2 gera um campo magnético que age sobre o fio 1. Como resultado, os fios interagem com uma força magnética. Considerando um trecho de fio com comprimento ℓ, a intensidade dessa força será:

$$F_m = Bi\ell \cdot \text{sen}\,\theta$$

$$\begin{cases} B = B_1 = \dfrac{\mu i_1}{2\pi d} \\ i = i_2 \\ \theta = 90° \end{cases} \rightarrow \quad F_m = \frac{\mu i_1 i_2 \ell}{2\pi d}$$

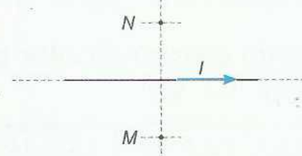
Observação

- Se os fios forem percorridos por correntes que têm o mesmo sentido, a força magnética será de atração e, se as correntes têm sentidos opostos, a força será de repulsão.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 (Vunesp) A figura mostra um fio condutor reto e longo, percorrido por uma corrente elétrica *I*, e dois pontos, *M* e *N*, próximos ao fio, todos no mesmo plano do papel.

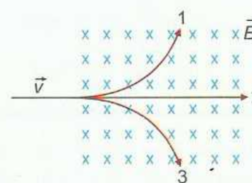


Uma partícula carregada positivamente passa, num certo instante, pelo ponto *M* com uma velocidade perpendicular ao plano do papel e "penetrando" nele. Uma outra partícula, também carregada positivamente, passa pelo ponto *N*, num outro instante, com uma velocidade que tem a mesma direção e o mesmo sentido da corrente.

a) Represente o campo magnético *B* criado pela corrente *I* nos pontos *M* e *N*.

b) Represente a força magnética $\vec{F}$ agindo sobre as partículas nos pontos *M* e *N* nos instantes considerados.

2 (UFPR) Um campo magnético é atravessado por um feixe de elétrons, como mostra a figura. A trajetória dos elétrons, dentro do campo magnético, é mais bem representada:



a) pela curva 2.

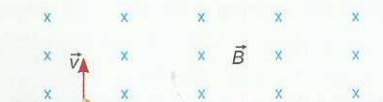
b) pela curva 1.

c) por nenhuma dessas curvas, pois elétrons não podem atravessar campos magnéticos.

d) pela curva 3.

e) por uma outra curva, fora do plano do papel.

3 Uma partícula de massa *m* e carga $q < 0$ é lançada com velocidade *v* em uma região na qual existe um campo magnético uniforme $\vec{B}$, conforme a figura.



Em relação ao movimento da partícula dentro da região, são feitas as seguintes afirmações:

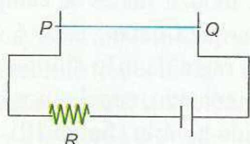
I. A partícula descreve um movimento circular e uniforme no sentido anti-horário.

II. O raio da curva descrita pela partícula não depende de sua massa.

III. A partícula descreve uma semicircunferência para a direita, saindo da região com velocidade v, orientada para baixo.

a) Somente a afirmativa I é correta.
b) Somente a afirmativa II é correta.
c) Somente a afirmativa III é correta.
d) As afirmativas II e III são corretas.
e) Todas as afirmativas são corretas.

4 Na figura, a fem do gerador é 20 V e a resistência total do circuito é representada por R e vale 4 Ω. O fio horizontal PQ, de 10 cm de comprimento e 30 g de massa, está ligado aos fios verticais de forma a poder deslizar livremente, sem atrito. Devido à existência de um campo magnético constante na região e perpendicular ao fio, o fio PQ permanece em repouso.



Considere as seguintes afirmações:

I. A corrente elétrica no fio PQ vale 5 A e tem sentido de Q para P.

II. O vetor indução magnética possui módulo de 0,6 T e é perpendicular à página, orientado para fora dela.

III. Se invertermos o sentido do campo magnético, o fio PQ será acelerado para cima.

Quais afirmações são corretas?

5 (UFMG) Dois fios paralelos, percorridos por correntes elétricas de intensidades diferentes, estão se repelindo. Com relação às correntes nos fios e às forças magnéticas com que um fio repele o outro, é correto afirmar que:

a) as correntes têm o mesmo sentido e as forças têm módulos iguais.
b) as correntes têm sentidos contrários e as forças têm módulos iguais.
c) as correntes têm o mesmo sentido e as forças têm módulos diferentes.
d) as correntes têm sentidos contrários e as forças têm módulos diferentes.

Exercícios complementares: 8 e 9.

5. FORÇA ELETROMOTRIZ INDUZIDA

Suponhamos um condutor retilíneo deslocando-se perpendicularmente às linhas de um campo magnético uniforme (figura 6).

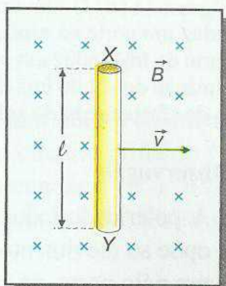


Figura 6 Condutor retilíneo deslocando-se em um campo magnético uniforme.

Como se trata de um condutor metálico, ele possui elétrons livres que se deslocam com a mesma velocidade do condutor. Portanto, eles ficarão sujeitos a uma força magnética, dada pela regra da mão esquerda. A ação da força magnética vai provocar o acúmulo de cargas negativas na extremidade Y e a falta, na extremidade X.

À medida que acontece a separação das cargas, estabelece-se no condutor um campo elétrico, dirigido de X para Y. Após um curtíssimo intervalo de tempo, cessa o deslocamento dos portadores de carga em relação ao condutor, pois a força elétrica, devido à separação das cargas, equilibra a força magnética (figura 7).

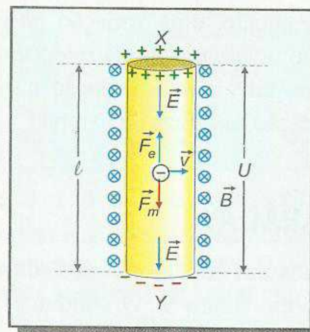


Figura 7 A separação das cargas origina um campo elétrico, orientado de X para Y.

Como resultado da separação das cargas, teremos, entre os extremos do fio, uma tensão U, chamada **tensão induzida**.

Considerando o fato de o campo elétrico ao longo do fio ser uniforme, podemos escrever:

$$Ed = U \qquad (d = \ell\text{: comprimento do fio})$$

Por causa do equilíbrio de cada portador de carga no interior do fio, temos:

$$F_{\text{elétrica}} = F_{\text{magnética}}$$

$$|q|\,E = |q|\,v \cdot B \rightarrow \frac{U}{\ell} = vB$$

Normalmente, a tensão induzida U é chamada de **força eletromotriz induzida** ε. Assim, temos:

$$\varepsilon = B\ell v$$

6. FLUXO DE UM CAMPO VETORIAL

Imaginemos um campo magnético uniforme B "atravessando" uma superfície, cuja reta normal a ela seja $\vec{v}$ (figura 8).

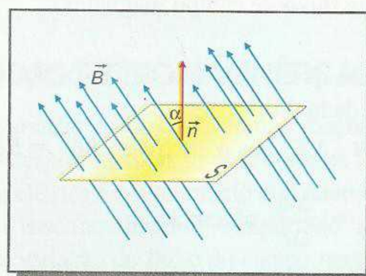


Figura 8 Fluxo magnético através de uma superfície.

Por definição, o fluxo do campo magnético através dessa superfície é:

$$\phi = |\vec{B}| A \cdot \cos \alpha$$

em que α é o ângulo entre a normal $(\vec{n})$ à superfície atravessada e as linhas de campo.

No S.I., a unidade de fluxo de campo magnético é weber (**Wb**): 1 Wb = 1 Tm^2.

Observação

- Para provocar uma variação no fluxo de campo magnético através de uma espira, podemos produzir, isolada ou simultaneamente, uma variação na área abraçada pela espira ou uma variação na intensidade do campo magnético ou, ainda, uma variação na inclinação da espira em relação às linhas de campo.

7. LEI DE FARADAY

Consideremos um condutor conectado a um circuito elétrico, conforme figura 9. O condutor pode deslizar pelos trilhos condutores 1 e 2.

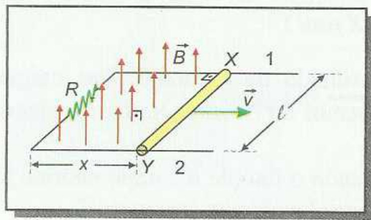


Figura 9 O circuito compreende (abraça) uma região que é atravessada por um campo magnético uniforme $\vec{B}$.

Com o deslocamento do condutor *XY*, há uma variação de fluxo, pois a área enlaçada pelos fios varia. Faraday observou que o valor médio da variação de fluxo no decorrer do tempo correspondia exatamente à tensão média (força eletromotriz) induzida nesse circuito. Assim:

$$\mathcal{E}_m = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

Observação

- A lei de Faraday tem validade geral, para qualquer variação de fluxo de campo magnético.

Lembrando que a variação de fluxo, no intervalo de tempo Δt, é dada por:

$$\Delta\phi = B \cdot \Delta A \cdot \cos\alpha \rightarrow \Delta\phi = B\ell x = B\ell v \cdot \Delta t$$

Como $\mathcal{E}_m = \dfrac{\Delta\phi}{\Delta t}$, obtemos:

$$\mathcal{E}_m = \frac{B\ell v \cdot \Delta t}{\Delta t} \rightarrow \varepsilon = B\ell v$$

8. LEI DE LENZ

Estando o circuito fechado, como ocorre na figura 9, devido à força eletromotriz induzida, estabelece-se uma corrente elétrica induzida. Três anos após Faraday ter publicado a lei da indução, em 1834 Heinrich Friedrich Lenz enunciou a lei para a determinação do sentido da corrente induzida numa espira:

> O sentido da corrente induzida em uma espira condutora é tal que tende a manter constante o fluxo do campo magnético através dessa espira.

Com base na figura 9, à medida que o condutor *XY* se desloca sobre os trilhos condutores, observamos um aumento na área da espira e, portanto, um aumento no fluxo de linhas de campo que atravessam a espira de baixo para cima. A corrente induzida deve ser tal que tende a manter o fluxo constante. Para isso, a corrente induzida deve induzir linhas de campo que atravessem a espira de cima para baixo. Esse é o campo magnético induzido. Pela regra da mão direita, conhecendo o sentido do campo induzido, concluímos que a corrente induzida terá sentido horário (figura 10).

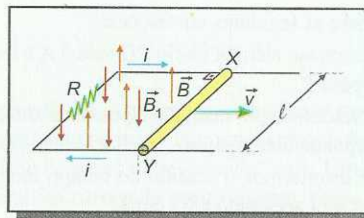


Figura 10 A corrente induzida no sentido horário se opõe à variação do fluxo.

A figura 11 apresenta quatro casos de um ímã movimentando-se em relação a uma espira circular.

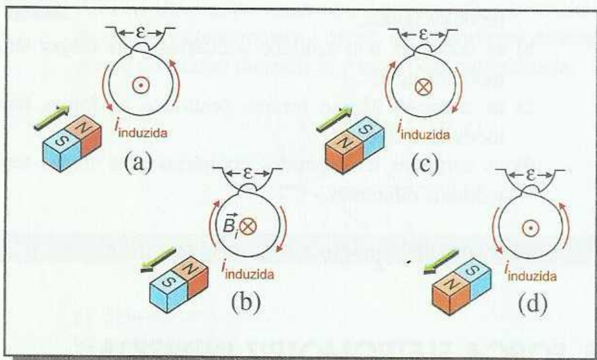


Figura 11 *(a)* O movimento de aproximação do norte do ímã induz um norte na espira. *(b)* O movimento de afastamento do norte do ímã induz um sul na espira. *(c)* O movimento de aproximação do sul do ímã induz um sul na espira. *(d)* O movimento de afastamento do sul do ímã induz um norte na espira.

Observação

- A polaridade induzida na espira é tal que a espira se opõe ao movimento do ímã. Se o ímã se aproxima com um pólo norte, na espira é induzido outro norte, opon-

do-se à aproximação; entretanto, se o ímã se afasta com o pólo sul apontando para a espira, há a indução de um pólo norte, opondo-se ao afastamento.

Uma outra forma de entender a lei de Lenz é que:

O sentido da corrente induzida deve ser tal que não viole o princípio da conservação da energia.

Na figura 11(a) temos um pólo norte aproximando-se da espira. Se o sentido da corrente induzida fosse tal que a espira mostrasse para o ímã uma face sul, a mútua atração iria acelerar o ímã, aumentando ainda mais a corrente induzida e gerando energia sem dispêndio algum. Concluímos que o sentido da corrente induzida deve ser tal que induza na espira uma polaridade contrária ao movimento do ímã.

9. TRANSFORMADOR

É comum a utilização de um transformador (figura 12) para se ligar um aparelho especificado para funcionar com 110 V em tomadas nas quais a tensão é 220 V.

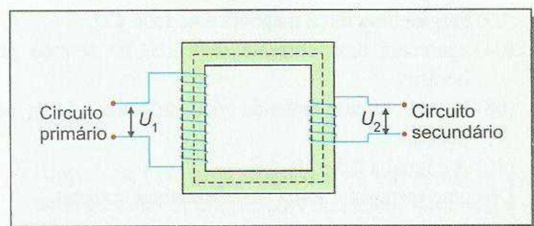


Figura 12 Transformador, dispositivo elétrico bastante usado para modificar a tensão.

O circuito denominado **primário** contém N_1 espiras enroladas em um núcleo de ferro. O circuito denominado **secundário** contém N_2 espiras enroladas nesse mesmo núcleo.

Um fluxo magnético atravessa o núcleo de ferro. Caso esse fluxo seja constante, não há indução. Para que o aparelho funcione, é necessário um fluxo variável, obtido por meio de uma tensão variável. Em cada espira do circuito primário, a tensão induzida é:

$$U = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

Como há N_1 espiras, a tensão total é $U_1 = N_1U$. Do mesmo modo, no circuito secundário, a tensão induzida é $U_2 = N_2U$. Podemos, então, escrever:

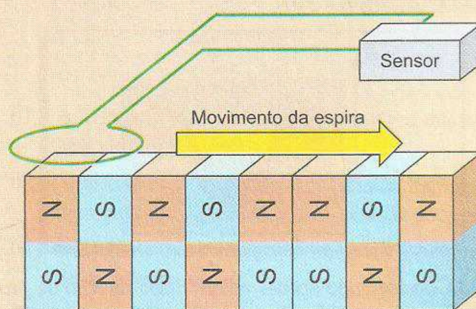
$$\frac{U_2}{N_2} = \frac{U_1}{N_1}$$

Os transformadores apresentam alto rendimento. Podemos dizer que a potência do circuito primário ($\mathcal{P}_1$) é igual à potência do circuito secundário ($\mathcal{P}_2$). Assim, temos que à maior tensão corresponde uma menor corrente elétrica:

$$\mathcal{P}_1 = \mathcal{P}_2 \rightarrow U_1i_1 = U_2i_2$$

Gravação e leitura em materiais magnéticos

Na figura, uma pequena espira circular passa por uma fileira de barras ferromagnéticas, algumas magnetizadas com o norte para cima e outras com o norte para baixo. Nessas condições, há dois sentidos possíveis para a corrente induzida na espira e esse sinal pode ser captado por um sensor.



1 0 1 0 1 1 0 1 = 173 (?)

Considerando que magnetizado norte seja o número 1 e magnetizado sul, o número 0, a passagem da espira por essa seqüência de barras corresponde à leitura de um número escrito na forma binária. Na base decimal, esse número é 173.

1	0	1	0	1	1	0	1
2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

128 + 0 + 32 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1 = 173

Para a gravação, fazemos o processo inverso. Ao passar por uma barra, na espira pode estar circulando uma corrente elétrica no sentido horário ou anti-horário, correspondendo a diferentes imantações.

A gravação magnética de números, códigos, documentos em geral e até imagens está muito presente em nossos dias, como, por exemplo, os cartões bancários, disquetes, discos rígidos etc.

É claro que a exposição desses materiais a campos magnéticos intensos arruína todas as informações armazenadas.

CID



10. ONDAS ELETROMAGNÉTICAS

Uma variação no fluxo do campo magnético que atravessa uma espira induz nela uma corrente elétrica. Como a corrente elétrica é o movimento ordenado dos portadores de carga e esse movimento é "empurrado" por um campo elétrico, a variação do fluxo do campo magnético induziu um campo elétrico. O processo inverso também é possível: um campo elétrico variável induz um campo magnético.

Podemos observar, então, que, uma vez produzido um campo elétrico variável, esse campo induz um campo magnético também variável que, por sua vez, induz um campo elétrico variável, e assim sucessivamente. Essa seqüência de induções é um pulso **eletromagnético** propagando-se. Se a tensão da fonte for oscilante, temos uma seqüência de pulsos propagando-se que é **onda eletromagnética** (figura 13).

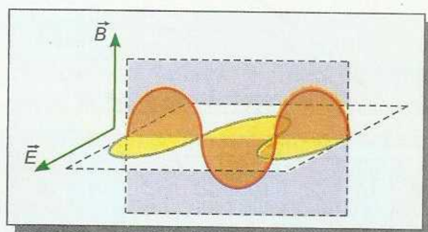


Figura 13 Considerando apenas determinada direção de propagação e uma fonte de perturbações eletromagnéticas que oscila continuamente, temos a representação das intensidades desses campos (elétrico e magnético) concatenados (um induz o outro e vice-versa).

James Clark Maxwell (1831-1879) previu, em 1873, a existência das ondas eletromagnéticas e deduziu que a velocidade dessas ondas no vácuo vale:

$$c = 299.792.458 \text{ m/s} \cong 3{,}0 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 300.000 \text{ km/s}$$

Nessa época, a única propagação conhecida com tal velocidade era a luz. Assim, Maxwell concluiu que a luz é uma onda eletromagnética.

Catorze anos mais tarde, usando o próprio fenômeno da indução eletromagnética, Heinrich Rudolf Hertz (1857-1894), verificou experimentalmente a existência das ondas previstas por Maxwell.

Sabemos que as substâncias em geral são constituídas de átomos, que por sua vez possuem prótons e elétrons – portadores de carga elétrica. À medida que aumentamos a temperatura de um corpo, os átomos oscilam com freqüência cada vez maior. Juntamente com os átomos, também oscilam os portadores de carga, o que ocasiona a produção de ondas eletromagnéticas. Maiores temperaturas dão origem a radiações de maior freqüência.

As freqüências das ondas eletromagnéticas variam desde alguns ciclos por segundo até altos valores, como, por exemplo, 10^{22} Hz, que é a freqüência de alguns raios cósmicos.

Podemos então classificar as ondas eletromagnéticas pelas suas freqüências, que estão relacionadas ao tipo de fonte usada em sua produção (figura 14).

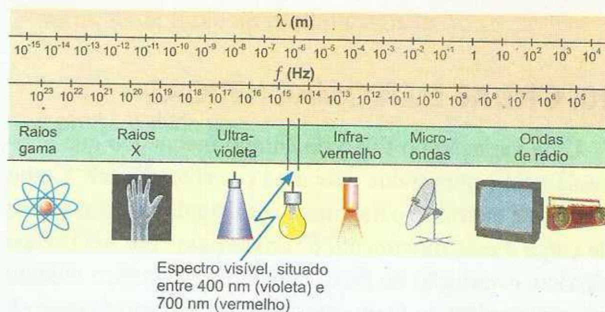


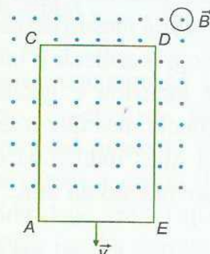
Figura 14 Espectro eletromagnético.

As ondas de rádio e televisão são produzidas em circuitos elétricos oscilantes; as microondas, em pequenas cavidades; já os raios X, que compreendem freqüências muito altas, são obtidos por oscilações que ocorrem em nível atômico ou pela desaceleração brusca de elétrons. Finalmente, os raios gama são produzidos em nível nuclear.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

6 (UFBA) A figura mostra uma espira condutora, retangular e indeformável, de peso igual a $2 \cdot 10^{-1}$N e resistência elétrica igual a R, que cai com velocidade constante de módulo igual a 10^{-1} m/s, na região do campo magnético uniforme $\vec{B}$, de intensidade igual a 1 T. Os lados AC e CD são, respectivamente, iguais a 10 cm e 5 cm.



Sendo assim, e desprezando-se a influência do ar, na espira:

(01) surgirá uma força eletromotriz induzida, somente no lado AC.
(02) surgirá uma força magnética no lado CD.
(04) aparecerá uma corrente induzida, no sentido anti-horário.
(08) haverá corrente induzida enquanto atuar a força magnética.
(16) R é igual a $2{,}5 \cdot 10^{-3}$ Ω.

Dê como resposta a soma das afirmativas corretas.

7 (UFRS) Num transformador, a razão entre o número de espiras no primário (N_1), e o número de espiras no secundário (N_2) é $\dfrac{N_1}{N_2} = 10$. Aplicando-se uma diferença de potencial alternada V_1 no primário, a diferença de potencial induzida no secundário é V_2. Supondo tratar-se de um transformador ideal, qual é a relação entre V_2 e V_1?

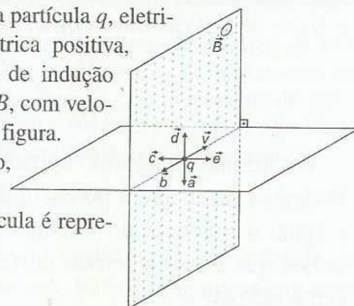
a) $V_2 = \dfrac{V_1}{100}$
b) $V_2 = \dfrac{V_1}{10}$
c) $V_2 = V_1$
d) $V_2 = 10V_1$
e) $V_2 = 100\,V_1$

Exercícios complementares: do 10 ao 13.



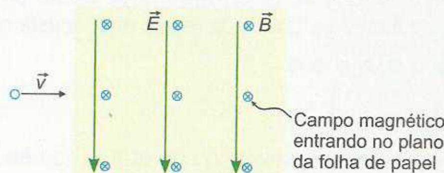
EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

8 (Mackenzie-SP) Uma partícula q, eletrizada com carga elétrica positiva, penetra num campo de indução magnética uniforme B, com velocidade v, conforme figura. No instante ilustrado, a força magnética que age sobre a partícula é representada pelo vetor:



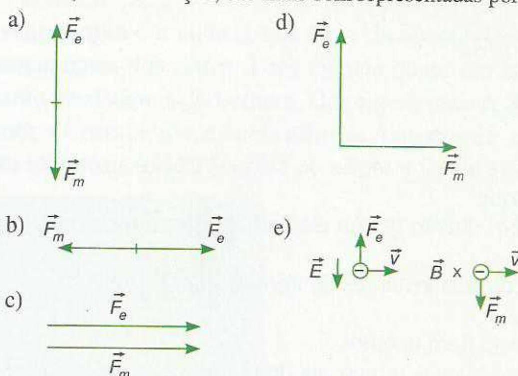
a) $\vec{a}$ b) $\vec{b}$ c) $\vec{c}$ d) $\vec{d}$ e) $\vec{e}$

9 (UFMG) Um elétron entra com uma velocidade $\vec{v}$ em uma região onde existem um campo elétrico $\vec{E}$ e um campo magnético $\vec{B}$ uniformes e perpendiculares entre si, como mostra a figura. A velocidade $\vec{v}$ é perpendicular aos dois campos.



O elétron não sofre nenhum desvio ao cruzar a região dos campos.

As forças elétricas, $\vec{F}_e$, e magnética, $\vec{F}_m$, que atuam sobre o elétron, nessa situação, são mais bem representadas por:



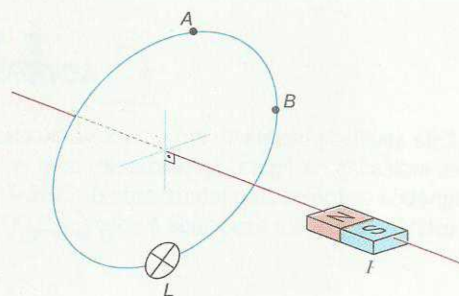
10 (Univali-SC) Na tarja magnética de um cartão de crédito estão gravadas as informações do cliente. Essa tarja é constituída por um composto de ferro que é magnetizado em determinadas regiões. Assim, uma seqüência de regiões magnetizadas/não-magnetizadas, como minúsculos ímãs, é convertida em um código com as informações pessoais. O leitor desse código consiste em espiras de fio condutor nas quais é induzida uma força eletromotriz, pelos minúsculos ímãs, enquanto o cartão é movimentado. Esse princípio, o da indução da força eletromotriz, é mais bem explicada pela:

CID



a) conservação da carga elétrica.
b) conservação da energia.
c) indução eletrostática.
d) variação do fluxo magnético.
e) lei de Coulomb.

11 (UFPR) Na figura está representada uma espira circular ligada a uma lâmpada incandescente L. O ímã I pode ser deslocado ao longo do eixo perpendicular ao plano da espira. Considere que as linhas de força do campo magnético do ímã saem de seu pólo N e entram em seu pólo S. Baseado nisso e nos conceitos da Eletricidade e do magnetismo, é correto afirmar:



01) A lâmpada pode acender, havendo afastamento ou aproximação do ímã.
02) À medida que o ímã se aproxima da espira, aparece nela uma corrente induzida no sentido de A para B.
04) O fluxo do campo magnético através da espira depende da posição do ímã.
08) A intensidade da corrente que circula pela lâmpada independe da velocidade com que o ímã se aproxima da espira.
16) Caso a lâmpada seja substituída por um galvanômetro, este indicará uma corrente elétrica num sentido quando o ímã se aproxima da espira e em sentido oposto quando o ímã se afasta dela.
32) O princípio da indução eletromagnética usado para explicar o aparecimento de corrente induzida na espira é também empregado para explicar o funcionamento do transformador.

Dê como resposta a soma das afirmativas corretas.

12 (UFMS) Após duas pilhas de 1,5 V serem ligadas ao primário de um pequeno transformador, conforme figura, não haverá voltagem induzida no secundário. Quais afirmações justificam esse fato?

I. Existe um fluxo magnético no secundário, mas ele não varia com o tempo.
II. Uma corrente contínua não produz campo magnético no núcleo de ferro.
III. O campo magnético criado na bobina do primário não atravessa o secundário.
IV. O número de espiras da bobina do secundário não é suficiente para o surgimento da voltagem induzida.
V. O número de pilhas no primário não é suficiente para o surgimento da voltagem induzida.



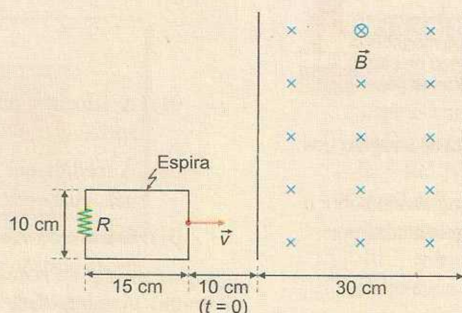
13 (E. F. E. Itajubá-MG) Um *CD player* portátil é alimentado por um transformador que baixa a tensão de 120 V para 12 V. Sabe-se que esse transformador tem 200 espiras no primário e que o aparelho é alimentado pelo secundário. A potência fornecida ao primário é 2,0 W e, supondo que não há dissipação de energia no transformador, determine:

a) o número de espiras no secundário;
b) a corrente no secundário.



ATIVIDADE ESPECIAL: *Corrente induzida*

Esta atividade baseia-se em um exercício clássico de indução eletromagnética: uma espira retangular, com as dimensões indicadas na figura, aproxima-se, com velocidade constante de 10 cm/s, de uma região onde existe um campo magnético uniforme com intensidade de 0,50 T. No instante inicial, a espira está a 10 cm da região onde existe o campo. A resistência elétrica associada à espira é 0,001 Ω.



Com base nessas informações, responda às questões.

1. Quanto tempo, a partir do instante inicial, a espira demora para atingir a região do campo? Qual é a corrente induzida na espira antes de ela atingir a região do campo? Justifique.
2. A partir do instante em que a espira atinge a região do campo, quanto tempo ela demora para penetrar totalmente no campo?
3. Qual é a variação de fluxo magnético através da espira entre os dois instantes do item anterior? Nessas condições, existe corrente induzida? Justifique.
4. Calcule a fem induzida e a corrente induzida correspondente ao item anterior.
5. Após a espira estar totalmente imersa no campo magnético, quanto tempo ela demora para começar a sair da região do campo? Nesse intervalo de tempo, existe corrente induzida? Justifique.
6. Quanto tempo a espira demora para deixar completamente a região do campo? Existe corrente induzida nesse intervalo de tempo? Justifique.
7. Calcule a variação do fluxo, a fem induzida e a corrente induzida no intervalo de tempo do item anterior.
8. Trace o gráfico do fluxo magnético em função do tempo.
9. Trace o gráfico da intensidade da corrente induzida em função do tempo.

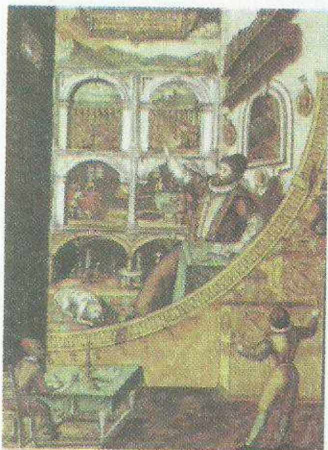
Capítulo 34

ASTRONOMIA

... são os astros que passam pelo silêncio mudo
para o reino do nada, escrevendo no céu as
estrofes de prata
Oh! que penas tão fundas e nunca aliviadas, ...

Federico García Lorca

A Astronomia é a ciência que trata da constituição e dos movimentos dos astros. Uma ciência quase tão antiga quanto a existência do homem. De origem mais recente, temos a Cosmologia, ciência afim da Astronomia, que trata da estrutura do Universo.



Quadrante mural do Observatório de Uraniborg, usado por Tycho Brahe (1546-1601), um dos maiores astrônomos do século XVI.

A Cosmologia moderna teve início em 1905, quando Albert Einstein (1879-1955) publicou a teoria especial da relatividade. Antes da teoria da relatividade, o espaço e o tempo eram vistos como dois entes separados e não relacionados. A relatividade mostrou que o espaço e o tempo podem ser vistos como dois aspectos de uma mesma entidade: o espaço-tempo.

Em 1916, Einstein publicou a teoria geral da relatividade, incorporando nesse trabalho as questões gravitacionais e a relação entre o espaço-tempo e a distribuição da matéria no Universo. É sob a luz dessa teoria, da mecânica quântica e das observações astronômicas que as atuais noções de estrutura, evolução e destino do Universo estão fundamentados.

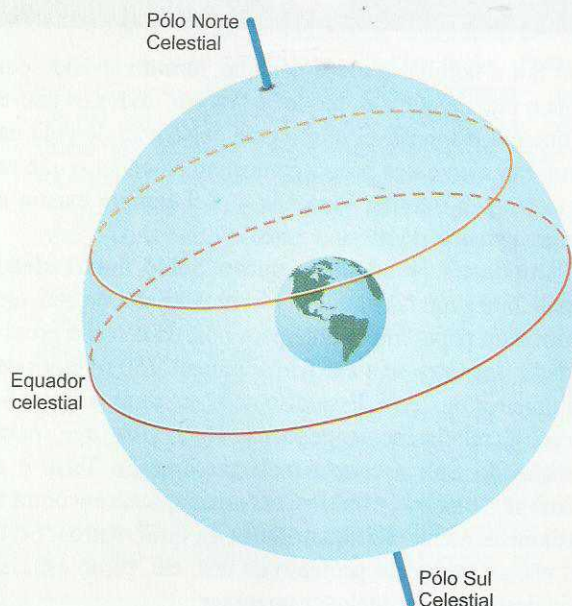
1. A ESFERA CELESTE

Parados à beira de uma rodovia, vemos os carros passarem rapidamente. À medida que vamos nos afastando, os carros parecem se deslocar mais devagar. Se olharmos para um avião passando no horizonte distante, ele nos parecerá muito vagaroso. Essa diferença de percepção ocorre porque observamos o deslocamento angular do objeto em nosso campo visual, e não o seu deslocamento linear. Quanto mais distante estiver o objeto, mais lento ele vai nos parecer.

O que dizer, então, das estrelas que estão situadas a distâncias astronômicas de nosso planeta? O deslocamento angular de uma estrela em relação às suas vizinhas é praticamente nulo, mesmo para grandes intervalos de tempo.

As primeiras civilizações utilizavam-se das estrelas para estabelecer as chamadas estações do ano e com isso resolver o problema do plantio. Há cerca de 500 anos, época das grandes navegações, as embarcações atravessaram os oceanos orientando-se sobretudo pelas estrelas. Apesar da passagem do tempo, as estrelas mantêm suas posições umas em relação às outras. Não fosse a rotação da Terra, as estrelas constituiriam um fundo imóvel quando olhássemos para o céu. Esse fundo pode ser imaginado incrustado numa esfera de raio extremamente grande circundando nosso planeta: é a **esfera celeste**.

O eixo de rotação da esfera celeste é o próprio eixo de rotação da Terra. Se projetarmos os pólos da Terra para o espaço distante, obtemos o Pólo Norte Celestial e o Pólo Sul Celestial. Do mesmo modo, a projeção do equador terrestre para o espaço distante nos fornece o equador celestial.



UNIDADE 12 — FÍSICA MODERNA

Atualmente, a visão que temos do Universo se deve, principalmente, aos trabalhos de Edwin Hubble (1889-1953), que, na década de 1920, estabeleceu as bases de um universo dinâmico, no qual as galáxias se afastam uma das outras com velocidade proporcional a distância entre elas, em contraposição à idéia de um universo estático defendida por Newton.

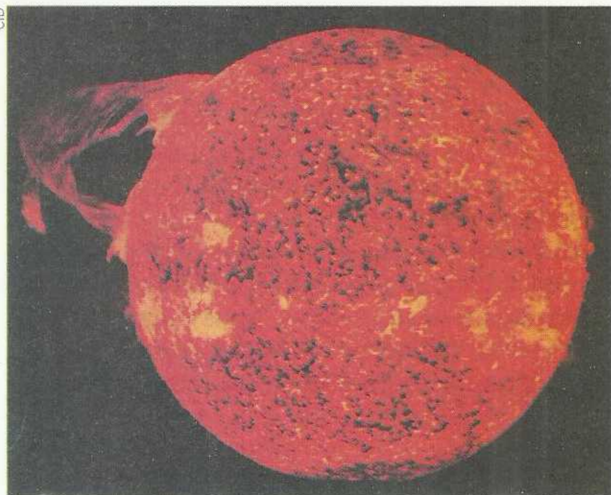
Mas o que acontece se retrocedermos no tempo? As galáxias estariam aproximando-se umas das outras, convergindo para um ponto que representaria o início do Universo.

E o que dizer dos milhões de estrelas que compõem as galáxias? De acordo com Augusto Damineli Neto, professor do Instituto Astronômico e Geofísico da Universidade de São Paulo: "Quem as vê na paz de uma noite do interior não imagina que em seu seio se trava uma poderosa luta que as faz brilhar. Quem as olha, assim tão distantes, não se dá conta de que todos os átomos do nosso corpo, afora o hidrogênio, foram fabricados por estrelas que já morreram".

Vejamos, então, um pouco dessa história.

2. A ESTRELA SOL

CID



O Sol é familiar a todos nós que, mesmo levando em conta o fato de que ele "nasce" e "morre" todos os dias e de que é o responsável direto pela existência de vida na Terra, raramente nos preocupamos em entender o que se passa em seu interior. Para nós, o Sol sempre existiu e sempre existirá, do mesmo jeito.

Partindo da premissa de que o Sol é uma estrela, semelhante a muitas outras que vemos à noite no céu, ele assume um papel importante para nós, dada a sua proximidade: encontra-se a aproximadamente 150 milhões de quilômetros da Terra. Essa distância, em termos astronômicos, é relativamente pequena. Haja vista que, com exceção do Sol, a estrela mais próxima da Terra é a *Próxima Centauri* (Alfa do Centauro), que se encontra a aproximadamente 400 quatrilhões de quilômetros. Se o Sol não estivesse tão próximo de nós, ele, como estrela, seria destituído de qualquer interesse.

Hoje, graças ao trabalho de muitos pesquisadores, sabemos que desde a sua formação, há aproximadamente 5 bilhões de anos, o Sol vem produzindo energia pela transformação de hidrogênio em hélio. Mas que tipo de reação libera tal quantidade de energia durante tanto tempo?

As reações que ocorrem no Sol, e em muitas outras estrelas, que convertem hidrogênio (o mais simples dos elementos químicos) em hélio, com enorme liberação de energia, são reações nucleares, pois envolvem núcleos de hidrogênio.

No centro do Sol, a uma temperatura da ordem de 10 milhões Kelvin, o combustível "hidrogênio" é transformado em hélio, a uma taxa de 5 milhões de toneladas por segundo. Mesmo com essa alta taxa de consumo, o Sol ainda tem combustível para alguns bilhões de anos. Nessa reação nuclear, chamada **fusão nuclear***, uma parte da massa é transformada em energia e irradiada para o espaço, principalmente na forma de radiação visível, infravermelha e ultravioleta.

3. A VIDA DO SOL

Por meio da luz emitida pelas estrelas e captada por radiotelescópios, os astrônomos estudam as estrelas. O estudo de estrelas "mais jovens" e "mais velhas", com massa da ordem da massa do Sol, é essencial para se ter uma idéia de sua evolução. Um fato importante nessa análise é que as estrelas não se encontram todas à mesma distância da Terra. Desse modo, duas estrelas semelhantes ao Sol, mas situadas, por exemplo, a 10 anos-luz e 500 anos-luz, fornecem informações de passados bem distintos: a primeira nos traz informações de 10 anos atrás e a segunda, de 500 anos atrás. Isso significa que, quando olhamos o céu numa noite estrelada, vemos diferentes passados ao mesmo tempo.

De acordo com as teorias atuais, o Sol se formou de uma nuvem de gases e, após 10 milhões de anos, teve início a fusão nuclear no interior do Sol, que permanece até hoje. Estima-se que essa estabilidade que o Sol apresenta hoje deva permanecer por mais 5 bilhões de anos quando, então, ele sofrerá expansão, transformando-se numa estrela denominada **gigante vermelha**, com um diâmetro cem vezes maior que o atual. O estágio seguinte, após bilhões de anos, é a transformação numa **anã branca** e, finalmente, numa **anã negra**, quando não mais haverá emissão de luz.

Nem todas as estrelas apresentam uma evolução e um final tranqüilo como o Sol. O fator determinante é a massa. Quanto maior a massa de uma estrela, mais rapidamente ela "consome" o seu combustível e tem condições de sintetizar elementos mais pesados que o hélio, como o carbono, o oxigênio, o nitrogênio, o silício e o ferro.

Estrelas com massas maiores que o Sol podem evoluir para um estágio no qual apresentam um núcleo de ferro,

---

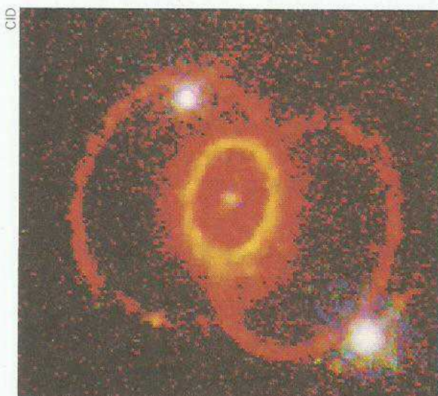
* A fusão nuclear será tratada, com mais detalhes, no Cap. 36.

com uma temperatura interna de trilhões Kelvin, e sofrer uma explosão: são as chamadas **supernovas**. A matéria expelida na explosão de uma supernova servirá para a formação de novas estrelas.

Estudos recentes (década de 1930-40) mostram que, após a explosão, a estrela pode iniciar o processo de fusão de nêutrons, a partir de prótons e elétrons, evoluindo para uma **estrela de nêutrons**. Mas, se a estrela de nêutrons apresentar uma massa maior que 2,4 massas solares, ela sofrerá uma implosão, devido à autogravidade, evoluindo para um **buraco negro**.

Dentro da moderna Cosmologia, os buracos negros são grandes concentrações de massa com densidades altíssimas, oriundas de estrelas que, devido à sua autogravidade, entraram em colapso. Os buracos negros produzem uma atração gravitacional tão intensa que a própria luz não consegue escapar.

CID



Supernova.

4. A TEORIA DO *BIG BANG*

Do nosso ponto de vista, temos a sensação de que a Terra é o centro do Universo e que o Sol, juntamente com as outras estrelas, e todos os outros corpos do Universo giram ao nosso redor. A Humanidade levou mais de 2.000 anos para entender o seu lugar no Universo.

Nós, seres humanos, habitamos o minúsculo planeta Terra, um dos nove planetas que orbitam uma pequeníssima estrela – o Sol. Este, por sua vez, pertence a uma família com cerca de 100 bilhões de estrelas, chamada **Via Láctea**, uma galáxia com 100 mil anos-luz de diâmetro. Mas não paramos por aí. No Universo, existem milhões de galáxias.

Como o Universo foi formado?

Em 1929, Hubble mostrou que, quanto mais afastadas estão as galáxias, maiores são suas velocidades de afastamento. Considerando as medidas atuais das distâncias e das velocidades de afastamento das galáxias, podemos imaginar esse filme sendo projetado ao contrário e determinar matematicamente em que instante as galáxias estavam todas juntas num único ponto.

De fato, os cálculos indicam que isso aconteceu entre 10 bilhões e 20 bilhões de anos atrás. A distância entre dois pontos quaisquer desse condensado era nula, a densidade de matéria era infinita e o volume do universo inteiro era nulo. Esse ponto inicial de densidade infinita de energia é tido como uma **singularidade**. A expansão dessa singularidade deu origem ao Universo. À medida que ia se expandindo, iam aumentando os limites do espaço-tempo.

Na concepção da Cosmologia, não tem sentido falar em "antes do *Big Bang*". Não podemos imaginar o espaço vazio sendo repentinamente preenchido por uma explosão de matéria e tentar descobrir em que ponto do espaço se deu essa explosão. Antes do *Big Bang* não havia espaço-tempo.

De acordo com os modelos da Cosmologia, até pouco depois do primeiro segundo de existência do Universo, ele era extremamente denso e quente. Uma quantidade imensa de partículas elementares altamente energéticas estava presentes. A partir de então, a expansão e o resfriamento do Universo se processaram rapidamente. Após os primeiros quinze minutos, vieram as reações nucleares. As teorias indicam que, nesse período, cerca de um quarto da massa original de prótons e nêutrons foi convertida em hélio.

Em seguida, a densidade e a temperatura da matéria baixaram a ponto de não mais acontecerem reações nucleares, que só voltaram a ocorrer muito mais tarde, com a formação das estrelas.

Quanto mais quente está um corpo, mais radiação ele emite. Pelas projeções, o Universo atual estaria a uma temperatura de cerca de 3 K. De fato, em 1965, foi detectada uma radiação correspondente a essa temperatura vinda de todos os confins do Universo. A existência dessa radiação é uma forte corroboração da Teoria do *Big Bang*.

Astronomia: construção da teoria só é possível com o suporte dos observadores

O avanço da astronomia, desde a Antigüidade, sempre envolveu trabalhos teóricos e observacionais. Aristarco de Samos (310-230 a.C.), astrônomo grego, por exemplo, determinou a distância entre a Terra e o Sol observando a incidência angular da luz solar no fundo de dois poços a uma distância conhecida. Ele também afirmou, quase 1.800 anos antes de Nicolau Copérnico, que a Terra gira em torno do Sol e não o contrário.

Na Idade Média, o astrônomo observacional mais importante foi o dinamarquês Tycho Brahe. Famoso pelo brilhante nariz de prata que ostentava – para reparar um ferimento de espada num duelo –, Tycho Brahe fez medidas fundamentais para os trabalhos teóricos do astrônomo alemão Johannes Kepler.

Tycho Brahe trabalhou no Uraniborg, um observatório construído pelo rei Frederico II, seu protetor, na Suécia. A observação de uma estrela nova, em 1572, e de um cometa, em 1577, fizeram com que ele questionasse a idéia de um universo imutável, segundo a interpretação aristotélica.

Johannes Kepler encontrou-se com Tycho Brahe pouco tempo antes da morte do astrônomo dinamarquês. Um dos principais problemas que a equipe de Tycho atacava era a órbita relutante de Marte, cujas medidas, anotadas por Tycho, não combinavam com as órbitas esféricas. Foram meses de trabalho e frustração antes que Kepler se decidisse pelo que, na época, era uma

ousadia: adotar uma órbita elíptica para Marte. Assim, teoria e prática passavam a caminhar em harmonia. Das ruínas das antigas concepções aristotélicas Kepler construía uma nova ordem, moldando uma nova estética para o futuro. As leis de Kepler aproximam-se do enunciado da gravitação universal. Mas Newton ainda não nascera.

Galileu Galilei sintetizou trabalhos observacionais e teóricos inaugurando a modernidade na ciência. Apontando seu telescópio para a Lua, demonstrou que ela tinha a superfície tão irregular quanto a da Terra. Quando observou Júpiter, constatou que o planeta era orbitado por luas, como um minissistema solar.

Copérnico, Kepler e Galileu foram "os gigantes" em cujos ombros Isaac Newton disse ter subido para "enxergar longe".

A astronomia atual, no entanto, está baseada em dois observatórios construídos na primeira metade deste século nos Estados Unidos: Monte Wilson e Monte Palomar.

O observatório de Monte Wilson, em San Gabriel – próximo a Pasadena, na Califórnia – começou a ser construído em 1902. Dois anos depois, os primeiros equipamentos foram instalados. O telescópio Hooker, de 2,54 metros de diâmetro e principal equipamento desse observatório, foi, até o final da Segunda Guerra Mundial, o maior de todo o mundo. Foi com ele que Edwin Hubble (1889-1953) e Milton Humason (1891-1972) fotografaram o afastamento das galáxias em 1929. A observação confirmou o trabalho teórico de Albert Einstein (1879-1955) sobre a expansão do Universo.

A idéia atual por trás desse cenário é que o Universo foi criado por uma grande explosão, o *Big Bang*. Quando a energia se congelou o suficiente para compor a matéria, grandes nuvens de gases devem ter-se contorcido num redemoinho cósmico e gerado as primeiras galáxias. E, sob a ação da explosão criadora, elas se afastaram umas das outras com velocidades variáveis. Quanto mais distantes, mais rápido o afastamento. A proporção entre distância e velocidade de afastamento define o que os astrônomos chamam de constante de Hubble. Esse é um mini-Graal da cosmologia.

O telescópio Halle, o gigante de Monte Palomar, com 5 metros de diâmetro, entrou em operação em 1946. De lá, os astrônomos vasculharam o espaço e redimensionaram o tamanho e a idade do Universo.

O telescópio espacial Hubble foi lançado em abril de 1990. Com metade do diâmetro de Halle, mas livre do embaçamento atmosférico, o Hubble pode mergulhar mais profundamente no espaço e no tempo. Ao lado dos telescópios, satélites de infravermelho, raios X e ultravioleta sondam as profundezas. Eles registram de mortes violentas de estrelas a delicadas formações embrionárias de astros ainda em gestação.

Telescópios de nova geração, como o Soar e o Gemini, acenam com a possibilidade de localização de planetas, tarefa que os gigantes do passado, mesmo o Hubble, mostraram-se impotentes em realizar. O futuro está em observatórios ainda mais sofisticados, construídos do lado oculto da Lua.

O Estado de S. Paulo, 24 dez. 1995.

Para obter outros textos publicados pelo jornal **O Estado de S. Paulo**, ou propostas de atividades, consulte o site **Estadão na escola** (www.estadao-escola.com.br).



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 Um astrônomo amador tenta superpor duas fotografias de céu efetuadas no mesmo horário, mas em dias consecutivos. Entretanto, ele observa que alguns pontos mudaram de posição em relação ao fundo estelar. Quanto a esse fato, são feitas algumas observações:

I. Certamente esses pontos são estrelas cadentes que mudam de posição.

II. Provavelmente esses pontos sejam planetas, os chamados corpos errantes do espaço.

III. Esses pontos podem ser qualquer corpo celeste, pois todos eles mudam de posição ao longo do tempo.

Assinale as afirmativas corretas.

2 No hemisfério norte, há uma estrela no centro de rotação da esfera celeste, conhecida como estrela polar. Se focalizarmos nossa atenção para essa estrela, veremos as restantes girarem ao seu redor. Para os antigos, ali passava o eixo do mundo.

a) Sob esse ângulo, em relação ao horizonte, é vista a estrela polar por um observador situado no Pólo Norte? Para responder a essa questão, você deve lembrar que, para um corpo em rotação, há pontos que não se deslocam: são os pontos que pertencem ao eixo de rotação.

b) Sob que ângulo, em relação ao horizonte, seria vista a estrela polar por um navegador que cruzasse a linha do equador?

3 A linha vertical (fio de prumo) que contém o observador fura a esfera celeste num ponto chamado **zênite**. Quando um astro passa por esse ponto, dizemos que é uma passagem zenital.

Com base nessa informação, assinale certo ou errado.

I. Todos os astros observados no céu apresentam passagens zenitais.

II. Para um observador no Pólo Sul, o Sol nunca efetua uma passagem zenital.

III. A passagem zenital do Sol por uma determinada região deve ocorrer por volta do meio-dia.

4 A distância entre o Sol e a Terra é aproximadamente 8,3 minutos-luz. Considerando que *Próxima Centauri* está a 4,3 anos-luz, quantas vezes ela está mais distante de nós que o Sol?

5 Considere que a massa do Sol seja da ordem de $2 \cdot 10^{30}$ kg. Admita que, desse total, 65% seja hidrogênio. De acordo com a informação de que no Sol o combustível "hidrogênio" é transformado em hélio a uma taxa de 5 milhões de toneladas por segundo, faça uma estimativa da ordem de grandeza do tempo necessário para esgotar todo o hidrogênio do Sol. Considere 1 ano $= 3 \cdot 10^7$ s.

6 (Enem) Se compararmos a idade do planeta Terra, avaliada em 4,5 bilhões de anos ($4{,}5 \cdot 10^9$ anos), com a de uma pessoa de 45 anos, então, quando começaram a florescer os primeiros vegetais, a Terra já teria 42 anos. Ela só conviveu com o homem moderno nas últimas quatro horas e, há cerca de uma hora, viu-o começar a plantar e a colher. Há menos de um minuto percebeu o ruído de máquinas e de indústrias e, como denuncia uma ONG de defesa do meio ambiente, foi nesses últimos sessenta segundos que se produziu todo o lixo do planeta!

Na teoria do *Big Bang*, o Universo surgiu há cerca de 15 bilhões de anos, a partir da explosão de uma densíssima gota. De acordo com a escala proposta no texto, essa teoria situaria o início do Universo há cerca de:

a) 100 anos.
b) 150 anos.
c) 1.000 anos.
d) 1.500 anos.
e) 2.000 anos.

7 (Umesp) Muito se ouve falar dos buracos negros na atualidade. Mas será que você sabe o que é um buraco negro? Vamos dar algumas informações para você raciocinar. Sabe-se que, quando atiramos um objeto verticalmente para cima, este chega a uma altura máxima e retorna à posição de lançamento devido ao campo gravitacional criado pela Terra. À medida que aumentamos a velocidade de lançamento, esse objeto é capaz de atingir uma altura máxima cada vez maior. Então, é possível imaginar que, se conseguíssemos impor a um objeto uma velocidade inicial de lançamento bastante elevada, conseguiríamos ultrapassar a "barreira" imposta pelo campo gravitacional. No caso de lançamentos feitos na superfície da Terra, essa velocidade, velocidade de escape, não deve ser inferior a 11 km/s (desprezando o efeito da atmosfera). Imagine, agora, que a massa da Terra aumente, mas o seu raio permaneça constante. Podemos concluir que o campo gravitacional da Terra se tornaria cada vez mais intenso e a velocidade de escape seria cada vez maior. Se, por acaso, a velocidade de escape fosse maior do que $3 \cdot 10^5$ km/s, nem mesmo a luz conseguiria escapar do campo gravitacional da Terra. Nesse caso, a Terra teria se transformado em um buraco negro. Em estrelas que possuem massa superior a cerca de quatro vezes a massa do Sol, as forças gravitacionais entre suas partículas são muito grandes, o que ocasionaria, nessas estrelas, um processo de redução de dimensões muito drástico, resultando numa massa de densidade elevadíssima.

Analise as frases e escolha a alternativa incorreta.

a) Os buracos negros, segundo a teoria, são regiões onde há uma incrível concentração de massa, de modo a criar um campo gravitacional muito intenso, que nem mesmo a luz consegue escapar de seu domínio gravitacional.
b) Segundo demonstrações teóricas, os buracos negros não emitem luz para o resto do Universo, portanto eles não se tornam visíveis.
c) Segundo demonstrações teóricas, a presença de um buraco negro é percebida pelo intenso campo gravitacional gerado, atraindo os corpos nas suas proximidades.
d) Para que a Terra fosse transformada em um buraco negro, toda a sua massa deveria se concentrar em uma esfera, semelhante a uma bolinha de pingue-pongue.
e) Todos os corpos celestes, em futuro remoto, se transformarão em buracos negros.

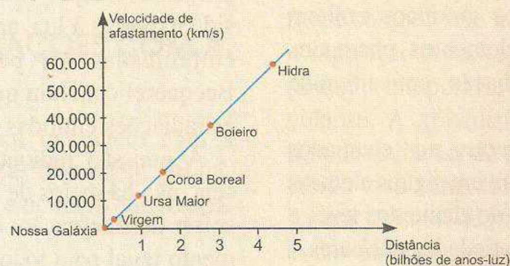


ATIVIDADE ESPECIAL: A lei de Hubble

O Universo contém milhões de galáxias, que são conjuntos de estrelas, poeira e gás. Uma galáxia apresenta uma massa muitas vezes superior à massa do Sol. Este, por sua vez, é apenas uma entre as 100 bilhões de estrelas que compõem a Via Láctea – a nossa galáxia.

Em 1929, Edwin Hubble observou as velocidades de diferentes galáxias e descobriu uma relação entre a velocidade de afastamento de uma galáxia e a distância que a separa de nós. A lei de Hubble estabelece que, aproximadamente, a velocidade com que certa galáxia se afasta da Terra é proporcional à sua distância da Terra. Isso evidencia uma expansão do Universo.

O gráfico abaixo apresenta dados de seis galáxias: a nossa (Via Láctea), na origem, e outras cinco ali nomeadas. (Um ano-luz é a distância percorrida pela luz em um ano: 1 ano-luz = $9{,}5 \cdot 10^{12}$ km.)



Fonte: UFRN

Analisando o gráfico, responda às questões.

1. A que distância da Via Láctea se encontra a galáxia Ursa Maior?
2. Com que velocidade a galáxia Hidra se afasta de nós?
3. Se uma galáxia se encontra a 3,5 bilhões de anos-luz, com que velocidade ela se afasta de nós?
4. Quanto mais distante uma galáxia estiver da Terra, é maior ou menor a velocidade com que ela se afasta da Terra?
5. Qual é a distância, em km, entre a galáxia Coroa Boreal e a Via Láctea?
6. Sendo v a velocidade de afastamento e d a distância, a relação matemática entre elas é $v = H \cdot d$. Nessa expressão, H é a constante de Hubble. Determine, usando os dados do gráfico, o valor dessa constante. Esse valor é o mesmo para qualquer galáxia mostrada no gráfico? Justifique.
7. Se a velocidade for em km/s e a distância em km, o valor da constante H será em 1/s. Certo ou errado?
8. A galáxia de Andrômeda, uma das mais próximas de nós, encontra-se a 2,2 milhões de anos-luz da Terra. Usando a expressão matemática da questão 6, calcule a velocidade de afastamento dessa galáxia.
9. Uma galáxia situada a uma distância de 1 milhão de anos-luz de nós tem aproximadamente uma velocidade de afastamento de 170 km/s de nosso sistema. Certo ou errado?

Capítulo 35

RADIOATIVIDADE

Às vítimas de Goiânia, discriminadas por alguns concidadãos e por muitos de nós, por pura falta de informação.

Emico Okuno

1. CONCEITOS BÁSICOS



Marie Curie (1867-1934), descobridora do rádio, em seu laboratório num galpão despojado e mal aparelhado.

A radioatividade é um fenômeno nuclear, ou seja, núcleos de determinados elementos químicos emitem espontaneamente radiações. Esses elementos, chamados **radioativos**, com a emissão de radiação, convertem-se em outro elementos químicos.

Normalmente, a radioatividade ocorre nos chamados elementos pesados, mas também ocorre em alguns elementos leves. Para entender o significado de elementos leves e pesados, vamos analisar algumas propriedades nucleares.

Hoje, sabemos que os núcleos atômicos são constituídos basicamente de prótons e nêutrons. O número de prótons existentes no núcleo de um átomo é o **número atômico**, representado pela letra Z, e o número de nêutrons é representado pela letra N. A soma do número de prótons e de nêutrons é chamada de **número de massa**, representada pela letra A. Assim, temos: $A = Z + N$.

Os elementos químicos são identificados por dois números: o número atômico (Z) e o número de massa (A). Assim, o elemento químico urânio, ${}^{238}_{92}U$, possui número atômico 92 e número de massa 238. Isso significa dizer que cada átomo desse elemento contém 92 prótons e 146 nêutrons (238 − 92). Para efeitos didáticos, os elementos com número atômico até 82 (chumbo) são considerados leves. A partir do 83 (bismuto) são considerados pesados.

Se alterarmos o número atômico, teremos um novo elemento químico. Por exemplo, o elemento de número atômico 91 não é urânio, mas sim protactínio (o urânio e o protactínio possuem números de prótons diferentes). Mas somente a alteração no número de massa não altera o elemento químico. Por exemplo, os elementos químicos ${}^{235}_{92}U$ e ${}^{238}_{92}U$ são âmbos urânio, porém com números de massa diferentes (o número de nêutrons é diferente, mas o de prótons, não).

Um mesmo elemento químico pode existir com diferentes números de massa: são chamados de **isótopos**. Cada isótopo de um elemento químico é chamado **nuclídeo**.

Se um elemento químico é radioativo, não é obrigatório que todos os seus isótopos sejam radioativos. Por exemplo, o potássio (Z = 19) possui três isótopos de números de massas 39, 40 e 41, mas somente o potássio-40 é radioativo.

A descoberta da radioatividade por Henri Becquerel (1852-1908), em 1896, deu o primeiro passo no desenvolvimento da Física Nuclear, culminando com a produção de elementos radioativos artificialmente.

Becquerel observou, depois de guardar um pedaço de minério (radioativo) dentro de uma gaveta onde havia um pacote de chapas fotográficas virgens, que elas haviam sido expostas à luz, apesar de estarem dentro da gaveta e embrulhadas em papel negro. Após investigações, Becquerel concluiu que a exposição das chapas se devia às radiações emitidas pelo minério.

A emissão radioativa é um processo estatístico, ou seja, não há meios de saber qual será o próximo núcleo a sofrer desintegração: existe uma probabilidade de decaimento igual para todos os núcleos.

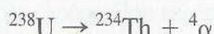
No estudo da radioatividade, duas grandezas são de fundamental importância:

- A *atividade* (A) de uma amostra radioativa, definida como o número de desintegrações nucleares por unidade de tempo. No S.I., a unidade da atividade é o becquerel (**Bq**): 1 Bq corresponde a uma desintegração por segundo. Uma outra unidade muito utilizada é o curie (**Ci**), que corresponde a $3{,}7 \cdot 10^{10}$ desintegrações por segundo. Portanto: $1\ Ci = 3{,}7 \cdot 10^{10}\ Bq$.
- A meia-vida física (T_f), definida como o tempo necessário para que a metade dos nuclídeos de uma amostra radioativa sofra desintegração. A meia-vida do rádio-226 é de 1.622 anos, o que significa dizer que a cada 1.622 anos a *atividade* de uma amostra radioativa de rádio se reduz à metade.

2. RADIAÇÕES

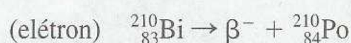
As radiações emitidas (propagação de energia) por um determinado nuclídeo podem ser classificadas em dois grupos: as radiações corpusculares (partículas alfa e beta) e as radiações eletromagnéticas (raios gama).

Uma partícula alfa (α) é constituída de dois prótons e dois nêutrons. Quando um nuclídeo emite uma partícula alfa, seu número atômico fica reduzido em duas unidades e seu número de massa, em quatro. O urânio-238 é um emissor alfa. Com a emissão de uma partícula alfa, o urânio transforma-se no elemento tório-234:

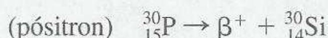


$$^{238}U \rightarrow {}^{234}Th + {}^{4}\alpha$$

Uma partícula beta (β) tanto pode ser um elétron ou um pósitron (mesma massa do elétron, mas com carga elétrica positiva). Lembrando que a massa do elétron ou pósitron é desprezível em relação à massa do próton ou do nêutron, no decaimento beta por elétron (β^-), o número atômico do nuclídeo aumenta uma unidade e, no decaimento beta por pósitron (β^+), o número atômico diminui uma unidade. Em ambos os casos, o número de massa não se altera. A seguir, temos dois exemplos:



$$\text{(elétron)} \quad {}^{210}_{83}Bi \rightarrow \beta^- + {}^{210}_{84}Po$$



$$\text{(pósitron)} \quad {}^{30}_{15}P \rightarrow \beta^+ + {}^{30}_{14}Si$$

A radiação gama (raios γ) são ondas eletromagnéticas. Quando um nuclídeo emite uma radiação gama, o número atômico e o número de massa não sofrem alteração. O núcleo emissor passa somente para um estado energético mais baixo.

3. INTERAÇÕES DAS RADIAÇÕES COM A MATÉRIA

As radiações alfa, beta e gama interagem com a matéria e os efeitos dessas interações dependem, principalmente, da energia das radiações e do meio com o qual elas interagem.

Vejamos, inicialmente, as radiações alfa. Consideradas partículas pesadas, movimentam-se, em um meio qualquer, com trajetórias praticamente retilíneas. Normalmente, provocam ionizações no meio com o qual interagem e apresentam um pequeno poder de penetração, sendo facilmente blindadas. Por exemplo, uma folha de papel é suficiente para a sua blindagem. No tecido humano, ocorre uma penetração de décimos de centímetros, não constituindo riscos para a saúde. Mas a ingestão ou inalação de partículas alfa pode acarretar sérios problemas à saúde.

As partículas beta possuem uma massa extremamente pequena em relação às partículas alfa. Na interação com um meio qualquer, apresentam trajetórias sinuosas, produzem ionizações em número menor do que as partículas alfa, mas apresentam um poder de penetração muito maior. Na blindagem de partículas beta são usados plásticos ou alumínio. Em relação ao tecido humano, os efeitos se limitam à pele. À semelhança das partículas alfa, as partículas beta, quando ingeridas, são extremamente perigosas.

Em relação aos raios gama, como não possuem massa e são extremamente energéticos, torna-se difícil a sua blindagem. Na interação com os tecidos humanos, o grande perigo está relacionado, por um lado, às modificações que podem ser produzidas nas células, mas, por outro, há uma utilização muito grande dos raios gama no combate ao câncer, pela destruição de células com má-formação.

4. RISCOS E APLICAÇÕES DAS RADIAÇÕES

Assim como aconteceu com muitas outras descobertas no campo da Física, as radiações foram encontrando várias aplicações, como por exemplo na medicina, indústria, agricultura, arqueologia e pesquisa científica.

As emissões dos núcleos radioativos normalmente têm energia muito superior às das radiações comuns, como as ondas de rádio, luz ou infravermelho, portanto alto poder de ionização. Por essa razão, são chamadas de **radiações ionizantes**. De acordo com o tipo de radiação e a energia a ela associada, temos diferentes riscos e aplicações.

No começo do século XX — primórdios da radioatividade — os riscos das **radiações ionizantes** ainda não eram conhecidos. Prova desse desconhecimento é que, como resultado da longa exposição a elementos radioativos, Marie Curie, uma das cientistas mais famosas nesse campo, veio a falecer em 1934 de leucemia. Após a exposição às radiações ionizantes, as funções celulares podem, temporária ou permanentemente, entrar em colapso. A gravidade dos danos causados depende do tipo de radiação, da dose absorvida e da sensibilidade do tecido vivo atingido.

Em 1956 foi adotado o **rad** (*radiation absorbed dose*) como unidade para medir a energia absorvida por um meio exposto à radiação, sendo 1 rad $= 10^{-2}$ J/kg. Mais tarde, essa unidade deu lugar ao **Gy** (*gray*), sendo 1 Gy = 1 J/kg = 100 rad. Doses absorvidas em curto intevalo de tempo e acima de 1 Gy podem ser letais. Por essa razão, a exposição à radiação deve ser criteriosamente controlada. De acordo com o tipo de radiação e a energia a ela associada temos diferentes riscos e aplicações.

Vejamos, então, algumas aplicações das radiações ionizantes.

Dispositivos de segurança

Das radiações ionizantes, os raios X correspondem a uma das menores energias. Descobertos em 1895 por W. C. Roentgen (1845-1923), os raios X são muito mais penetrantes do que a luz, o que trouxe aplicações quase imediatas, permitindo o acesso a regiões opacas à nossa visão.

Dispositivos de raios X de baixa energia são utilizados para verificar o conteúdo de embalagens, sem a necessidade de abri-las. Nos aeroportos, por exemplo, esses dispositivos fazem a detecção de objetos metálicos.

CID



Equipamento de raios X delineando os objetos no interior de uma maleta. Essa técnica é usada em aeroportos.

Diagnóstico médico

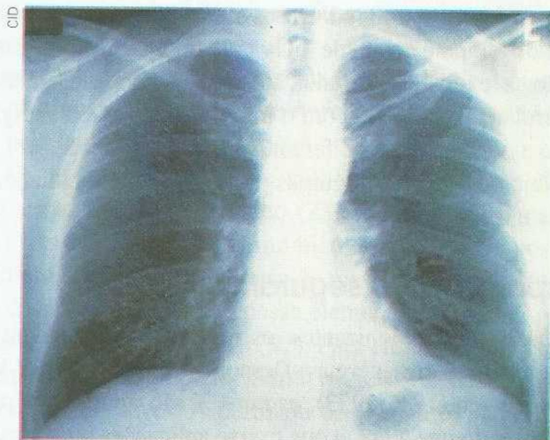
As imagens obtidas quando o corpo é atravessado por raios X são chamadas de radiografias. Com o desenvolvimento das radiografias, pequenas anormalidades nos tecidos como, por exemplo, fraturas ósseas, puderam ser diagnosticadas. Pouco depois de serem descobertos, os raios X se transformaram no mais importante meio de diagnóstico da tuberculose.

Devemos lembrar também que a exposição excessiva aos raios X é danosa aos tecidos humanos, podendo provocar lesões, surgimento de manchas de pele e até mesmo o câncer.

Em muitos diagnósticos, os raios X são substituídos pelo ultra-som, que, embora apresente menor definição, é inofensivo ao corpo humano.

Mais recentemente, em 1972, o engenheiro inglês Godfrey N. Hounsfield inventou a tomografia computadorizada. Um estreito feixe de raios X é emitido enquanto o emissor circunda o paciente. Diametralmente opostos, sensores captam a radiação enviando-a para um computador.

CID



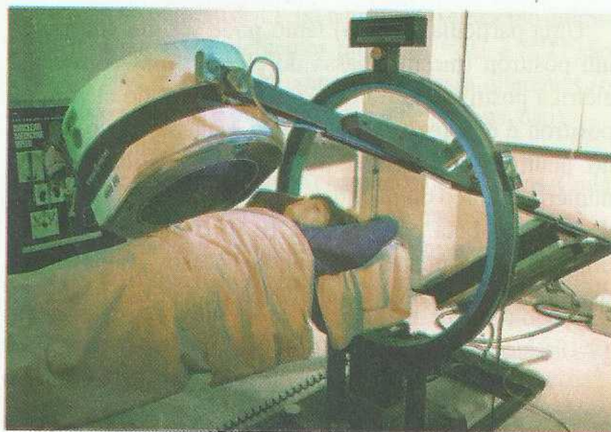
Raios X. Poderosa ferramenta no diagnóstico de doenças.

Radioterapia

A radioterapia é uma aplicação das radiações na medicina. É usada principalmente no tratamento de tumores e se baseia no fato de que normalmente as células normais têm maior poder de recuperação que as células cancerosas.

A radioterapia pode ser feita com raios X ou com radiação gama, uma radiação muito mais penetrante que os raios X, emitida por fontes radioativas. O cobalto-60 e o césio-137 têm sido largamente utilizados para esses fins. O tálio-70 também é utilizado em pequenos e adequados projetores para algumas aplicações médicas e industriais.

CID



Radioterapia. Uma das armas da medicina no combate ao câncer.

Arqueologia

Uma das grandes aplicações das radiações é a utilização do carbono-14 na determinação da idade de objetos orgânicos.

Em razão de seu metabolismo, a todo momento os seres vivos (vegetais ou animais) estão sujeitos a um fluxo de carbono. Pela respiração ou pela alimentação, estamos continuamente recebendo carbono do ambiente. Uma parte desse carbono recebido é radioativa. É o isótopo carbono-14, com meia-vida de 5.730 anos. Enquanto o organismo é vivo, esse carbono radioativo é continuamente reposto e a proporção entre a quantidade de carbono radioativo e a quantidade de carbono estável (carbono-12) se mantém praticamente constante. Com a morte desse organismo, o carbono-14 deixa de ser reposto, mas mantém o seu decaimento radioativo. Comparando-se a proporção de carbono-14 encontrada num fóssil com a proporção desse elemento num ser vivo atual, podemos saber há quanto tempo o elemento está decaindo sem ser reposto, ou seja, podemos determinar há quanto tempo esse organismo morreu.

Desse modo, a idade de antigas estruturas de madeira, pedaços de tecidos naturais ou objetos de couro pode ser determinada. Evidentemente, esse método não é adequado para a determinação da idade de estruturas arqueológicas essencialmente minerais, tais como paredes de rochas ou ferramentas metálicas.

Radioatividade permite diagnóstico preciso.
Mudança no programa nuclear beneficia a saúde.

Os exames com a utilização de radiofármacos em câmaras de cintilação tomográfica oferecem muitas vantagens no diagnóstico de uma série de males, que vão do câncer à epilepsia, em comparação com os exames mais convencionais, como os raios X e a ultra-sonografia.

[...] "Os raios X e a ultra-sonografia proporcionam informações anatômicas dos órgãos, enquanto na câmara de cintilação as imagens são metabólicas, isto é, mostram o funcionamento dos órgãos", explica Cláudio Meneghetti, do Instituto do Coração, em São Paulo. Com essas imagens, muitos males que não podem ser captados pelos raios X, por exemplo, podem ser diagnosticados. Pode-se constatar facilmente, com os raios X, uma lesão sólida, como um tumor. Mas não é possível identificar um foco de epilepsia, por exermplo, que é uma disfunção química — algo que uma câmara de cintilação permite.

[...] Embora o uso de radiofármacos implique inoculação de radioatividade no organismo, não há riscos para a saúde humana, garante Meneghetti. "A radioatividade utilizada tem vida curta", diz o médico.

[...] Um dos radiofármacos utilizados é o tálio-201, produzido pelo Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares (Ipen). Esse órgão, que esteve atrelado profundamente ao projeto do submarino nuclear nacional, vem, nos últimos cinco anos, direcionando suas atividades principalmente para a saúde.

[...] Os radiofármacos são produtos obtidos a partir de substâncias, em sua maior parte compostos orgânicos, irradiados por radioisótopos. Os níveis de radioatividade adquiridos pela substância são insignificantes e não afetam o organismo, mas são detectados nas câmaras de cintilação. Essas substâncias agem como mísseis teleguiados, ou seja, como são normalmente absorvidas por determinados órgãos do corpo humano, acabam levando consigo a radioatividade para partes específicas do corpo que se quer examinar. As câmaras de cintilação tomográficas fazem a leitura do deslocamento da radioatividade por meio de imagens, produzindo um retrato do metabolismo do órgão examinado. Os radioisótopos — a matéria-prima para a fabricação dos radiofármacos — são elementos que emitem energia pela desintegração de seus núcleos. Dos 30 radioisótopos utilizados pelo Ipen para a irradiação de radiofármacos, o principal é o tecnécio-99m, cuja radiação está presente em mais de 80% dos exames. Pode ser irradiado, por exemplo, em substâncias como o enxofre coloidal, que leva sua radioatividade ao fígado, ou o pertecnetato, que vai para as glândulas salivares.

[...] Atualmente, de acordo com os cálculos do superintendente do Ipen, Cláudio Rodrigues, é atendido anualmente 1,5 milhão de pessoas com uma oferta atual de 30 produtos diferentes, a maior parte dirigida a diagnósticos de extrema precisão. Mais de 300 hospitais utilizam os radiofármacos em exames em câmaras de cintilografia.

Eugênio Mellonl. *O Estado de S. Paulo*, 4 set. 1999.

Para obter outros textos publicados pelo jornal **O Estado de S. Paulo**, ou propostas de atividades, consulte o site **Estadão na escola** (www.estadao-escola.com.br).



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

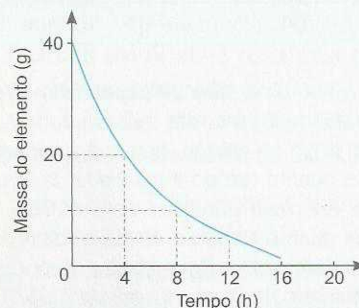
1 O iodo-131 é um isótopo radioativo muito utilizado na medicina nuclear para mapeamento da tireóide. Sua meia-vida é igual a 20 h. Considere uma massa inicial de 2,0 g desse isótopo. Isso significa que:

I. em 20 h, o iodo-131 é totalmente absorvido pela tireóide.
II. em 80 h, a massa de iodo-131 será 0,125 g.
III. para que a massa de iodo-131 seja reduzida a 0,25 g são necessárias 40 h.

São corretas:

a) somente I.
b) somente II.
c) somente III.
d) somente I e II.
e) somente II e III.

2 Uma amostra de um elemento químico radioativo, com massa inicial de 40 g, apresenta a curva de desintegração mostrada na figura.



a) Determine a meia-vida desse elemento radioativo.
b) Qual é a massa, em gramas, após 8 h do instante inicial?

3 A família radioativa do urânio inicia-se com o urânio ($^{238}_{92}U$) e, após três desintegrações α e duas desintegrações β^-, não obrigatoriamente nessa ordem, transforma-se no elemento químico rádio.

À esse respeito, considere as seguintes afirmações:

I. O átomo de $^{238}_{92}U$ possui 238 prótons e 92 elétrons.

II. O elemento químico rádio possui número de massa 226 e número atômico 88.

III. Se a primeira desintegração for α, o elemento formado será o $^{234}_{92}Th$ (234-90).

Assim:

a) todas as afirmações são corretas.
b) somente as afirmações I e II são corretas.
c) somente as afirmações I e III são corretas.
d) somente as afirmações II e III são corretas.
e) todas as afirmações são incorretas.

4 "O fraco poder de penetração das partículas alfa é provocado pela natureza elétrica, bipositiva: no choque com as moléculas de uma matéria, em qualquer de seu estado físico, as partículas arrancam elétrons das camadas eletrônicas dos átomos ou moléculas. Um gás, quando bombardeado por partículas alfa, torna-se ionizado e, em conseqüência, transforma-se em condutor de eletricidade." (Valdemar Saffioti, *Fundamentos de energia nuclear*, Vozes, Petrópolis, 1982.)

Do texto, podemos concluir que:

I. a carga elétrica de uma partícula alfa é $+2e$, em que e representa a carga elétrica elementar.

II. É pouca intensa a interação das partículas alfa com os elétrons das camadas eletrônicas.

III. os átomos de um gás, quando bombardeados por partículas alfa, perdem elétrons, tornando-se íons positivos.

Dessas afirmações, podemos dizer que:

a) somente I é correta.
b) somente II é correta.
c) somente III é correta.
d) todas são corretas.
e) existem somente duas corretas.

5 Para se determinar a idade de fósseis, recorre-se às propriedades radioativas do carbono-14. Sabendo-se que a meia-vida desse elemento é aproximadamente 5.600 anos, um esqueleto que apresenta uma taxa de 12,5% da normal deve ter morrido há aproximadamente:

a) 5.600 anos
b) 11.200 anos
c) 16.800 anos
d) 22.400 anos
e) 28.000 anos



ATIVIDADE ESPECIAL: Decaimento radioativo do Au-198

A velocidade de desintegração ou *atividade* de uma amostra radioativa é proporcional ao número de átomos radioativos presentes na amostra, ou seja, quanto maior o número de átomos radioativos, maior a *atividade* da amostra. Mas, com o passar do tempo, o número de átomos radioativos diminui porque muitos deles sofrem desintegração. Assim, a *atividade* de uma amostra radioativa diminui com o tempo. Os experimentos demonstram que a *atividade* de uma amostra radioativa varia com o tempo, segundo uma função exponencial.

Uma grandeza importante no decaimento radioativo é a meia-vida física. Ela corresponde ao tempo necessário para que a *atividade* radioativa de uma amostra se reduza à metade.

Os dados mostrados na tabela abaixo representam medidas da *atividade* de uma amostra radioativa de ouro (Au-198) em função do tempo. As medidas da *atividade* foram feitas com um detector de radiação conhecido como Geiger Müller.

Atividade (Ci)	Tempo (dias)
400	0
308	1
240	2
184	3
144	4
112	5
84	6
64	7



PROFª DRA. MARISA ALMEIDA CAVALCANTE - GOPEF/PUC/SP

Ampola de Geiger Müller. A ionização dos átomos do gás contido na ampola é, em seguida, registrada por um contador.

1. Utilizando uma folha de papel milimetrado, faça o gráfico da *atividade* (eixo y) em função do tempo (eixo x). O gráfico obtido é uma reta ou uma curva?
2. Com base no gráfico, qual é a *atividade* da amostra no tempo $t = 4,5$ dias?
3. Após quanto tempo a *atividade* da amostra se reduz a 200 Ci?
4. Qual é a meia-vida física do Au-198?
5. Após quanto tempo a *atividade* da amostra é 100 Ci? E 50 Ci?
6. Considere uma outra amostra de ouro (Au-198) com uma *atividade* inicial de 1.400 Ci. Após quantas meias-vidas a *atividade* da amostra será de 350 Ci?
7. Com base no item anterior, quantas meias-vidas são necessárias para que a *atividade* da amostra seja 12,5% da *atividade* inicial? A quantos Ci corresponde essa *atividade*?

Capítulo 36

FÍSICA NUCLEAR E RELATIVIDADE

Toda a nossa ciência, comparada com a realidade, é primitiva e infantil e, no entanto, é a coisa mais preciosa que temos.

Albert Einstein

A radioatividade entrou para a História em 1896 e tornou-se uma das sementes da Física Nuclear, que posteriormente permitiria a utilização de uma das formas mais concentradas de energia – a energia nuclear.

No início do século XX, os trabalhos de Planck a respeito das radiações emitidas por um corpo lançaram as bases para uma nova mecânica – a Mecânica Quântica. Paralelamente, a teoria da relatividade, a explicação do efeito fotoelétrico e as bases dos modelos atômicos de Rutherford e Bohr contribuiriam significativamente para a implantação da chamada Física Moderna.



PROFª DRA. MARISA ALMEIDA CAVALCANTE - GOPEF/PUC/SP

Montagem experimental para verificação do efeito fotoelétrico. Em cada experimento, o filtro restringe a radiação usada a uma estreita faixa de freqüências.

1. EFEITO FOTOELÉTRICO

O efeito fotoelétrico consiste no fato de que metais, quando banhados por energia radiante, podem chegar a emitir elétrons. As células fotoelétricas são amplamente utilizadas hoje no controle de portas de elevador, aparatos de segurança, cronometragem etc.

A explicação correta para o efeito fotoelétrico foi proposta por Einstein: a energia chega aos elétrons em "pacotes", e não continuamente, como se pensava na visão ondulatória clássica. Cada "pacote" é um *quantum* de energia. O modelo elaborado por Einstein passou a ser conhecido como **teoria dos quanta**.

Os *quanta* de energia radiante foram batizados de **fótons**. No efeito fotoelétrico, os fótons interagem com a matéria como se fossem partículas, mas a propagação deles no espaço tem um comportamento ondulatório.

A energia de cada fóton é dada por:

$$E = hf$$

Nessa expressão, f é a freqüência do fóton e h é a constante de Planck, que no S.I. vale: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Js.

Cada elétron ligado a um metal interage com o núcleo por uma força atrativa, portanto precisa receber uma determinada quantidade mínima de energia para ser extraído. Se a energia de cada fóton não superar a quantidade mínima, o elétron não é extraído e o efeito não acontece. Mas, se a energia de cada fóton superar o valor mínimo exigido, o elétron é extraído e o saldo de energia será a energia cinética do elétron extraído.

Esse raciocínio explica o fato de o efeito fotoelétrico não depender da distância da fonte de energia radiante ao metal, mas sim da freqüência da radiação incidente (cor).

2. MODELOS ATÔMICOS

De acordo com o modelo atômico de Ernest Rutherford (1871-1937), o átomo seria formado de uma região central, denominada núcleo, com diâmetro aproximado de 10^{-14} m, e de uma região periférica ao núcleo, habitada por elétrons. Essa região periférica apresenta um diâmetro da ordem de 10^{-10} m (10.000 vezes o diâmetro do núcleo); assim, há grandes vazios no átomo. Como a massa de cada próton ou de cada nêutron constituinte do núcleo é cerca de 2.000 vezes a massa de cada elétron, podemos dizer que praticamente toda a massa atômica se concentra no núcleo.

O modelo de Rutherford chocava-se com as idéias da Física Clássica, que previa que uma carga acelerada deveria irradiar energia continuamente. Dessa forma, os elétrons não ficariam em órbita e o sistema entraria em colapso com os elétrons atingindo os núcleos.

Em 1913, Niels Bohr (1885-1962) estabeleceu as condições para a estabilidade do átomo de Rutherford:

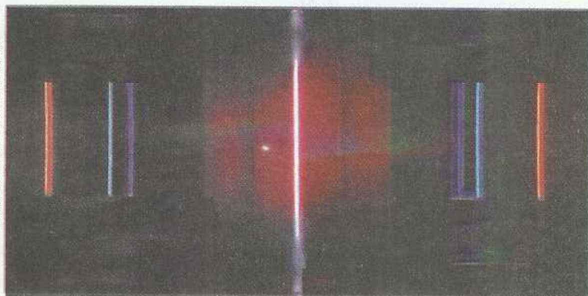
- De acordo com o modelo de Bohr, o elétron move-se ao redor do núcleo em órbitas circulares, sem irradiar energia. Mas somente determinadas órbitas são permitidas. Essas possíveis órbitas foram chamadas de **estados estacionários**, correspondendo, a cada um deles, uma energia diferente.

- Se o elétron mudar de um estado estacionário para outro de menor energia, há a emissão de um fóton com energia igual à diferença de energias dos estados estacionários inicial e final.

Em relação ao núcleo, uma questão se colocava: Como podem os prótons ficarem confinados em uma região tão pequena quanto o núcleo do átomo, tendo em vista que a repulsão eletrostática é gigantesca?

Essa questão só pode ser respondida quando se leva em conta uma outra força, que não é eletromagnética nem gravitacional: a **força nuclear forte**. Trata-se de uma força de curtíssimo alcance, mas que, dentro do seu raio de ação, é muito mais intensa que as duas anteriores.

PROFª DRA. MARISA ALMEIDA CAVALCANTE - GOPEF/PUC/SP



Espectro do hidrogênio. Na região central temos uma fina ampola contendo hidrogênio.
As raias à esquerda e à direita são obtidas com o uso de uma rede de difração.

3. REAÇÕES NUCLEARES

Quando consideramos reações químicas como, por exemplo, a queima da gasolina, a energia envolvida no processo se relaciona com a disposição dos elétrons, antes e após a reação, sendo originada, portanto, por forças eletromagnéticas.

Nas reações que envolvem núcleons (prótons ou nêutrons), as distâncias são muito menores. Além do expressivo aumento na intensidade da força elétrica, age também a força nuclear. Por essa razão, a energia envolvida nas reações nucleares é milhões de vezes superior à dos processos químicos.

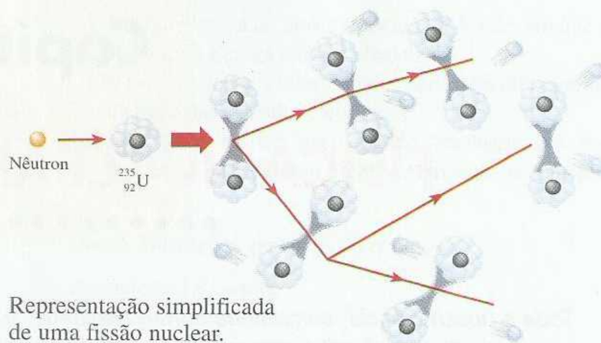
Fissão nuclear

A fissão nuclear é uma reação em que um núcleo, geralmente pesado, fragmenta-se depois de ser atingido por um nêutron, liberando uma grande quantidade de energia. Na fissão, novos nêutrons podem ser liberados. Estes produzem a fissão de outros núcleos, e assim sucessivamente, estabelecendo uma **reação em cadeia**. Vejamos um exemplo.

Ao receber um nêutron, o isótopo urânio-235 passa para um estado excitado que corresponde ao isótopo urânio-236. Após um curtíssimo intervalo de tempo ($<10^{-12}$ s), esse núcleo excitado se quebra em dois novos elementos, com a liberação de novos nêutrons e grande quantidade de energia. Uma reação de fissão está esquematizada a seguir:



$$U + n \rightarrow Ba + Kr + 3n + Energia$$



Representação simplificada de uma fissão nuclear.

Para aumentar a probabilidade de que, após a fissão de um núcleo de urânio, os nêutrons emitidos encontrem outros núcleos de urânio e, desse modo, mantenham a reação em cadeia, é necessário que se tenha uma grande concentração de urânio-235. Como, em condições normais, a porcentagem de U-235 é de apenas 0,7%, utiliza-se um processo conhecido como "enriquecimento do urânio". Para controlar a reação em cadeia, ou seja, para que não seja explosiva, utilizam-se barras de substâncias moderadoras, como, por exemplo, o grafite.

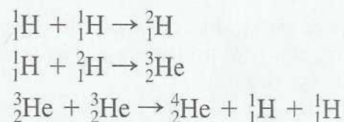
A energia liberada na fissão nuclear é cerca de 10 milhões de vezes maior que a obtida com as reações comuns de combustão, para cada grama de reagente.

Fusão nuclear

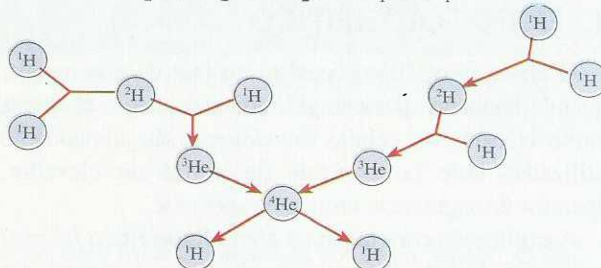
A fusão nuclear é uma reação em cadeia em que núcleos leves se fundem para formar núcleos mais pesados, ocorrendo também grande liberação de energia.

Em 1938, o físico Hans Bethe desenvolveu uma teoria mostrando que a energia liberada pelas estrelas provém de reações de fusões nucleares.

Vamos ver o que ocorre com a estrela de nosso sistema planetário. No Sol, a reação ocorre em várias etapas, nas quais o hidrogênio se transforma em hélio, com liberação de energia:



$$^{1}_{1}H + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{2}_{1}H$$
$$^{1}_{1}H + ^{2}_{1}H \rightarrow ^{3}_{2}He$$
$$^{3}_{2}He + ^{3}_{2}He \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{1}_{1}H + ^{1}_{1}H$$



Representação simplificada de uma fusão nuclear.

Devido à repulsão eletrostática entre os núcleos de hidrogênio, são necessárias temperaturas da ordem de 100 milhões Kelvins para a aproximação dos núcleos, ou seja, para que atuem as forças nucleares atrativas iniciadoras da fusão. Estima-se que esse valor corresponda à temperatura do "coração" das estrelas onde, devido ao altíssimo grau de agitação, a matéria é um "gás" de íons

positivos e elétrons, chamado **plasma**. O plasma é considerado o quarto estado da matéria. Não existe material que possa constituir um recipiente capaz de suportar uma reação com tais temperaturas.

A expectativa é de que os reatores do futuro se utilizem da fusão nuclear, que, além de mais eficiente que a fissão, não deixa a herança dos resíduos radioativos – o lixo atômico – para a sociedade.

4. TEORIA DA RELATIVIDADE

Em 1905, com a publicação da teoria especial da relatividade, Albert Einstein revolucionou o mundo científico. Em sua teoria, Einstein aborda dois pontos cruciais: o espaço e o tempo. Esses dois conceitos, até então considerados **absolutos**, assumem um novo papel: são **relativos**, ou seja, eles se modificam conforme a velocidade do observador.

De acordo com a teoria da relatividade, para um observador em movimento o tempo se torna mais lento e o comprimento, menor: é a dilatação do tempo e a contração do espaço.

É importante ter em mente que esses efeitos somente são percebidos para velocidades altíssimas, da ordem da velocidade da luz: 300 mil quilômetros por segundo. A velocidade da luz no vácuo, por sua vez, tem o mesmo valor em todas as direções e em todos os referenciais inerciais. Nada pode se mover com velocidade acima da velocidade da luz.

Além do espaço e do tempo, a massa também é abordada na teoria da relatividade: a massa de um corpo não é invariável, mas aumenta com o aumento da velocidade.

Portanto, levando em conta as correções relativísticas devido à velocidade de um corpo, as expressões para comprimento, massa e tempo são dadas por:

$$\ell = \ell_0\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

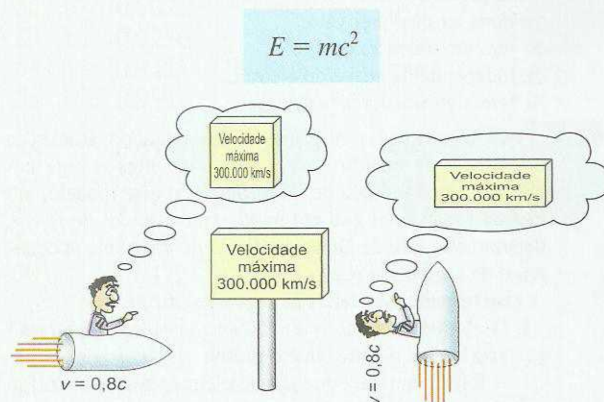
Nessas expressões, ℓ, m e Δt representam o comprimento, a massa e o intervalo de tempo **relativos**, ou seja, são as medidas de um objeto que esteja em movimento em relação ao observador. Por outro lado, ℓ_0, m_0 e Δt_0 representam o comprimento, a massa e o intervalo de tempo **próprios**, ou seja, são as medidas de um objeto que esteja em repouso em relação ao observador.

Com base nesses resultados, poderíamos perguntar: "O comprimento de um corpo em movimento realmente sofre encolhimento?". Ou, ainda: "A massa de um corpo em movimento realmente sofre aumento?".

Tais perguntas não têm sentido na relatividade. O que ocorre é que as medidas de comprimento, massa e tempo são afetadas pelo movimento.

Uma conclusão muito importante da teoria da relatividade é a clássica expressão de Einstein. Ela é usada para o cálculo de transformação de massa em energia e constitui a chave para a compreensão da origem da energia nuclear, que explica de onde provém o combustível das estrelas.

$$E = mc^2$$



Como diferentes observadores vêem o mesmo objeto quando se movimentam com velocidade igual a 80% da velocidade da luz, ou seja, 240.000 km/s.

Em 1915, Einstein apresenta a teoria geral da relatividade, em que ele defende a idéia de um espaço curvo ou, em outras palavras, a curvatura do espaço produzida por corpos extremamente massivos, com os planetas e as estrelas. Toda massa altera a geometria do espaço ao seu redor. Em 1919, na cidade de Sobral, no Ceará, durante um eclipse solar, os físicos comprovaram essa teoria observando que a trajetória da luz é alterada ao passar próximdo de um corpo de grande massa, como o Sol.

As idéias de Einstein sobre a curvatura do espaço substituíram as idéias de Newton de ação a distância para explicar a atração gravitacional entre os corpos.

A característica corpuscular da luz

Uma película fotográfica consiste de uma emulsão de sais de prata. Ao receber a energia transportada pela luz, a prata se oxida, formando um óxido de prata de coloração diferente.

Como a energia transportada pela luz não se distribui pelo espaço de maneira contínua, mas sim em *quanta*, uma curtíssima exposição do filme vai corresponder à reação de poucos pontos. À medida que o tempo de exposição vai aumentando, a fotografia vai se delineando.



(a) $3 \cdot 10^3$ fótons (b) $12 \cdot 10^3$ fótons (c) $93 \cdot 10^3$ fótons (d) $7,6 \cdot 10^5$ fótons (e) $3,6 \cdot 10^6$ fótons (f) $2,8 \cdot 10^7$ fótons

Uma fotografia em seus vários estágios de exposição, feita fóton a fóton. (Paul G. Hewitt, *Conceptual Physics*, 8th ed. Addison – Wesley, 1998.)



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 (ITA-SP) Incide-se luz num material fotoelétrico e não se observa a emissão de elétrons. Para que ocorra a emissão de elétrons do mesmo material basta que se aumente(m):
a) a intensidade da luz.
b) a freqüência da luz.
c) o comprimento de onda da luz.
d) a intensidade e a freqüência da luz.
e) a intensidade e o comprimento de onda da luz.

2 Uma unidade de energia muito utilizada em Física Nuclear é o elétron-volt (eV) e seus múltiplos. Corresponde à energia adquirida por um elétron ao ser acelerado sob tensão de 1 volt. Em relação à unidade de energia do S.I., temos: $1 \text{ eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J e $1 \text{ MeV} = 10^6$ eV.
Usando a equação $E = hf$, determine a freqüência de um fóton de um raio gama com energia de 1,35 MeV.

3 (UFMG) No modelo de Bohr para o átomo de hidrogênio, a energia do átomo:
a) pode ter qualquer valor.
b) tem um único valor fixo.
c) independe da órbita do elétron.
d) tem alguns valores possíveis.

4 (PUC-RJ adaptada) A primeira descrição do átomo de hidrogênio de acordo com a teoria quântica é hoje conhecida como modelo de Bohr. Segundo esse modelo, um elétron (carga $-e$) gira em movimento circular de raio r, denominado raio de Bohr, em torno de um núcleo constituído de um próton (carga $+e$).
A esse respeito, são feitas as seguintes afirmações:
I. O elétron é mantido em órbita pela força de atração gravitacional entre ele e o próton.
II. A força centrípeta que age no elétron se deve à atração eletrostática entre ele e o próton.
III. Devido à perda de energia pelo elétron em cada órbita, ele acaba caindo no núcleo.

Dessas afirmações estão corretas somente:
a) I b) II c) III d) I e II e) II e III

5 (PUC-RS) Energia solar é a energia eletromagnética irradiada pelo Sol. Sua fonte primária, a partir do interior do Sol, são:
a) reações de fissão nuclear.
b) reações de fusão nuclear.
c) reações de dissociação molecular.
d) correntes elétricas de grande intensidade.
e) colisões intermoleculares.

6 "A energia nuclear, uma grande promessa para o futuro devido a sua eficiência, torna-se cada vez mais inviável por causa dos possíveis riscos com reatores, como o acidente que ocorreu em Chernobil, Ucrânia, em 1986, quando um dos quatro reatores explodiu, matando 31 pessoas imediatamente, hospitalizando outras 500 e causando a evacuação de uma área de 30 km de raio em torno da usina.
Fora o risco de acidentes, outro problema é a disposição do lixo radioativo, produzido nos reatores." (Marcelo Gleiser, *A dança do Universo*, Companhia das Letras, 1997.)
Com base nesse texto, assinale certo ou errado nas seguintes afirmações:
I. O texto se refere à energia nuclear obtida pela fissão do urânio.
II. O texto tanto pode ser aplicado à fissão quanto a fusão, pois ambas produzem lixo radioativo.
III. O homem ainda não domina a técnica de funcionamento dos reatores nucleares.

7 Como ilustração da teoria da relatividade, vamos supor que um astronauta de 60 kg, dentro de uma nave com 10 m de comprimento, observe em seu relógio que demora 12 min para fazer a barba. Consideremos, agora, que a nave se movimente em relação à Terra com uma velocidade (v) que corresponde a 80% da velocidade da luz (c): $v = 0{,}8\ c$.
Quais seriam os resultados obtidos por um observador fixo, na Terra, que efetuasse as medidas de comprimento da nave, da massa do astronauta e do tempo que este levou para se barbear?



ATIVIDADE ESPECIAL: Energia de reações nucleares e de combustão

A **fissão** é uma reação nuclear na qual um núcleo atômico, ao ser atingido por um nêutron, divide-se em núcleos menores, liberando uma enorme quantidade de energia.

A **fusão** é uma reação nuclear na qual núcleos leves se unem, formando outros mais pesados. Na fusão, também ocorre uma grande liberação de energia.

Nas reações de **combustão**, uma determinada substância reage com o oxigênio, liberando energia.

A tabela apresenta um quadro comparativo entre a energia liberada em cada uma das reações citadas, bem como a quantidade de matéria (massa) inicial envolvida na reação.

Reação	Massa inicial (mínima)	Energia liberada	Energia (J/kg)
Fusão (núcleos de hidrogênio)	$6{,}7 \cdot 10^{-27}$ kg	$4{,}3 \cdot 10^{-12}$ J	$6{,}4 \cdot 10^{14}$
Fissão (núcleo de urânio + nêutron)	$3{,}9 \cdot 10^{-25}$ kg	$3{,}2 \cdot 10^{-11}$ J	$8{,}2 \cdot 10^{13}$
Combustão (gasolina)	—	—	$5 \cdot 10^{7}$
Combustão (carvão)	—	—	$3 \cdot 10^{7}$

Com base nessas informações, responda às questões.

1. Qual das reações apresenta melhor rendimento? Justifique.
2. Qual é a relação entre os rendimentos da reação de fusão com as demais reações apresentadas?
3. Qual é a quantidade de carvão necessária para produzir a mesma quantidade de energia liberada na fusão de 1 kg de hidrogênio?
4. Estabeleça uma comparação entre as condições necessárias para se realizar uma reação de fusão e uma reação de combustão.
5. Em termos de reservas naturais, estabeleça uma comparação entre o carvão e o hidrogênio.
6. Quais as vantagens ou desvantagens na utilização da energia nuclear obtida por meio da fissão? E pela fusão?

TABELAS AUXILIARES
VALORES DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

Ângulos		Seno	Co-seno	Tangente	Ângulos		Seno	Co-seno	Tangente
Graus	Radianos				Graus	Radianos			
0	0,0000	0,000	1,000	0,000					
1	0,0175	018	1,000	018	46	0,8029	719	695	1,036
2	0,0349	035	0,999	035	47	0,8203	731	682	1,072
3	0,0524	052	999	052	48	0,8378	743	669	1,111
4	0,0698	070	998	070	49	0,8552	775	656	1,150
5	0,0873	087	996	088	50	0,8727	766	643	1,192
6	0,1047	105	995	105	51	0,8901	777	629	1,235
7	0,1222	122	993	123	52	0,9076	788	616	1,280
8	0,1396	139	990	141	53	0,9250	799	602	1,327
9	0,1571	156	988	158	54	0,9425	809	588	1,376
10	0,1745	174	985	176	55	0,9599	819	674	1,428
11	0,1920	191	982	194	56	0,9774	829	559	1,483
12	0,2094	208	978	213	57	0,9948	839	545	1,540
13	0,2269	225	974	231	58	1,0123	848	530	1,600
14	0,2443	242	970	249	59	1,0297	857	515	1,664
15	0,2618	259	966	268	60	1,0472	866	500	1,732
16	0,2793	276	961	287	61	1,0647	0,875	0,485	1,804
17	0,2967	292	956	306	62	1,0821	883	470	1,881
18	0,3142	309	951	325	63	1,0996	891	454	1,963
19	0,3316	326	946	344	64	1,1170	899	438	2,050
20	0,3491	342	940	364	65	1,1345	906	423	2,145
21	0,3665	358	934	384	66	1,1519	914	407	2,246
22	0,2840	375	927	404	67	1,1694	921	391	2,356
23	0,4014	391	921	425	68	1,1868	927	375	2,275
24	0,4189	407	914	445	69	1,2043	934	358	2,605
25	0,4363	423	906	466	70	1,2218	940	342	2,747
26	0,4538	438	899	488	71	1,2392	946	326	2,904
27	0,4712	454	891	510	72	1,2566	951	309	3,078
28	0,4887	470	883	532	73	1,2741	956	292	3,271
29	0,5061	485	875	554	74	1,2915	951	276	3,487
30	0,5236	500	866	577	75	1,3090	966	259	3,732
31	0,5411	0,515	0,857	0,601	76	1,3265	0,970	0,242	4,011
32	0,5585	530	848	625	77	1,3439	974	225	4,331
33	0,5760	545	839	649	78	1,3614	978	208	4,705
34	0,5934	559	829	675	79	1,3788	982	191	5,145
35	0,6109	574	819	700	80	1,3963	985	174	5,671
36	0,6283	588	809	727	81	1,4137	988	156	6,314
37	0,6458	602	799	754	82	1,4312	990	139	7,115
38	0,6632	616	788	781	83	1,4486	994	122	8,144
39	0,6807	629	777	810	84	1,4661	995	105	9,514
40	0,6981	643	766	839	85	1,4835	996	087	11,43
41	0,7156	656	755	869	86	1,5010	998	070	14,30
42	0,7330	669	743	869	87	1,5184	999	0,52	19,08
43	0,7505	682	731	933	88	1,5359	999	035	28,64
44	0,7679	695	719	966	89	1,5533	1,000	018	57,29
45	0,7854	707	707	1,000	90	1,5708	1,000	000	∞

UNIDADES E SÍMBOLOS DAS PRINCIPAIS GRANDEZAS FÍSICAS DO SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES (S. I.)

Grandeza	Unidade	Símbolo
* Comprimento	metro	m
Área	metro quadrado	m^2
Volume	metro cúbico	m^3
* Massa	quilograma	kg
* Tempo	segundo	s
Freqüência	hertz	Hz
Período	segundo	s
** Ângulo plano	radiano	rad
** Ângulo sólido	esterradiano	sr
Velocidade	metro por segundo	m/s
Velocidade angular	radiano por segundo	rad/s
Aceleração	metro por segundo por segundo	m/s^2
Aceleração angular	radiano por segundo por segundo	rad/s^2
Força	newton	N
Trabalho-energia	joule	J
Potência	watt	W
Impulso	newton-segundo	N · s
Quantidade de movimento	quilograma-metro por segundo	kg · m/s
Momento-torque	newton-metro	N · m
Pressão	newton por metro quadrado	N/m^2
Massa específica	quilograma por metro cúbico	kg/m^3
Vazão	metro cúbico por segundo	m^3/s
* Temperatura absoluta	kelvin	K
Temperatura	grau Celsius	°C
Quantidade de calor	joule	J
Calor específico	joule por kelvin por quilograma	J/K · kg
Capacidade térmica	joule por kelvin	J/K
Condutividade térmica	watt por metro por kelvin	W/m · K
*Quantidade de matéria	mol	mol
* Intensidade luminosa	candela	cd
Intensidade sonora	watt por metro quadrado	W/m^2
Convergência	dioptria	di
Carga elétrica	coulomb	C
Intensidade de corrente elétrica	ampère	A
Resistência elétrica	ohm	Ω
Resistividade	ohm-metro	Ω · m
Potencial – ddp – f.e.m.	volt	V
Intensidade de campo elétrico	newton por coulomb	N/C
Capacitância	farad	F
Fluxo magnético	weber	Wb
Indução magnética	tesla	T
Indutância	henry	H

*** Unidades de base (7).   ** Unidades suplementares (2).   As demais são unidades derivadas.**

PRINCIPAIS UNIDADES ACEITAS PARA USO COM O S. I.

Grandeza	Unidade	Símbolo	Equivalência com o S. I.
Comprimento	unidade astronômica	UA	1 UA = $1{,}50 \cdot 10^{11}$ m
	* angstron	Å	1 Å = 10^{-10} m
Volume	litro	ℓ ou L	1 ℓ = 10^{-3} m³
Massa	unidade de massa atômica	u	1 u = $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg
Tempo	minuto	min	1 min = 60 s
	hora	h	1 h = 3.600 s
	ano solar	a	1 a = $3{,}16 \cdot 10^{7}$ s
Velocidade	quilômetro por hora	km/h	1 km/h = 1/3,6 m/s
Velocidade angular	rotação por minuto	rpm	1 rpm = π/30 rad/s
Força	* quilograma-força	kgf	1 kgf = 9,8 N
Trabalho-energia	elétron-volt	eV	1 eV = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J
Quantidade de calor	* caloria	cal	1 cal = 4,19 J
Potência	* cavalo-vapor	CV	1 CV = 736 W
Nível de potência sonora	decibel	dB	
Indução magnética	* gauss	Gs	1 Gs = 10^{-4} T

*** Admitidas temporariamente.**

PREFIXOS DO SISTEMA INTERNACIONAL PARA A EXPRESSÃO DE MÚLTIPLOS E SUBMÚLTIPLOS

Prefixo	Símbolo	Multiplica por
exa	E	10^{18}
peta	P	10^{15}
tera	T	10^{12}
giga	G	10^{9}
mega	M	10^{6}
quilo	k	10^{3}
hecto	h	10^{2}
deca	da	10
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
mili	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}
atto	a	10^{-18}

CONSTANTES FÍSICAS

Nome	Símbolo	Valor
Constante de gravitação universal	G	$6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m²/kg²
Constante de Boltzmann	k	$1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K
Equivalente mecânico do calor	J	4,19 J/cal
Constante universal dos gases	R	8,32 J/mol · K
Constante eletrostática (no vácuo)	K_0	$9{,}10^9$ N · m²/C²
Constante de permissividade (no vácuo)	ε_0	$8{,}85 \cdot 10^{-12}$ F/m
Constante de permeabilidade (no vácuo)	μ_0	$1{,}26 \cdot 10^{-6}$ H/m
Massa do elétron em repouso	m_e	$9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg
Massa do próton em repouso	m_p	$1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg
Massa do nêutron em repouso	m_n	$1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg
Carga do elétron	$-e$	$-1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C
Carga do próton	$+e$	$1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C
Aceleração da gravidade	g	9,81 m/s²
Velocidade da luz no vácuo	c	$3{,}00 \cdot 10^{8}$ m/s
Massa do Sol	M_S	$1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg
Massa da Terra	M_T	$5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg
Massa da Lua	M_L	$7{,}35 \cdot 10^{22}$ kg

BIBLIOGRAFIA

BLOOMFIELD, Louis A. *How Things Work — The Physics of Everyday Life*. John Wiley & Sons, Inc., 1997.

BRITO, Elias A. e FAVARETTO, José A. *Biologia — Uma abordagem evolutiva e ecológica*. São Paulo, Moderna, 1997. 3 v.

CARRON, Wilson e GUIMARÃES, Osvaldo. *As faces da Física*. São Paulo, Moderna, 1997.

FELTRE, Ricardo. *Química*. 4. ed. São Paulo, Moderna, 1994. 3 v.

GIANCOLI, Douglas C. *Physics — Principles with Applications*. 5. edition. Prentice Hall, 1998.

GLEISER, Marcelo. *A dança do Universo*. São Paulo, Companhia das Letras, 1997.

GREF — Grupo de Reelaboração do Ensino de Física. *Física*. Edusp, 1993. 3 v.

HALLIDAY, David e RESNICK, Robert. *Fundamentos de Física*. 3. ed. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1994. 4 v.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert e KRANE, Kenneth S. *Física*. 4. ed. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1996. 4 v.

HEWITT, Paul G. *Conceptual Physics*. 8. edition. Addison-Wesley, 1998.

JOHNSON, Keith. *Physics for you*. Stanley Thornes, 1996.

OKUNO, Emico; CALDAS, Iberê L. e CHOW, Cecil. *Física para Ciências Biológicas e Biomédicas*. São Paulo, Harbra, 1986.

PERUZZO, Francisco M. e CANTO, Eduardo L. *Química na abordagem do cotidiano*. 2. ed. Editora Moderna, 1998. 3 v.

RAMALHO Jr., Francisco; FERRARO, Nicolau G. e SOARES, Paulo A. T. *Os fundamentos da Física*. 7. ed. São Paulo, Moderna, 1999. 3 v.

RONAN, Colin A. *História ilustrada da Ciência*. Jorge Zahar, 1997. 4 v.

SEARS, Francis; ZEMANSKY, Mark W. e YOUNG, Hugh D. *Física*. 2. ed. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1994. 4 v.

THUILLIER, Pierre. *De Arquimedes a Einstein — A face oculta da invenção científica*. Rio de Janeiro, Jorge Zahar, 1994.

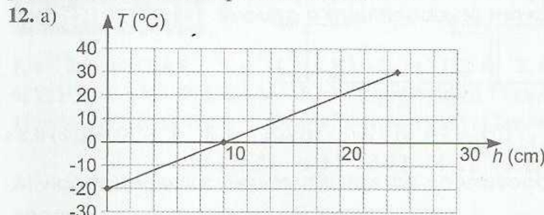
TIPLER, Paul. *Física*. 3. ed. Rio de Janeiro, Guanabara Koogan, 1995. 4 v.

RESPOSTAS

Capítulo 1 Medidas e Sistema de Unidades

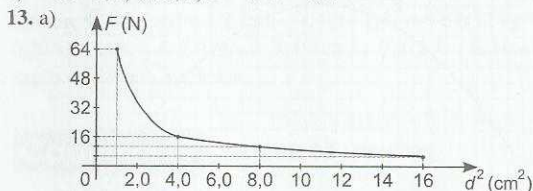
1. a) $3{,}6 \cdot 10^7$; b) $6{,}0 \cdot 10^4$; c) $1{,}3 \cdot 10^{-5}$; d) $2{,}1 \cdot 10^{-3}$; e) $2{,}0 \cdot 10^{-5}$; f) $2{,}7 \cdot 10^{13}$; g) $4 \cdot 10^{-8}$; h) $2 \cdot 10^3$; i) $7 \cdot 10^3$; j) $4{,}35 \cdot 10^4$; k) $1{,}3 \cdot 10^{-3}$. **2.** e **3.** I- Certo; II- Errado; III- Certo; **4.** I- Errado; II- Errado; III- Errado **5.** 44,9 g **6.** b **7.** a) $d_3 > d_1 > d_2$; b) 10 **8.** b **9.** d **10.** 1h 49 min 50 s **11.** a) 39,1 °C; 38,7 °C e 38,0 °C; b) Entre 12 h e 13 h; c) Diminuiu: das 9 h às 12 h e das 12 h às 15 h. Aumentou: das 11 h às 12 h. Constante: das 8 h às 9 h e das 15 h em diante. d) Provavelmente, a temperatura se normalizou e permanecerá 36,5 °C.

12. a)



b) − 10 °C; c) Não; d) $T = 2\,h - 20$.

13. a)



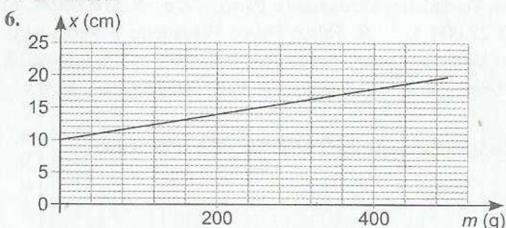
b) Inversamente, pois $F \cdot d^2 = \text{constante} = 64$; c) $F = \frac{64}{d^2}$.

14. c **15.** a) $5{,}7 \cdot 10^5$; b) $1{,}25 \cdot 10^4$; c) $5{,}0 \cdot 10^7$; d) $1{,}2 \cdot 10^{-6}$; e) $3{,}2 \cdot 10^{-2}$; f) $7{,}2 \cdot 10^{-1}$; g) $8{,}2 \cdot 10^4$; h) $6{,}4 \cdot 10^7$; i) 9,15; j) $2{,}0 \cdot 10^{-3}$; k) $5{,}0 \cdot 10^1$; l) $2{,}5 \cdot 10^{-7}$. **16.** a) $7{,}5 \cdot 10^5$; b) $6{,}4 \cdot 10^2$; c) $5{,}4 \cdot 10^{-8}$; d) $1{,}5 \cdot 10^{-2}$; e) 2,5; f) $5{,}0 \cdot 10^{-7}$; g) $2{,}5 \cdot 10^5$; h) 9,69. **17.** 10^3 **18.** Verdadeiro **19.** e **20.** d **21.** c **22.** a **23.** d **24.** 52,6 min **25.** a

Atividade especial: Calibração de uma mola

1. 5 cm **2.** 350 g **3.** São diretamente proporcionais. **4.** $m = 50 \cdot x$. **5.** A partir de certo ponto, chamado limite elástico, a proporção deixa de ser válida.

6.



7. As ordenadas ficam deslocadas de 10 cm. Assim, as grandezas deixam de ser proporcionais e passam a obedecer a uma relação linear.

8. $x = \frac{m}{50} + 10$. **9.** 150 g **10.** 380 g.

Capítulo 2 Cinemática escalar: Conceitos básicos

1. F, V, V, V, V, V, F, V e F. **2.** d **3.** São Paulo: $S = 0$; Campinas: $S = 90$ km; Limeira: $S = 150$ km; Pirassununga: $S = 210$ km; Ribeirão Preto: $S = 310$ km. **4.** a) 310 km. b) 120 km. c) −220 km. d) −210 km. e) −60 km. **5.** a) 310 km. b) 120 km. c) 220 km. d) 210 km. e) 380 km. **6.** 0 e 420 km. **7.** a) 60 km/h. b) Não. **8.** I- Errado. II- Certo. III- Errado. IV. Certo. V. Certo. **9.** 45 km/h. **10.** a) 2 h e 3 h; b) 5 h; c) 48 km/h; d) 24 litros. **11.** I- Verdadeiro. II- Verdadeiro. III- Verdadeiro. **12.** I- Certo. II- Certo. III- Certo. **13.** I- Verdadeiro. II- Falso. III- Verdadeiro. **14.** c. **15.** a) 250 km e 250 km. b) 70 km e 430 km. **16.** d. **17.** a) 75 km/h. b) 4,0 km/L. **18.** d. **19.** b.

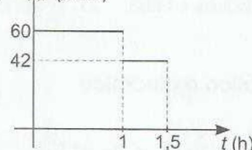
Atividade especial: Roteiro Maceió – São Luís

1. Maceió: $S = 0$; Recife: $S = 285$ km; João Pessoa: $S = 405$ km; Natal: $S = 590$ km; Mossoró: $S = 867$ km; Fortaleza: $S = 1.129$ km; Sobral: $S = 1.367$ km; Teresina: $S = 1.741$ km; São Luís: $S = 2.187$ km. **2.** Certo. **3.** 23 h e 9 h 14 min do dia seguinte. **4.** 15 h 36 min do dia seguinte. **5.** R$ 207,77. **6.** 55,2 km/h.

Capítulo 3 Movimento uniforme e Movimento variado

1. 384.000 km. **2.** d **3.** I- Verdadeira; II- Verdadeira; III- Falsa. **4.** a. **5.** a) 5 m/s; b) 20 s. c) 400 m e 300 m. **6.** a. 3,6 km/h = 1 m/s. **7.** c **8.** a **9.** I- Errado. II- Errado. III- Errado. IV- Certo. V- Certo. **10.** a) 0; 20 m/s e 4 m/s². b) $v = 20 + 4\,t$ (SI); c) Progressivo e acelerado; d) 32 m/s. **11.** d. **12.** 10^{-9} s **13.** a) 72 km/h; b) 3 m. **14.** a) 2,5 m/ano; b) 90 m.

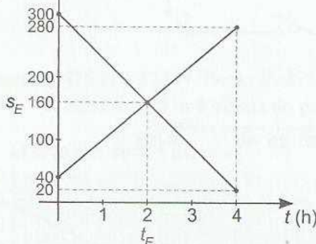
15. a)



b) 54 km/h

16. c

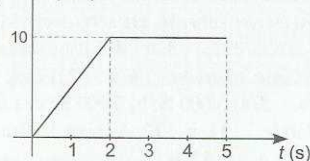
17. a)



b) 2 h e 160 km.

18. b. **19.** a) 2 m/s²; b) 5 m/s; c) 18 m/s; d) Permanece constante, igual a 8 m/s.

20. a)

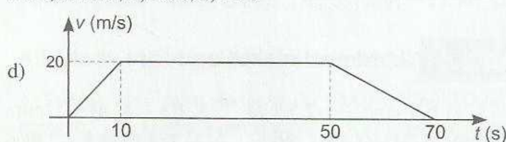


b) 40 m.

21. a) 3 m/s²; b) Se a velocidade fosse constante, metade do tempo iria corresponder à metade do percurso. Como nos primeiros segundos a velocidade é menor, ele vai gastar mais da metade do tempo total para realizar a 1ª metade do percurso. Portanto, a resposta é: mais de 5 s.

22. a) 2 m/s²; b) 20 s; c) 70 s

d)



e) 100 m; 800 m e 200 m. f) 1.100 m

Atividade especial: Corsa *versus* Gol

Conversão

v(km/h)	v(m/s)
60	16,7
80	22,2
100	27,8
120	33,3

1. Corsa: 2,46 m/s². Gol: 2,69 m/s². **2.** A tabela apresenta a aceleração média referente a cada intervalo de velocidades.

	a_m (m/s²)	
	Corsa	Gol
0 — 60 km/h	2,46	2,69
0 — 80 km/h	1,95	2,13
0 — 120 km/h	1,25	1,67

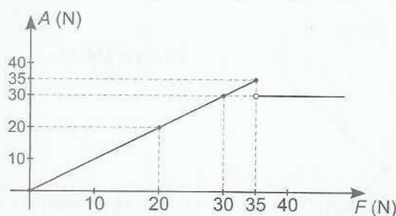
Nos dois casos, a aceleração média varia com o intervalo considerado. **3.** O Gol 1,4 s. **4.** O Gol. **5.** Corsa: −7,1 m/s². Gol: −7,7 m/s². **6.** O Gol. Corsa: 134 km. Gol: 139 km. **7.** Corsa: 46 litros. Gol: 51 litros.

Capítulo 4 Leis de Newton

1. 5 **2.** a) 35 u; b) 5 u; c) 25 u. **3.** 10 u **4.** c **5.** b **6.** 30 m/s **7.** b **8.** 2; 3; 2 e 5 **9.** c **10.** Todas as alternativas estão erradas. **11.** a **12.** Ao acionarmos a roda, o ponto da roda que está em contato com o solo tende a escorregar para trás. Opondo-se ao escorregamento, a força de atrito empurra a roda para a frente. **13.** d **14.** a) 0,2 m/s²; b) 0,4 N; c) 10 s **15.** a) 3,0 m/s²; b) 3.600 N **16.** c **17.** e **18.** a) 80 kg; b) 2.000 N **19.** d **20.** Falsa, Verdadeira e Falsa. **21.** Todas as afirmativas são verdadeiras.

Atividade especial: Atrito estático e dinâmico

1. $A_1 = 0$; $A_2 = 20$ N e $A_3 = 35$ N. **2.** 0,35
3. $A_4 = 30$ N **4.** 0,30 **5.** $A_5 = A_4 = 30$ N **6.** 3m/s²
7.



8. O bloco perde velocidade.

Capítulo 5 Aplicações das Leis de Newton

1. Todas as afirmações estão corretas.
2. a) 2 m/s² (vertical para cima); b) Não. Sabemos apenas o sentido da aceleração: • Se o helicóptero estiver subindo, ele sobe acelerado. • Se estiver descendo, ele desce retardado. **3.** d **4.** Falso; Verdadeiro; Falso e Verdadeiro. **5.** Certo; Certo e Errado. **6.** b **7.** Falsa; Falsa; Verdadeira; Falsa e Verdadeira. **8.** a) 3.000 N; b) 2.000 N; c) 1.000 N. **9.** b **10.** a) 6,25 m/s²; b) 750 N. **11.** a **12.** A caixa desliza sobre o piso da carroceria, porque $a > a_{máx.}$ **13.** a

Atividade especial: Elevadores

1. 20 kg. **2.** Subindo **3.** 1,3 m/s² para baixo. **4.** Em ambos os casos, a aceleração é nula. **5.** Retardado. **6.** 1,0 m/s². **7.** O movimento se processa sob a ação exclusiva da gravidade. **8.** "Imponderabilidade" significa que não se consegue "pesar" o corpo.

Capítulo 6 Movimentos circulares

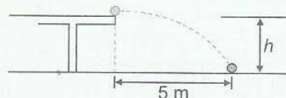
1. 100 m **2.** a) 5,5 cm/s; b) 2,5 m/s **3.** b **4.** a) 1,5 min; b) 0,67 voltas/min; c) 50 m/s e 4,2 rad/s. **5.** a) π/4 rad/s e 3,9 m/s; b) 3,0 m/s² **6.** a) Sentido horário; b) 5.000 dentes/min; c) 50 rpm **7.** e **8.** d **9.** d **10.** e **11.** b **12.** a **13.** c **14.** b **15.** a **16.** II; III e V.

Atividade especial: Análise vetorial de um movimento

1. 1ª (0; 45 m); 2ª (20 m; 40 m); 3ª (40 m; 25 m) e 4ª (60 m; 0). **2.** Vetor deslocamento. **3.** 20,6 m; 25,0 m e 32,0 m. **4.** Eixo x: 20 m; 20 m e 20 m. Eixo y: 5 m; 15 m e 25 m. **5.** Horizontal: módulo constante. Vertical: módulo crescente uniformemente. **6.** Horizontal: 20 m/s (constante). Vertical: 5m/s; 15 m/s e 25 m/s (cresce uniformemente). **7.** Horizontal: movimento uniforme. Vertical: movimento variado uniformemente. **8.** Sim. Lançamento horizontal, desprezando a resistência do ar.

Capítulo 7 Projéteis

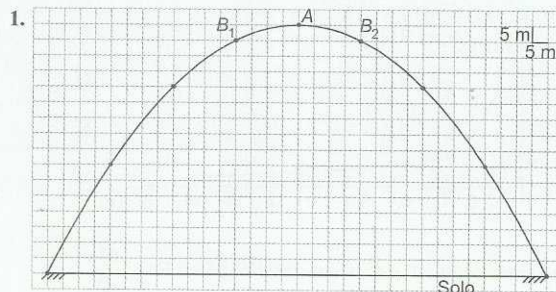
1. e **2.** a **3.** c **4.** b **5.** C; C; C; E e C. **6.** d
7. a)



b) 0,5 s; c) 10 m/s e 0; d) 5 m/s e 10 m/s. **8.** d **9.** a) 20 m/s; b) 0,8 s **10.** b **11.** d **12.** b **13.** b **14.** e **15.** II e III.

Atividade especial: Movimento de um projétil

1.



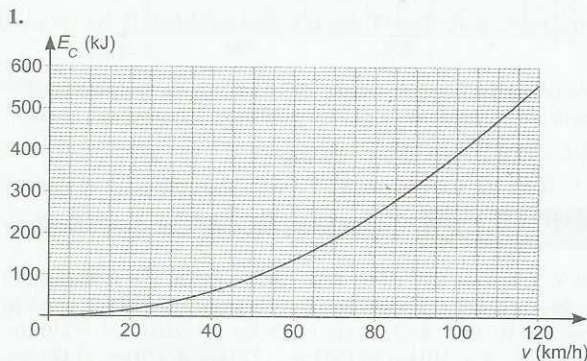
2. 4 s na subida e 4 s na descida. **3.** 8 s **4.** 80 m e 160 m **5.** 20 m **6.** Constante. Variável uniformemente. **7.** 0 e 10 m/s². **8.** $20\sqrt{5}$ m/s **9.** $x = 20t$ e $y = 40t - 5t^2$. **10.** $20\sqrt{5}$ m/s.

Capítulo 8 Trabalho e Energia

1. Falsa; Falsa e Verdadeira. **2.** d **3.** c **4.** a) De 0 a 2 m, aumenta uniformemente e, de 2 m a 4 m, o aumento na velocidade é cada vez menor. b) 6 m/s. **5.** Certo; Errado e Certo. **6.** Verdadeiro; Verdadeiro; Verdadeiro e Falso. **7.** c **8.** a) 2.000 N; b) 32.000 J; c) 28.000 J. **9.** Falso; Falso; Verdadeiro e Verdadeiro. **10.** Verdadeiro; Verdadeiro; Falso; Verdadeiro e Verdadeiro. **11.** a) 0,15 e 010; b) 100 J; c) Nulo. **12.** a **13.** a) 60.000 W; b) 60.000 J; c) 1 s. **14.** c.

Atividade especial: Energia cinética de um carro

1.



2. a) 35 kJ; b) 189 kJ; c) 467 kJ. **3.** 102 km/h **4.** Não. Ela quadruplica, pois é proporcional ao quadrado da velocidade. **5.** a) 417 kJ; b) 139 kJ. **6.** 324 kJ para ambos. **7.** Correto.

Capítulo 9 Sistemas conservativos e não-conservativos

1. F; V; F; V e V. **2.** Todos os itens estão certos. **3.** a) 2.000 J; b) 1.775 J; c) 850 J. **4.** d **5.** Todos os itens estão corretos. **6.** b **7.** d **8.** 16 **9.** a) 0,5 J; b) 0,5 J; c) 0,05 kg. **10.** a) 70 km/h; b) 5,6 m/s^2, em módulo; c) 69 m; d) 5.800 N. **11.** e

Atividade especial: "Trilho de ar": um sistema conservativo

1. Sim. Não havendo atrito, qualquer força de tração poderá acelerar o bloco A na direção horizontal. **2.** Somente energia potencial. **3.** $E_{M(A)}$ aumenta; $E_{M(B)}$ diminui; $E_{M(\text{sistema})}$ permanece constante. **4.** Energia cinética. Essa energia é dissipada na colisão pela ação de forças não-conservativas. **5.** Permanece constante. **6.** 4,8 J e 1,0 J. **7.** 5,8 J. **8.** 2,0 m/s.

Capítulo 10 Impulso e quantidade de movimento

1. a **2.** E; C; C; e E. **3.** c **4.** a) 1,8 km/h; b) 112,5 J. **5.** C; C e E. **6.** V; F; F; V e V. **7.** I; II e V. **8.** a **9.** a) 24 Ns; b) 17 m/s. **10.** b **11.** a **12.** C; E; C; E e E. **13.** a) 12 m/s; b) 8 m/s; c) Inelástica.

Atividade especial: Estudo das leis da conservação num choque

1. Ambas atingem o solo ao mesmo tempo. **2.** 0,4 s para as duas esferas. **3.** 1,6 m/s e 1,2 m/s. **4.** 0,16 kg · m/s e 0,12 kg · m/s. **5.** 0,20 kg · m/s. **6.** 2,0 m/s. **7.** 0,128 J e 0,072 J. **8.** Houve conservação da energia mecânica.

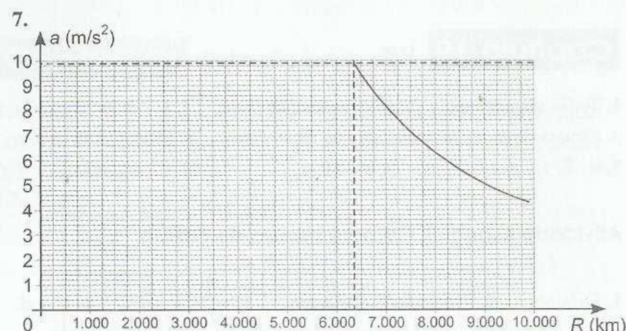
Capítulo 11 Gravitação universal

1. b **2.** e **3.** $6 \cdot 10^4$ N **4.** F; V; F; V e V. **5.** a) A força gravitacional é inversamente proporcional ao quadrado da distância. b) Não, significa que o corpo não está apoiado. c) Peso e tração. **6.** E; C; E; C; E e E. **7.** c **8.** c **9.** a **10.** e

Atividade especial: Satélites artificiais

1. $3,6 \cdot 10^7$ nas duas lacunas. **2.** 111 min. **3.** Quanto maior o raio, maior o período: $T = \sqrt{\frac{R^3}{k}}$. **4.** Quanto maior o raio, menor a aceleração centrípeta: $a = \frac{4\pi^2 k}{R^2}$ **5.** Sim. O satélite *STRV*, pois $T = 24$ h. **6.** 307,5 N.

7.

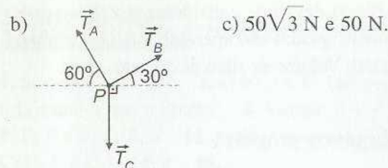


8. 9,8 m/s^2. Aceleração da gravidade para pontos próximos à superfície da Terra.

Capítulo 12 Equilíbrio de corpos

1. O corpo está em equilíbrio, pois $\vec{R} = \vec{0}$. **2.** a) Tração (vertical para cima) e peso (vertical para baixo): $T = P = 100$ N.

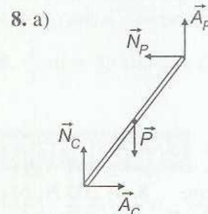
b)



c) $50\sqrt{3}$ N e 50 N.

3. Ela consegue soltar o parafuso, pois $M_{\text{moça}} > M_{\text{rapaz}}$. **4.** a **5.** 1,5 m **6.** c. **7.** c

8. a)

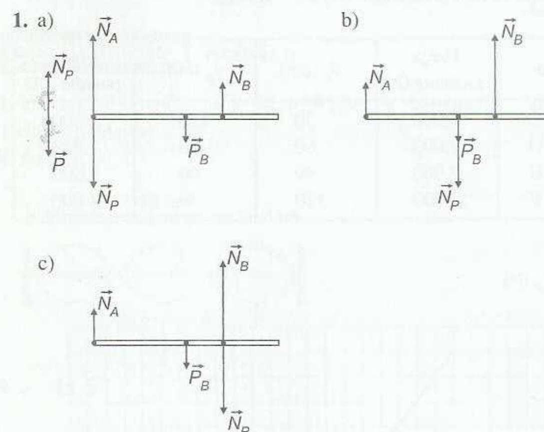


b) Sim, o atrito no ponto C pode impedir o escorregamento da escada.

9. 1.000 N. **10.** 4 N.

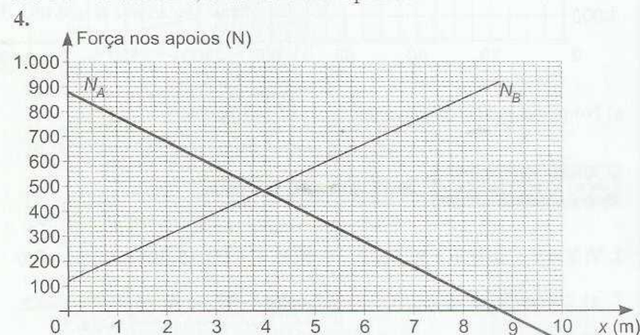
Atividade especial: Equilíbrio de uma prancha

1. a) b) c)



2. Ponto A: 875 N e 125 N. Ponto B: 375 N e 625 N. Ponto C: 75 N e 925 N. **3.** Não. A 0,75 m à direita do ponto B.

4.



5. 8,75 m do ponto A.

Capítulo 13 Fluidos

1. I e IV **2.** b **3.** F; V; F; V e V. **4.** c **5.** e **6.** C; C e C. **7.** a) $2,7 \cdot 10^4$ N; b) $1,0 \cdot 10^4$ N; c) Afunda: $P > E$. **8.** a) 40 N; b) 30 N; c) 10 N; d) 20 N. **9.** V; F e V. **10.** II. **11.** Todos falsos. **12.** a **13.** a **14.** 1,36 g/cm^3. **15.** E; C e C. **16.** C; E e E. **17.** e **18.** V; F e V.

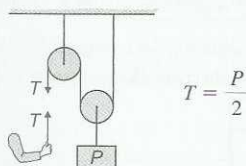
Atividade especial: Princípio de Arquimedes

1. Porque uma parte do peso do bloco é equilibrada pela ação do empuxo. **2.** O bloco iria flutuar. **3.** O peso aparente seria nulo. O peso real continuaria o mesmo. **4.** Sim, apenas observando que em

lugar do volume total do bloco devemos considerar o volume submerso. **5.** Sim. **6.** Peso real: igual. Peso aparente: maior. Empuxo: menor. Volume do bloco: igual. Volume de óleo deslocado: igual.

Capítulo 14 Máquinas simples

1. c **2.** b **3.** a) 16 Nm; b) 800 N.
4.



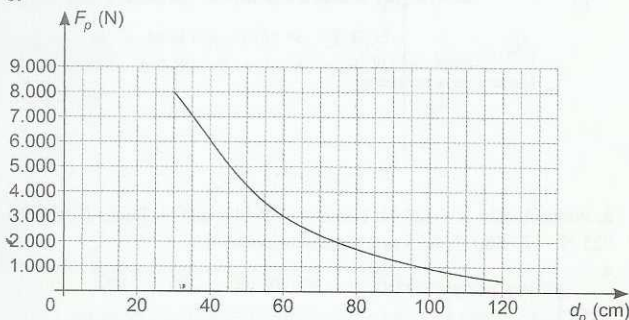
5. a) 520 N; b) 3,85. **6.** a) 18; b) Menor que 1; c) $R_{1(B)}$ ligada à $R_{6(A)}$; d) $R_{3(B)}$ ligada à $R_{1(A)}$. **7.** a) 200 N; b) 50 cm. **8.** a) 200 N; b) Multiplicadora de força: $F_P < F_R$. **9.** E; C; C e E. **10.** a) 2; b) 8. **11.** c **12.** a

Atividade especial: Utilização de uma alavanca

1. Ponto *C*. **2.** Maior que 1. **3.** Multiplicadora de força: *C* e *D*. Multiplicadora de movimento: *E* e *F*. **4.** Não.
5.

Apoio	Força resistente (N)	d_r (cm)	d_p (cm)	Força potente (N)
Ponto C	2.000	30	120	500
Ponto D	2.000	60	90	1.333
Ponto E	2.000	90	60	3.000
Ponto F	2.000	120	30	8.000

6.



a) No ponto médio da alavanca; b) 1; c) 143 N; 14.

Capítulo 15 Temperatura e calor

1. V; V e V. **2.** F; F e V. **3.** b **4.** E; E; C e C. **5.** Verdadeiro. **6.** e **7.** a) 20 cal/°C e 40 cal/°C; b) 0,5 cal/g · °C. **8.** a) $\frac{c_{líq.}}{c_{sólido}} = 2$; b) Mudança de fase; c) 5 cal/g. **9.** 70 °C. **10.** V e V. **11.** b **12.** c **13.** a) 10 cal/g; b) 0,05 cal/g · °C. **14.** 18 g **15.** d

Atividade especial: Trocas de calor

1. O corpo *A* recebe calor e *B* cede. **2.** 2.000 cal. **3.** 10 °C. **4.** Sim, o corpo *A*. **5.** Mudança de fase. Absorveu 1.600 cal de calor. **6.** 20 g **7.** 0,5 cal/g · °C e 1,0 cal/g · °C. **8.** 1,0 cal/g · °C. **9.** O corpo *B*.

Capítulo 16 Dilatação térmica e transmissão do calor

1. e **2.** Somente a II. **3.** Aquecer a chapa. **4.** a) 0,6 mℓ; b) 2,0 mℓ; c) 1,4 mℓ; d) 1,4 mℓ. **5.** e **6.** V; F e F. **7.** d **8.** c **9.** A diferença nas dilatações provoca tensões mecânicas nos dentes. **10.** c **11.** e **12.** e **13.** c **14.** d

Atividade especial: Condução do calor

1. Diminui 0,5 °C em cada centímetro. **2.** 75 °C e 25 °C. **3.** 2 g. **4.** 160 cal. **5.** 160 cal. **6.** Do mais quente para o mais frio. **7.** 0,53 cal/s · cm · °C. **8.** Condutor.

Capítulo 17 Fases de uma substância e gases

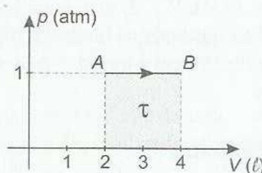
1. c **2.** b **3.** a) Um gás não pode ser liquefeito apenas com o aumento da pressão. b) Vaporização. c) 36 g. **4.** c **5.** a) Isométrica; b) 1,9 atm; c) 29,4 lb/pol^2. **6.** d **7.** a **8.** c **9.** b **10.** b **11.** e **12.** a **13.** d **14.** 327 °C. **15.** d **16.** a) 240 K e 360 K; b) $\frac{2}{3}$.

Atividade especial: Pressão de vapor

1. 23 N/cm^2. **2.** 123 °C. **3.** Não. O quociente entre os valores dessas grandezas não é constante. **4.** 10 N/cm^2. **5.** 15 N/cm^2. **6.** 5 N/cm^2. **7.** 1,0 N. **8.** 0,1 kg. **9.** Não havendo escape do vapor, a pressão e a temperatura vão aumentando até a ruptura da panela. **10.** A panela de pressão, por ser hermeticamente fechada, opera a uma pressão maior; logo, a temperatura de ebulição, que é a temperatura de cocção dos alimentos, é maior e o cozimento é mais rápido.

Capítulo 18 Termodinâmica

1. F; V e F. **2.** a) 600 J; b) 1.800 J; c) Recebeu calor: 2.400 J. **3.** e **4.** d **5.** a **6.** Somente a III. **7.** e **8.** c **9.** a) 400 J; b) 1.500 J. **10.** c **11.** a) Sim: expansão; b) Aumenta, pois a temperatura aumentou. **12.** a) 1.200 K; b) $5 \cdot 10^4$ J.
13.



14. b **15.** F; F; F e V. **16.** a

Atividade especial: Motor a gasolina

1. 4.600 m. **2.** $-16 \cdot 10^6$ J. **3.** 1.000 N. **4.** $30 \cdot 10^6$ J. **5.** 35%. **6.** 70%. **7.** Sim.

Capítulo 19 Luz

1. Todas são corretas. **2.** a) Vermelho; b) Preto. **3.** b **4.** a) 20 cm; b) A câmara deve ser afastada, tal que $d_o = 10$ m. **5.** E; E; C e E. **6.** e **7.** b **8.** 1,2 m e 0,75 m. **9.** b **10.** a

Atividade especial: Câmara escura de orifício

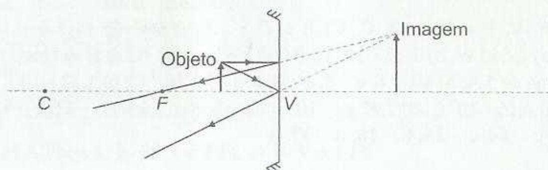
1. Diminui. **2.** Permanece o mesmo. **3.** $\frac{d_1}{D_1} = \frac{h_1}{H_1}$. **4.** *H* e *d*. $\frac{d_2}{D_2} = \frac{h_2}{H_2}$. **5.** 40 m. **6.** 20 m.

Capítulo 20 Reflexão luminosa

1. b **2.** V; F e V. **3.** a **4.** d **5.** a **6.** c **7.** b **8.** F; F e V. **9.** a **10.** d **11.** a **12.** e **13.** V; F; F e F. **14.** b **15.** a) A 100 cm do vértice do espelho; b) Real.

Atividade especial: Imagens de um espelho côncavo

1.



p′ = −4 cm; virtual; direita; 2 cm.

2.

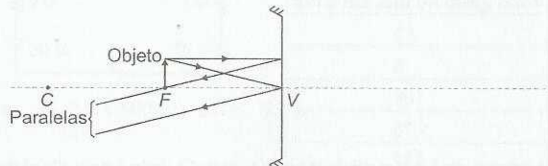
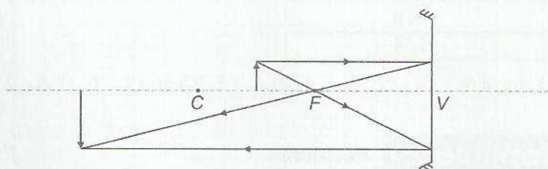


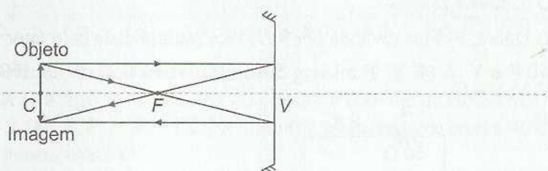
Imagem imprópria.

3.



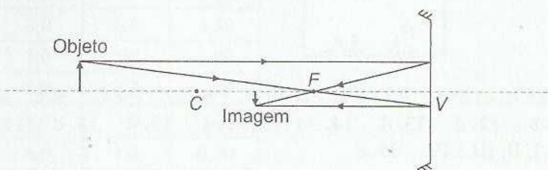
p′ = 12 cm; real; invertida; 2 cm.

4.



p′ = 8 cm; real; invertida; 1 cm.

5.



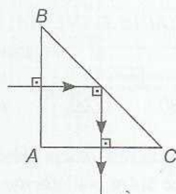
p′ = 6 cm; real; invertida; 0,5 cm.

- Afastando o objeto, o tamanho da imagem torna-se cada vez menor.
- Se o objeto estiver encostado no espelho, o tamanho da imagem é igual ao tamanho do objeto.

Capítulo 21 Refração luminosa

1. II e III. **2.** b **3.** c **4.** e **5.** a) 30°; b) 30° e 30°; c) Desvio total: 60°. **6.** e **7.** 105°. **8.** c **9.** a **10.** a) 1,005; b) Na camada 2: menor índice de refração. **11.** a

12.



Atividade especial: Refração luminosa

1. Raio refletido. *AO*: raio incidente e *OB*: raio refratado. **2.** O ângulo de refração é menor do que o de incidência, logo a velocidade da luz é maior no ar. A água é mais refringente. **3.** sen *i* e sen *r*. **4.** 1,33. **5.** $2{,}25 \cdot 10^8$ m/s.

Capítulo 22 Lentes e instrumentos ópticos

1. Somente a I. **2.** c **3.** a) 90 cm; b) 180 cm; c) 18 cm; d) Real, invertida e maior que o objeto. **4.** Virtual: $p < f$. **5.** d **6.** b **7.** b **8.** b **9.** F; F e V. **10.** a **11.** a) Convergente; b) 25 cm. **12.** b **13.** E; E; C; C; E e C. **14.** c **15.** e

Atividade especial: Anomalias da visão

1. *A*: ponto objeto real; *A′*: ponto imagem virtual. **2.** *A′*. **3.** *A*: ponto objeto real; *A′*: ponto imagem virtual. **4.** 25 cm e −100 cm. **5.** $\frac{1}{3}$ m = 33 cm. **6.** Convergente. **7.** 3 di.

Capítulo 23 Ondas

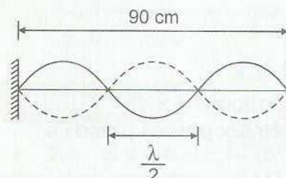
1. d **2.** a **3.** d **4.** b **5.** c **6.** e **7.** e **8.** a **9.** (2,5; 0) **10.** a) $\frac{1}{2}$ e 2; b) 300 m/s. **11.** 1,2 m.

Atividade especial: Ondas

1. 0,5 Hz. **2.** 0,5 m. **3.** 10 m. **4.** 5 m/s. **5.** Nula. **6.** 0,5 Hz.

Capítulo 24 Acústica

1. e **2.** C; E; E e C. **3.** a **4.** F; F e V. **5.** Verdadeiro. **6.** c **7.** Todas verdadeiras.
8. 60 m/s.

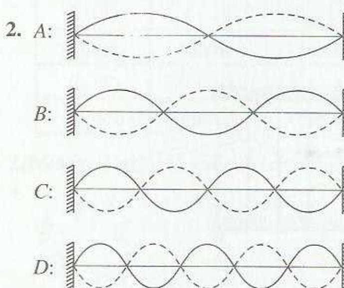


9. c **10.** b

Atividade especial: Ondas estacionárias em cordas vibrantes

1. Diminui o número de fusos.

2.



3. 1,30 m; 0,87 m; 0,65 m e 0,52 m. **4.** 47 m/s; 31 m/s; 23 m/s e 19 m/s. **5.** $4{,}9 \cdot 10^5$ dinas. **6.** Aumentar. **7.** $1{,}1 \cdot 10^5$ dinas.

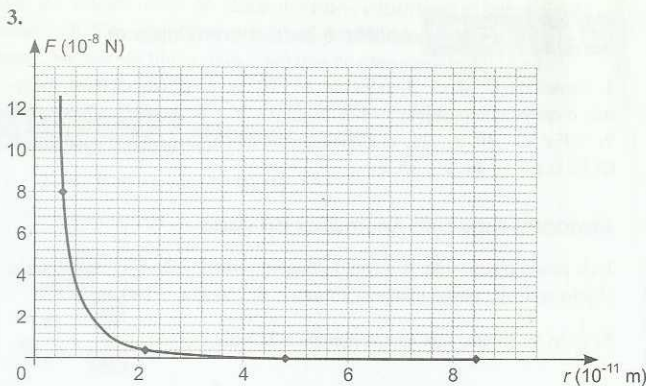
Capítulo 25 Eletrostática: Lei de Coulomb

1. b **2.** d **3.** b **4.** d **5.** C; E e E. **6.** a) 10 cm; b) Direção: da reta *AB*; sentido: de *B* para *A*. **7.** b **8.** e **9.** b **10.** e **11.** a **12.** b **13.** a

Atividade especial: O átomo de hidrogênio

1. Diretamente; quadrado; inversamente; quadrado.
2. Inversamente; quarta.

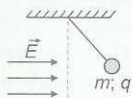
3.



Não existe estado estacionário entre dois números quânticos consecutivos.
4. $6{,}9 \cdot 10^5$ m/s. **5.** A velocidade é inversamente proporcional ao número quântico.

Capítulo 26 Campo elétrico e potencial elétrico

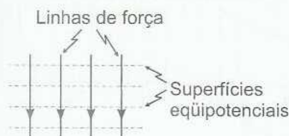
1. d **2.** Todas corretas. **3.** II e III. **4.** a **5.** a) $6{,}4 \cdot 10^{-14}$ N; b) $6{,}4 \cdot 10^{-14}$ N; c) $-3{,}2 \cdot 10^{-18}$ C; d) Vertical para baixo; e) 20. **6.** a) 9 J; b) 3 J; c) 6 J. **7.** Todas corretas. **8.** 01 + 02 + 08 = 11. **9.** c **10.** c **11.** b
12. a) Negativa; b) Tração, força elétrica e peso;
c)



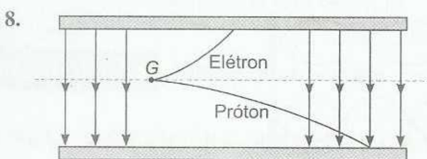
13. $-4{,}9 \cdot 10^{-3}$ C. **14.** b **15.** a **16.** a

Atividade especial: Campo elétrico: placas planas e paralelas

1. −350 V; 100 V e 350 V. **2.** 500 V. **3.** −200 V; 200 V e −50 V.
4. D e F: as superfícies eqüipotenciais são planos horizontais.
5. 10 V/cm = 1.000 V/m. **6.** Placa 1: positiva; placa 2: negativa.
7.



8.



9. Negativa.
10. Carga positiva: $D \rightarrow E$. Carga negativa: $D \rightarrow$ placa 1.

Capítulo 27 Condutores em equilíbrio eletrostático

1. c **2.** d **3.** a) 0 e $9 \cdot 10^5$ V; b) $9 \cdot 10^5$ V; c) $5{,}4 \cdot 10^4$ V. **4.** e **5.** $4{,}8 \cdot 10^{-4}$ J. **6.** c **7.** a

Atividade especial: Condutores esféricos

1. $3{,}6 \cdot 10^4$ V; $-5{,}4 \cdot 10^4$ V e $7{,}2 \cdot 10^4$ V. **2.** Em todos os casos haverá movimento espontâneo dos portadores de carga, pois as três esferas têm potenciais diferentes. **3.** a) $B \rightarrow A$; b) $B \rightarrow C$; c) $A \rightarrow C$. **4.** Ambos ficam com o mesmo potencial: $-9 \cdot 10^3$ V. **5.** B e C: $9 \cdot 10^3$ V; A e C: $5{,}4 \cdot 10^4$ V. **6.** −0,5 μC. **7.** 1 μC e $1{,}8 \cdot 10^4$ V para os três condutores.

Capítulo 28 Corrente elétrica

1. F; V; F e V. **2.** C; C; E e C. **3.** a) 900 C; b) $5{,}6 \cdot 10^{21}$. **4.** a) 2.640 W; b) $3{,}17 \cdot 10^5$ J e 0,088 kWh; c) 53 °C. **5.** a) Um pouco acima de 5 A; b) 40. **6.** e **7.** a **8.** a) $1{,}12 \cdot 10^{11}$ C; b) $1{,}12 \cdot 10^{-11}$ A. **9.** a) $2{,}16 \cdot 10^4$ C; b) 7,92 g. **10.** Todos são verdadeiros. **11.** c **12.** b **13.** c **14.** c **15.** b **16.** d **17.** a

Atividade especial: Conta de energia elétrica

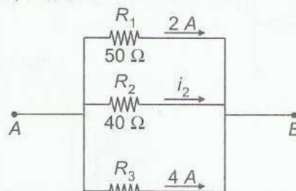
1.

Total gasto no mês em kWh
7,5
6
108
5,76
132
9,6
54
10,8
333,66

2. O chuveiro. **3.** 11,65 A. **4.** 20 A. **5.** R$ 56,72. **6.** 15 A e 25 A.

Capítulo 29 Resistores

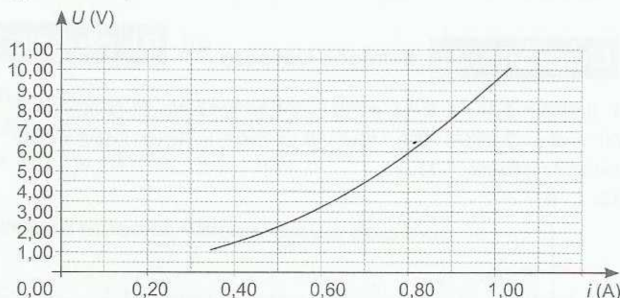
1. a) O condutor I: $\frac{U}{i} = R$(constante); b) $R_I = 100\ \Omega$ e $R_{II} = 50\ \Omega$; c) O condutor I.
2. a) Dobra; b) Fica dividida por 9; c) Fica multiplicada pelo fator $\frac{2}{9}$.
3. V; F e V. **4.** V; F e F. **5.** a) 100 W; b) 0,77 A; c) 169 Ω. **6.** V; V; V e F.
7. a)



b) 2,5 A; c) 25 Ω; d) 11,8 Ω; e) 850 W. **8.** E; C; C e C. **9.** c **10.** d **11.** b **12.** d **13.** d **14.** 33 lâmpadas. **15.** d **16.** d **17.** 12 **18.** I, II, III e IV. **19.** c

Atividade especial: Resistência de uma lâmpada

1. 4,3; 5,2; 6,1; 6,8; 7,5; 8,0; 8,6; 9,1 e 9,6 Ω. **2.** Aumenta. **3.** Depende da ddp aplicada.
4.



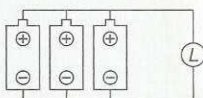
5. Curva. **6.** 0,77 A · 7,1 Ω. **7.** O aumento da resistência elétrica ocorre pela grande variação de temperatura que sofre o filamento da lâmpada.

Capítulo 30 Geradores e receptores elétricos

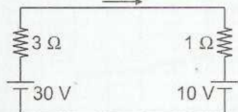
1. b **2.** e **3.** a **4.** I; II e III. **5.** a) Igual; b) Igual. **6.** a) 100 V e 5 Ω; b) 120 V; c) 5 A. **7.** I e II. **8.** a) Pode queimar, pois $i > i_{máx.}$; b) Em série: $R = 4\ \Omega$. **9.** a) 12 Ω; b) Gerador: 50 V e receptor: 20 V;

c) 2 A; d) 24 V; e) 20 Ω: 1,2 A e 30 Ω: 0,8 A. **10.** d **11.** d **12.** e **13.** a **14.** e **15.** d **16.** 90 J

17.



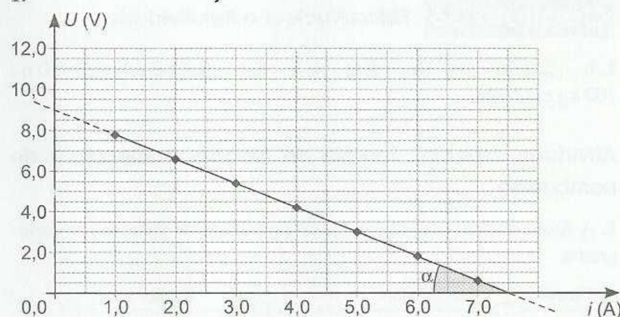
18. a) A linha 1; b) 30 V e 3 Ω; c) 10 V e 1 Ω;
d)



19. a **20.** 2 A e 600 V. **21.** c **22.** a

Atividade especial: Curva característica de um gerador

1.



2. Reta: a curva característica de um gerador. **3.** 3,3 A. **4.** 9,0 V e 7,5 A. **5.** Força eletromotriz do gerador e corrente de curto-circuito. **6.** 1,2 Ω. **7.** $U = 9 - 1{,}2 \cdot i$. **8.** 60% no resistor variável e 40% na resistência interna.

9.

i (A)	U_{AB} (V)	R_V Ω
1,0	7,8	7,80
2,0	6,6	3,30
3,0	5,4	1,80
4,0	4,2	1,05
5,0	3,0	0,60
6,0	1,8	0,30
7,0	0,6	0,09

Valor da resistência variável.

Capítulo 31 Medidas elétricas e leis de Kirchhoff

1. a) [circuito: A; 3 Ω; 9 Ω; R; V; 12 V] b) 1 A e 9 V; c) 75%.

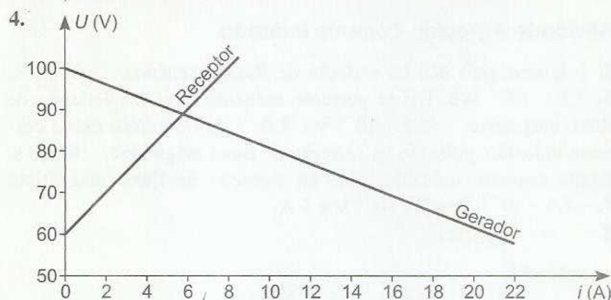
2. I, III e IV. **3.** a) 3A; b) 1,5 V. **4.** c **5.** a) 20 A; b) 1,25 kWh; c) O ventilador.

6. a) [circuito: "Tomada"; Forno; V; A] b) 15 Ω; c) 960 W.

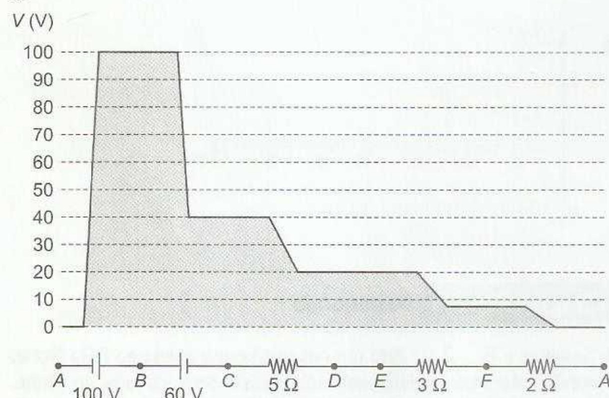
7. A_1: diminui para um valor igual à metade do anterior; A_2: diminui para zero; V: não se altera. **8.** a) Em série; b) R_1 em paralelo com R_2 e esse conjunto em série com R_3; c) 1,5 A e 1,5 V. **9.** Sem o resistor, o circuito fica aberto. Nessa situação, não há consumo de energia na resistência interna do gerador e o voltímetro indica o valor da força eletromotriz. **10.** a) L_1: maior tensão; b) Ficam iguais: 0,5 A; c) Ficam iguais. **11.** a) 5 A e 10 V; b) 2 A e 4 A; c) $\frac{2}{5}$ ε. **12.** 0,015 A. **13.** 3 A; 2 A e 3 Ω.

Atividade especial: Perfil dos potenciais em um circuito elétrico

1. 4 A; horário. **2.** 92% e 75%. **3.** $100 - 2 \cdot i$ e $60 + 5 \cdot i$.
4.



5. 100 V; 40 V; 20 V; 20 V e 8 V.
6.



Capítulo 32 Magnetismo: Campo magnético

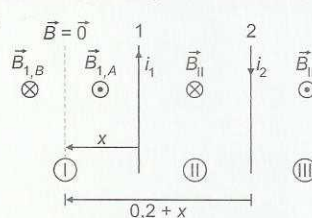
1. c **2.** b **3.** d **4.** a) $6{,}3 \cdot 10^{-5}$ T; perpendicular ao plano da folha e dirigindo-se para o leitor. b) O sentido se inverte. **5.** c **6.** a **7.** a **8.** d **9.** d **10.** b **11.** e

Atividade especial: Campo magnético de correntes elétricas

1.

	A	B	C	D
B_1 (T)	$6{,}7 \cdot 10^{-6}$	$20 \cdot 10^{-6}$	$20 \cdot 10^{-6}$	$6{,}7 \cdot 10^{-6}$
sentido	saindo	saindo	entrando	entrando
B_2 (T)	$8{,}0 \cdot 10^{-6}$	$13{,}3 \cdot 10^{-6}$	$40 \cdot 10^{-6}$	$40 \cdot 10^{-6}$
sentido	entrando	entrando	entrando	saindo

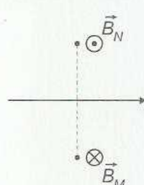
2. Mesmo sentido: C; sentidos contrários: A, B e D. **3.** À esquerda do fio 1.
4.



5. 20 cm à esquerda do fio 1.

Capítulo 33 Força magnética e indução eletromagnética

1. a)

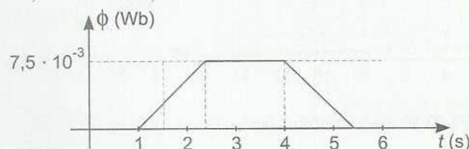


b) Em M: $F_{mag.} = 0$; em N: $F_{mag.}$ vertical para cima. **2.** d **3.** c **4.** I e II. **5.** b **6.** 14 **7.** b **8.** a **9.** a **10.** d **11.** 01 + 04 + 16 + 32 = 53. **12.** Somente I. **13.** a) 20 espiras; b) 0,17 A.

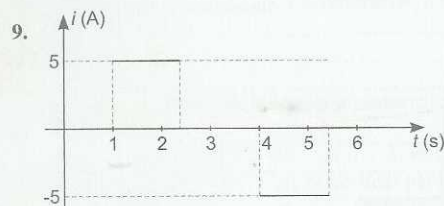
Atividade especial: Corrente induzida

1. 1 s; zero, pois não há variação de fluxo magnético. **2.** 1,5 s. **3.** $7{,}5 \cdot 10^{-3}$ Wb. Existe corrente induzida, pois há variação de fluxo magnético. **4.** $5 \cdot 10^{-3}$ V e 5 A. **5.** 1,5 s. Não existe corrente induzida, pois não há variação de fluxo magnético. **6.** 1,5 s. Existe corrente induzida, pois há variação de fluxo magnético. **7.** $-7{,}5 \cdot 10^{-3}$ Wb; $5 \cdot 10^{-3}$ V e 5 A.

8.



9.



Capítulo 34 Astronomia

1. Somente a II. **2.** a) Para um observador que esteja no Pólo Norte, a estrela polar está verticalmente sobre sua cabeça, ou seja, no zênite. O ângulo é 90°. b) No próprio horizonte. O ângulo é 0°. **3.** E; C e C. **4.** $2{,}7 \cdot 10^5$. **5.** $1{,}3 \cdot 10^{13}$ anos. **6.** b **7.** e

Atividade especial: A lei de Hubble

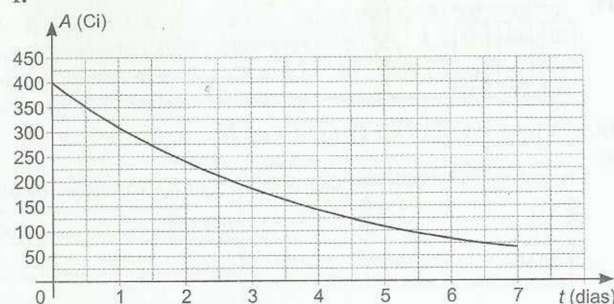
1. Cerca de 1 bilhão de anos-luz. **2.** 60.000 km/s. **3.** 45.000 km/s. **4.** Maior. **5.** 1,5 bilhão de anos-luz. **6.** $1{,}3 \cdot 10^4$ km/s/bilhões anos-luz. Constante. **7.** Certo **8.** 29 km/s. **9.** Errado.

Capítulo 35 Radioatividade

1. b **2.** a) 4 h; b) 10 g. **3.** d **4.** e (Corretas I e III). **5.** c

Atividade especial: Decaimento radioativo do Au-198

1.



2. 125 Ci. **3.** 2,7 dias. **4.** 2,7 dias. **5.** 5,4 dias e 8,1 dias. **6.** Duas meias-vidas. **7.** Três meias-vidas; 175 Ci.

Capítulo 36 Física Nuclear e Relatividade

1. b **2.** $3{,}26 \cdot 10^{20}$ Hz. **3.** d **4.** b **5.** b **6.** C; E e E. **7.** 6,0 m; 100 kg e 20 min.

Atividade especial: Energia de reações nucleares e de combustão

1. A fusão nuclear pois libera maior quantidade de energia por quilograma.

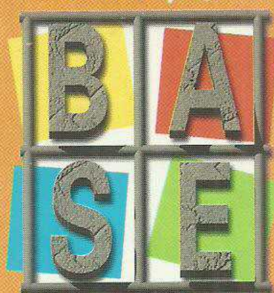
2. $\dfrac{\text{Fusão}}{\text{Fissão}} = 7{,}8$; $\dfrac{\text{Fusão}}{\text{Comb. gasolina}} = 1{,}3 \cdot 10^7$; $\dfrac{\text{Fusão}}{\text{Comb. carvão}} = 2{,}1 \cdot 10^7$.

3. 21 milhões de quilogramas.

4. Para que a reação de fusão aconteça, necessitamos de temperaturas da ordem de 10^8 K; já a reação de combustão pode ser obtida facilmente com temperaturas ordinárias.

5. As reservas de hidrogênio são muito maiores que as de carvão, principalmente quando consideramos o hidrogênio contido nas moléculas de água dos oceanos.

6. A fissão nuclear, embora apresente um rendimento muito maior que as reações de combustão, tem como desvantagem os dejetos radioativos e o risco de acidentes nas usinas nucleares. A fusão nuclear tem a vantagem de não produzir o lixo radioativo, mas exige temperaturas muito altas, ainda não dominadas pela atual tecnologia para utilização comercial.



A única obra escrita com base nas *Matrizes curriculares de referência para o SAEB* (Sistema Nacional de Avaliação de Educação Básica).

Conteúdo programático dosado conforme orientação do MEC/INEP.

Obra compromissada com a educação para a cidadania.

Textos que promovem a atualização, a contextualização e a interdisciplinaridade.

Questões de verificação da aprendizagem voltadas para o cotidiano do aluno.

Todas as matérias trazem questões extraídas dos ENEMs, dos vestibulares seriados e dos exames de ingresso às principais instituições de ensino superior.

Endereço na Internet — www.moderna.com.br/base — para atualização, dúvidas, acompanhamento.

A mais adequada para professores que pretendam implementar as reformas propostas pelo MEC.

Coleção Base — prazer de ensinar; prazer de aprender.



EDITORA MODERNA

